



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

# ΤΑΛΑΝΤΩΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΣΕ ΠΤΕΡΥΓΑ ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΟΥ

---

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΤΕΡΥΓΑΣ  
ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΟΥ BELL HUEY II

Έρα Παπαμάλαμα

Επιβλέπων:  
Σταπουντζής Ερρίκος, Αναπληρωτής Καθηγητής

Βόλος, Ιούλιος 2016

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

© Copyright protected 2016, Ira Papamalama

Απαγορεύεται ρητά η αναπαραγωγή, αναδημοσίευση, αντιγραφή, αποθήκευση, πώληση, μετάδοση, διανομή, έκδοση, εκτέλεση, «μεταφόρτωση» (download), μετάφραση, τροποποίηση με οποιονδήποτε τρόπο, τμηματικά ή περιληπτικά, χωρίς τη ρητή προηγούμενη έγγραφη συναίνεση της δημιουργού. Οι παραβάτες θα τιμωρούνται με τον νόμο περί πνευματικής ιδιοκτησίας.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

# ΤΑΛΑΝΤΩΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΣΕ ΠΤΕΡΥΓΑ ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΟΥ

---

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΤΕΡΥΓΑΣ  
ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΟΥ BELL HUEY II

Έρα Παπαμάλαμα

Επιβλέπων: Σταπουντζής Ερρίκος, Αναπληρωτής Καθηγητής  
Βόλος, Ιούλιος 2016

## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή:

.....  
Σταπουντζής Ερρίκος  
Αν. Καθηγητής Π.Θ.

.....  
Σταματέλλος Αναστάσιος  
Καθηγητής Π.Θ.

.....  
Δρ. Χασιώτης Νικόλαος  
Διδάσκων Π.Θ.

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αν. Καθηγητή, κύριο Ερρίκο Σταπουντζή για την ανάθεση του θέματος και για τη συνεχή και πολύτιμη καθοδήγησή του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της μελέτης αυτής καθώς και τους καθηγητές, κύριο Σταματέλλο Αναστάσιο, Χασιώτη Νικόλαο και Παπαδημητρίου Κώστα για την παροχή εξοπλισμού, απαραίτητου για την διεξαγωγή των πειραμάτων. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κυρίους Βέργο Αθανάσιο και Μαρίνο Ιωάννη για την τεχνική υποστήριξη που παρείχαν κατά τη διάρκεια κατασκευής της πειραματικής εγκατάστασης.



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται πειραματικά τη μελέτη της συμπεριφοράς της πτέρυγας ελικοπτέρου Bell Huey II σε στατικά και δυναμικά φορτία. Η πτέρυγα εγκαταστάθηκε στο εργαστήριο Ρευστομηχανικής και Στροβιλομηχανών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Αρχικά, στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στην εργασία. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια γενική επισκόπηση της θεωρίας των δοκών, της τεχνικής θεωρίας κάμψης και της ελαστικής γραμμής. Επίσης γίνεται μια αναφορά στις ροπές αδρανείας, τη θεωρία ροής γύρω από αεροτομή και τη θεωρητική ρευστομηχανική ανάλυση.

Στη συνέχεια αναφέρεται συνοπτικά η λειτουργία του ελικοπτέρου και η θεωρία των ταλαντώσεων. Στο τρίτο κεφάλαιο αναφέρονται η πειραματική διάταξη και τα όργανα μέτρησης και αποθήκευσης των δεδομένων. Στο τέταρτο κεφάλαιο αναφέρεται λεπτομερώς η μεθοδολογία διεξαγωγής των πειραμάτων. Εν συνεχεία στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα για στατική φόρτιση και ο σχολιασμός αυτών, ενώ στο έκτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα για δυναμική φόρτιση με τον σχολιασμό των αποτελεσμάτων τους.

Τέλος παρατίθενται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη διεξαγωγή των πειραμάτων και η βιβλιογραφία.

# ABSTRACT

The present diploma thesis deals with an extensive experimental conduct of the Bell Huey II helicopter blade under static and dynamic loading. The helicopter blade is installed in the laboratory of Fluid Mechanics and Turbomachinery within the department of Mechanical Engineering of University of Thessaly.

To begin with, in the first chapter there is an introduction to the thesis. In the second chapter a general overview of the theory of cantilevered beams, of the theory of simple bending and cantilevered beam deflection is presented. There is also some reference regarding the moment of inertia, the theory of flow around airfoils and the theoretical fluid mechanics analysis as well.

To continue there is a concise report, regarding helicopter's function and the theory of vibrations. In the third chapter the experimental setup and the measurement and storage devices are stated. In the fourth chapter there is a detailed report regarding the methodology of conducting the experiments. To continue, in the fifth chapter the results of static load experiments are presented as well as the commentary of those. In the sixth chapter the results of dynamic load experiments are presented followed by the their commentary.

Finally, are listed the conclusions that come of the experimental conduction and the bibliography.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πίνακας Συμβόλων.....	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	
Εισαγωγή.....	12
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	
Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	13
2.1 Εισαγωγή στη τεχνική θεωρία κάμψης.....	14
2.2 Καθαρή κάμψη δοκού συμμετρικής διατομής.....	16
2.3 Βέλος κάμψης.....	20
2.4 Καμπυλότητα του ουδέτερου άξονα.....	21
2.5 Ελαστική γραμμή.....	22
2.5.1 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα ελαστικής γραμμής για πρόβολο συνοδευόμενα από διάγραμμα ροπών.....	24
2.5.2 Η αρχή της επαλληλίας.....	26
2.6 Λοξή κάμψη.....	26
2.7 Ροπές αδράνειας.....	30
2.7.1 Ροπή αδράνειας επιφάνειας.....	31
2.7.2 Το θεώρημα παράλληλων αξόνων- θεώρημα Steiner.....	33
2.8 Η ροή γύρω από μία αεροτομή και η μηχανική της πτήσης.....	37
2.8.1 Τεχνικά δεδομένα πτέρυγας ελικοπτέρου τύπου Bell-Huey II.....	43
2.8.2 Τεχνικά δεδομένα του ελικοπτέρου Bell-Huey II.....	51
2.9 Η λειτουργία του ελικοπτέρου.....	53
2.10 Εισαγωγή στις ταλαντώσεις.....	56
2.10.1 Το φαινόμενο του συντονισμού.....	60
2.10.2 Η περίπτωση της μη εξαναγκασμένης ταλάντωσης ελεύθερου άκρου πακτωμένης δοκού κατά τον άξονα $y-y'$ , χωρίς απόσβεση.....	61
2.11 Το πιεζοηλεκτρικό επιταχυνσιόμετρο και η λειτουργία του.....	63
2.11.1 Χαρακτηριστικά αισθητήρων.....	68
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	
Πειραματική διάταξη και όργανα μέτρησης και αποθήκευσης δεδομένων.....	70
3.1 Τρόπος στηρίξεως.....	71
3.2 Όργανα μετρήσεως του εργαστηρίου.....	72
3.3 Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων για τη διεξαγωγή πειραμάτων.....	74
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	
Μεθοδολογία διεξαγωγής πειραμάτων.....	75
4.1 Μεθοδολογία διεξαγωγής πειραμάτων για τη στατική φόρτιση.....	75
4.2 Μεθοδολογία διεξαγωγής πειραμάτων για τη δυναμική φόρτιση.....	77
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	
Σειρά πειραμάτων στατικής φόρτισης.....	80
5.1 Το πρώτο στατικό πείραμα.....	80

5.2 Το δεύτερο στατικό πείραμα.....	83
5.3 Το τρίτο στατικό πείραμα.....	94
5.4 Το τέταρτο στατικό πείραμα.....	105
5.5 Το πέμπτο στατικό πείραμα.....	116
5.6 Το έκτο στατικό πείραμα.....	126
5.7 Το φαινόμενο της συστροφής.....	137
5.8 Σχολιασμός συμπερασμάτων στατικής φόρτισης.....	140
5.8.1 1 <sup>ο</sup> στατικό πείραμα.....	140
5.8.2 2 <sup>ο</sup> στατικό πείραμα.....	142
5.8.3 3 <sup>ο</sup> στατικό πείραμα.....	144
5.8.4 4 <sup>ο</sup> στατικό πείραμα.....	146
5.8.5 5 <sup>ο</sup> στατικό πείραμα.....	148
5.8.6 6 <sup>ο</sup> στατικό πείραμα.....	150
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	
ΣΕΙΡΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ.....	152
6.1 Πρώτη σειρά δυναμικών πειραμάτων.....	152
6.1.1 Προσδιορισμός της σταθεράς του ελατηρίου k της πτέρυγας.....	155
6.1.2 Ελεύθερη ταλάντωση.....	157
6.1.3 Ταλάντωση με πρόσθετο βάρος 10kg.....	160
6.1.4 Ταλάντωση με πρόσθετο βάρος 15kg.....	164
6.1.5 Ταλάντωση με πρόσθετο βάρος 20kg.....	167
6.1.6 Ταλάντωση με πρόσθετο βάρος 25kg.....	170
6.1.7 Ελεύθερη ταλάντωση από I (UPWARDS).....	173
6.1.8 Σχολιασμός συμπερασμάτων.....	177
6.2 Δεύτερη σειρά δυναμικών πειραμάτων.....	182
6.2.1 Ελεύθερη ταλάντωση.....	185
6.2.2 Ταλάντωση με πρόσθετο βάρος 10kg.....	189
6.2.3 Ταλάντωση με πρόσθετο βάρος 15kg.....	193
6.2.4 Ταλάντωση με πρόσθετο βάρος 20kg.....	197
6.2.5 Ταλάντωση με πρόσθετο βάρος 25kg.....	201
6.2.6 Ταλάντωση με πρόσθετο βάρος 30kg.....	205
6.2.7 Σχολιασμός συμπερασμάτων.....	209
6.3 Τρίτη σειρά δυναμικών πειραμάτων.....	215
6.3.1 Στατικό πείραμα κατά μήκος της χορδής προς Α.Φ.....	216
6.3.2 Στατικό πείραμα κατά μήκος της χορδής προς Α.Π.....	217
6.3.3 Λοξή-Edgewise ταλάντωση.....	218
6.4 Τέταρτη σειρά δυναμικών πειραμάτων.....	220
Κεφάλαιο 7	
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	256
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	257
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	265

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

A	επιφάνεια [ $m^2$ ]
Aspect Ratio	διάταμα [ $b/c$ ]
b	πλάτος πτέρυγας [ $m$ ]
$b$	σταθερά τριβής
c	μήκος χορδής [ $m$ ]
$c^2$	$\frac{EI}{\rho A}$ , $c$ =απόσβεση
$C_D$	συντελεστής οπισθέλκουσας
$C_L$	συντελεστής άνωσης
$C_P$	συντελεστής πίεσης
$C_P^*$	κρίσιμος αριθμός $C_P$ (εκεί που τοπικά ισχύει $Ma=1$ )
D	οπισθέλκουσα [ $N$ ]
$\frac{du}{dx} = \vartheta$	κλίση δοκού
$\frac{d^2u}{dx^2}$	καμπυλότητα δοκού
E	μέτρο ελαστικότητας [ $GPa$ ]
$F_1, F_2, \dots, F_k, F_{k+1}, F_n$	εξωτερικές δυνάμεις που δρουν σε μια δοκό [ $N$ ]
$f_o$	φυσική συχνότητα [ $Hz$ ]
FFT	Fast Fourier Transform
g	επιτάχυνση βαρύτητας [ $m/s^2$ ]
$g_{rms}$	κατώφλι τιμών αισθητήρα
h	μέγιστο ύψος/κυρτότητα [ $m$ ]
i,j,k	μοναδιαία διανύσματα ορθοκανονικού συστήματος
συντεταγμένων	
[I]	τανυστής ροπών αδράνειας [ $m^4$ ]
$I_{xx}$	ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα x [ $m^4$ ]
$I_{yy}$	ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα y [ $m^4$ ]
$I_{zz}$	πολική ροπή αδράνειας [ $m^4$ ]
$I_{xy}$	φυγόκεντρος ροπή αδράνειας ως προς Oxy [ $m^4$ ]
$I_{xz}$	φυγόκεντρος ροπή αδράνειας ως προς Oxz [ $m^4$ ]
$I_{yz}$	φυγόκεντρος ροπή αδράνειας ως προς Oyz [ $m^4$ ]
$[I^0]$	τανυστής ροπών αδράνειας ως προς το αρχικό σύστημα
συντεταγμένων Oxyz [ $m^4$ ]	
$[I^G]$	τανυστής ροπών αδράνειας ως προς το κεντροβαρικό
σύστημα συντεταγμένων G [ $m^4$ ]	
k	σταθερά ελατηρίου
$k$	τραχύτητα της επιφάνειας της πτέρυγας
$K_A, K_I$	συντελεστές αναλογίας
L.E.	ακμή προσβολής

$L_f$	διαμήκης ή εγκάρσια ολοκληρωτική κλίμακα της τύρβης
$L$	άνωση $[N]$
$L/l$	μήκος δοκού $[m]$
$M$	εσωτερικό εντατικό μέγεθος ροπής $[Nm]$
$M_x i$	ροπή στρέψης της δοκού, συνιστώσα $M$
$M_y j, M_z k$	καμπτικές ροπές της δοκού, συνιστώσες $M$
$M_0$	εξωτερική ροπή που ασκείται στη δοκό
$Ma$	αριθμός Mach
$M_{cr}$	κρίσιμος αριθμός Mach
$Ni$	αξονική δύναμη της δοκού, συνιστώσα $Q$
$P$	εξωτερικό φορτίο που ασκείται στη δοκό $[kg]$
$P_\infty, P_1$	πίεση στον αέρα και σε ένα σημείο 1 πάνω στην πτέρυγα
αντίστοιχα $[Pa]$	
$Q$	εσωτερικό εντατικό μέγεθος δύναμης
$Q_y j, Q_z k$	τέμνουσες δυνάμεις της δοκού, συνιστώσες $Q$
$Q$	συντελεστής ποιότητας
$Re$	αριθμός Reynolds
$S_t, S_c$	συντελεστές χρησιμοποίησης της διατομής $[m]$
$S$	εκπέτασμα $[m]$
$t$	διάνυσμα τάσης
$t$	μέγιστο πάχος $[m]$
$T.E.$	ακμή φυγής
$u = \Delta h$	ελαστική γραμμή δοκού $[m]$
$\overline{U_t^2}$	ένταση τύρβης
$U_\infty, U_1$	ταχύτητα στον αέρα και σε ένα σημείο 1 πάνω στην πτέρυγα
αντίστοιχα $[m/s]$	
$u_{max} = \delta_B$	μέγιστη βύθιση δοκού $[m]$
VDC	Volts συνεχούς ρεύματος
$W_b$	η ροπή αντίστασης σε κάμψη $[m^3]$
$w(x)$	βέλος κάμψης, παραμόρφωση κατά τον άξονα $z$ $[m]$
$w(y, t)$	εγκάρσιες ταλαντώσεις
$x, y, z$	άξονες τρισσορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων
$y_t$	διανομή πάχους
$\frac{z}{y}$	εξίσωση ουδέτερης γραμμής
$\bar{z}$	ουδέτερη επιφάνεια πτέρυγας
$Z_u, Z_l$	συντεταγμένες της πάνω και της κάτω επιφάνειας της πτέρυγας αντίστοιχα $[m]$
$Z^t(x)$	κατανομή πάχους
$Z^s(x)$	διανομή κυρτότητας
$\alpha$	γωνία προσβολής
$\beta^4$	$\frac{\omega^2 \rho A}{EI}$

$\delta_{max}$	μέγιστο πάχος $[m]$
$\varepsilon_{xx}(y, z)$	παραμόρφωση λοξής κάμψης
$\varepsilon_{xx}$	παραμόρφωση για κάμψη ως προς τον άξονα y
$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$	κινηματικές εξισώσεις
$\zeta$	λόγος απόσβεσης ταλάντωσης
$\vartheta_B = \varphi_B$	μέγιστη γωνία της δοκού $[^\circ/\text{rad}]$
$\kappa = R^{-1}$	καμπυλότητα του ουδέτερου άξονα
$\mu$	ιξώδες $[Pa \cdot s]$
$\nu$	κινηματικό ιξώδες
$\sigma_x \mathbf{i}$	ορθή τάση, συνιστώσα t
$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0$	οι εξισώσεις ισορροπίας
$\sigma_{ij,kk} + \frac{1}{1+\nu} \sigma_{kk,ij}$	οι εξισώσεις Beltrami-Michell
$\sigma \cdot n = 0$	συνοριακή συνθήκη που εξασφαλίζει ότι η παράπλευρη επιφάνεια παραμένει αφόρτιστη
$\sigma_{xx}(z)$	τάσης για κάμψη ως προς τον άξονα y
$ \sigma_{xx} _{max}$	η μέγιστη τάση $[Pa]$
$\sigma_{xx,max\_tension}$	μέγιστη τάση εφελκυσμού της δοκού $[Pa]$
$\sigma_{xx,max\_compression}$	μέγιστη τάση θλίψης της δοκού $[Pa]$
$\sigma_{xx}(y, z)$	τάση λοξής κάμψης $[Pa]$
$\tau_{xy} \mathbf{j}, \tau_{xz} \mathbf{k}$	διατμητικές τάσεις, συνιστώσες t
$\psi$	κάθετη γωνία δοκού $[^\circ]$
$\omega_n$	φυσικές συχνότητες $[rad/sec]$
$\omega_o$	γωνιακή/κυκλική φυσική συχνότητα $[rad/sec]$

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα εργασία μελετά την απόκριση μιας πτέρυγας ελικοπτέρου εκπεφρασμένη ως σύστημα μονόπακτης δοκού ή αλλιώς προβόλου, σε εργαστηριακές συνθήκες, όταν αυτή υπόκειται σε φορτίσεις και ταλαντώσεις πολλαπλών τρόπων. Μελετάται η βύθιση της δοκού και η συχνότητα απόσβεσης της ταλάντωσης καθώς και η ροή του αέρα γύρω από την πτέρυγα σε θεωρητική ανάλυση.

Οι πτέρυγες ελικοπτέρων, μαζί με άλλες μηχανολογικές κατασκευές όπως ρότορες τουρμπινών, προπέλες, άξονες κινητήρων εσωτερικής καύσης, μηχανήματα κοπής και οχήματα αποτελούν εντατικό αντικείμενο μελέτης των ταλαντώσεων από πληθώρα επιστημόνων. Σε πολλές περιπτώσεις οι ταλαντώσεις είναι επικίνδυνες διότι εμποδίζουν την κανονική λειτουργία των μηχανών, ενώ σε κάποιες περιπτώσεις προκαλούν πρόωρη φθορά των υλικών μειώνοντας τη διάρκεια ζωής των μηχανών λόγω κόπωσης υλικού.

Η πτέρυγα ελικοπτέρου Bell-Huey II που βρίσκεται εγκατεστημένη στο εργαστήριο υπόκειται σε μια σειρά καταπονήσεων που προσομοιάζουν κάπως στις πραγματικές συνθήκες πτήσεως, περιλαμβάνοντας στατικές και δυναμικές καταπονήσεις καθώς και μία θεωρητική ρευστομηχανική ανάλυση της πτέρυγας. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων και η συμπεριφορά της πτέρυγας παρουσιάζονται στη παρούσα εργασία μαζί με τα συμπεράσματα που προκύπτουν μέσω της σύγκρισης των υπολογιστικών και των πειραματικών υπολογισμών.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Στη παρούσα εργασία, συνδυάζονται οι γνώσεις περί μηχανικής υλικών, ταλαντώσεων και ρευστομηχανικής, ούτως ώστε να γίνει δυνατή η μελέτη και η πραγματοποίηση πειραμάτων, χρησιμοποιώντας την πτέρυγα ελικοπτέρου του εργαστηρίου.

Ειδικότερα, θα παρουσιαστεί μια εκτενής μελέτη των παραπάνω θεμάτων της επιστήμης της μηχανολογίας, προκειμένου να εξαχθούν ασφαλή αποτελέσματα όσον αφορά την απόκριση και τη γενική συμπεριφορά της πτέρυγας σε συνδυασμό μεθόδων καταπονήσεων.

Οι τρόποι φόρτισης και στήριξης των δοκών μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής: την απλή αμφιέρειστη δοκό, τη πρόβολο και τη συνεχή δοκό.

Η απλή αμφιέρειστη δοκός στηρίζεται στα δύο άκρα της με στήριξη και κύλιση αντίστοιχα. Ως αμφιέρειστη δοκός μπορεί να χαρακτηριστεί το τμήμα κάθε οριζόντιου γραμμικού φορέα που εκτείνεται μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων μηδενικής ροπής όπως είναι απλές στηρίξεις ή σημεία καμπής [1].

Η πρόβολος είναι μια δοκός πακτωμένη στο ένα άκρο και ελεύθερη στο άλλο, ενώ η συνεχής δοκός είναι μια υπερστατική κατασκευή που στηρίζεται σε περισσότερα από δύο στηρίγματα και της οποίας ο άξονας είναι συνεχής γραμμή.

Στη παρούσα εργασία θα επικεντρωθούμε στην ανάλυση του εντατικού πεδίου, των παραμορφώσεων και των μετατοπίσεων μίας προβόλου, συγκεκριμένα της πτέρυγας ελικοπτέρου BELL HUEY 2 η οποία είναι πακτωμένη στο ένα της άκρο, ενώ αυτή, με τη σειρά της ταλαντώνεται με πολλαπλούς τρόπους.

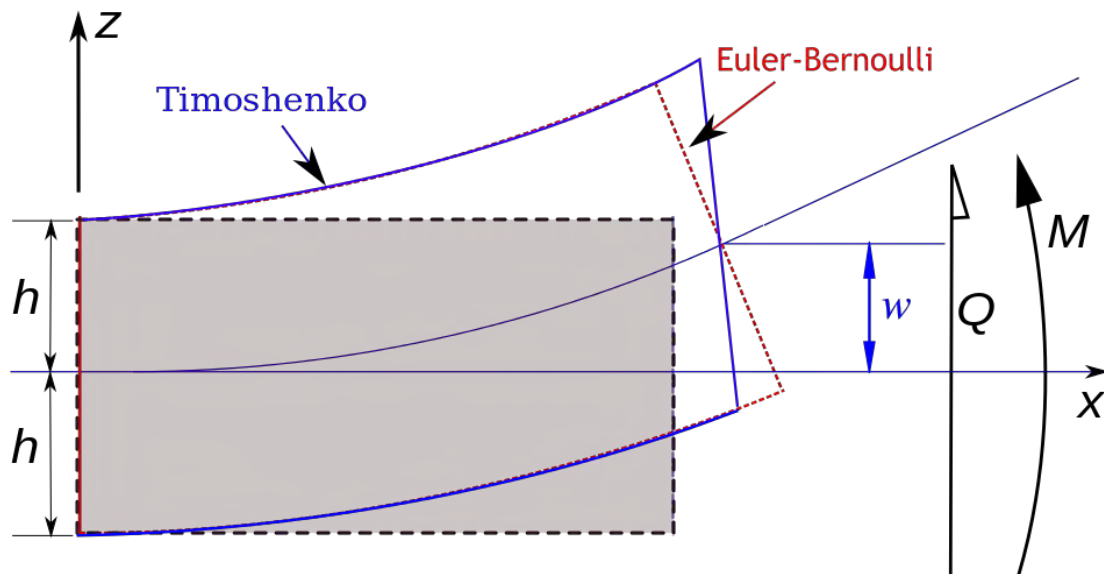
Υπάρχουν δύο είδη δοκών:

1. η δοκός Bernoulli-Euler
2. η δοκός Timoshenko

Η δοκός Bernoulli-Euler λαμβάνει υπ'όψιν κάποιες θεωρήσεις όπως ότι το ουδέτερο επίπεδο διατηρεί τη καθετότητα και την επιπεδότητά του σε σχέση με τον ουδέτερο άξονα πριν και μετά την παραμόρφωση λόγω κάμψης. Το υλικό είναι γραμμικώς ελαστικό, ομογενές και ισότροπο. Οι διατμητικές τάσεις, συνεπώς και οι παραμορφώσεις που προκύπτουν από αυτές θεωρούνται αμελητέες.

Στη δοκό Timoshenko, το ουδέτερο επίπεδο διατηρεί την επιπεδότητά του σε σχέση με τον ουδέτερο άξονα, όμως παύει να είναι κάθετο σε αυτό λόγω των συνεπειών της εισαγωγής των διατμητικών τάσεων και της συστροφής.

Για την παρούσα εργασία χρησιμοποιείται η θεώρηση Bernoulli-Euler.  
Στη παρακάτω εικόνα συγκρίνονται γραφικά οι δύο μέθοδοι:



Σχήμα 2.1. Σύγκριση των μεθόδων Bernoulli- Euler και Timoshenko  
πηγή: [https://en.wikipedia.org/wiki/Timoshenko\\_beam\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Timoshenko_beam_theory)

## 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΤΕΧΝΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΜΨΗΣ

Μια προσεγγιστική θεωρία για την επίλυση προβλημάτων δοκών υπό την επίδραση καμπτικών και τεμνουσών δυνάμεων είναι η τεχνική θεωρία κάμψης. Η τεχνική θεωρία, αρχικά, κάνει χρήση ορισμένων απλουστευμένων υποθέσεων όσον αφορά τη παραμόρφωση της δοκού, ούτως ώστε να γίνουν κάποιοι αρχικοί υπολογισμοί τάσεων – παραμορφώσεων. Ο υπολογισμός γίνεται με βάση το νόμο Hooke, περί γραμμικής ελαστικότητας.

Δύο βασικές διαφοροποιήσεις μεταξύ της τεχνικής θεωρίας κάμψης και της θεωρίας της ελαστικότητας είναι ότι δεν χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις του συμβιβαστού και ότι οι εξισώσεις ισορροπίας εφαρμόζονται πεπερασμένα σε τμήματα της δοκού και όχι σε ένα απειροστό στοιχείο.

Το επίπεδο σχήμα το οποίο δημιουργεί τη δοκό ονομάζεται ως γνωστόν διατομή της δοκού, ενώ ο άξονας είναι η καμπύλη η οποία διαγράφεται από τη κίνηση του κέντρου βάρους του επίπεδου σχήματος και της οποίας το μήκος είναι πολύ μεγαλύτερο από τις διαστάσεις του σχήματος αυτού.[1]

Ας θεωρήσουμε μια δοκό φορτισμένη με διάφορες δυνάμεις  $F_1, F_2, \dots, F_k, F_{k+1}, F_n$ .

Κάνοντας μια νοητή τομή και ανάγοντας τις δυνάμεις του ενός άκρου της δοκού ως προς το κέντρο βάρους  $C$  της διατομής προκύπτουν στο  $C$  η δύναμη  $-Q$  και η

ροπή  $M$ . Είναι προφανές ότι τα μεγέθη  $Q, M$  εξισορροπούν τις δυνάμεις  $F$ . Αν αναλυθούν τα παραπάνω μεγέθη στους άξονες της δοκού  $x, y, z$  θα έχουμε:

$$\mathbf{Q} = N\mathbf{i} + Q_y\mathbf{j} + Q_z\mathbf{k} \quad (2.1) \quad \text{και} \quad \mathbf{M} = M_x\mathbf{i} + M_y\mathbf{j} + M_z\mathbf{k} \quad (2.2)$$

Ως γνωστόν το μέγεθος  $N$  ονομάζεται αξονική δύναμη της δοκού ενώ τα  $Q_y, Q_z$  ονομάζονται τέμνουσες δυνάμεις. Το  $M_x$  ονομάζεται ροπή στρέψης της δοκού ενώ τα  $M_y, M_z$  ροπές κάμψης ως προς τους άξονες  $y, z$ .

Το διάνυσμα τάσεως  $\mathbf{t}$  που επιδρά στους άξονες  $x, y, z$  είναι το ακόλουθο:

$$\mathbf{t} = \sigma_x\mathbf{i} + \tau_{xy}\mathbf{j} + \tau_{xz}\mathbf{k} \quad (2.3)$$

Συνεπώς, μπορούμε να συνάγουμε από τα παραπάνω πως:

$$N = \iint \sigma_x dF \quad (2.4)$$

$$Q_y = \iint \tau_{xy} dF \quad (2.5)$$

$$Q_z = \iint \tau_{xz} dF \quad (2.6)$$

$$M_x = \iint \tau_{xz}y - \tau_{xy}z dF \quad (2.7)$$

$$M_y = \iint \sigma_x z dF \quad (2.8)$$

$$M_z = - \iint \sigma_x y dF \quad (2.9)$$

Συνεπώς ο υπολογισμός του εντατικού πεδίου των δοκών εξαρτάται από τον υπολογισμό των τάσεων που ασκούνται στις διατομές αυτών.

Η τεχνική θεωρία βασίζεται στην ικανότητα θεσπίσεων παραδοχών που ανταποκρίνονται ρεαλιστικά στο πρόβλημα. Από τη στιγμή που τεθούν οι σωστές παραδοχές απλοποίησης βρίσκονται οι μετατοπίσεις χρησιμοποιώντας τις ανωτέρω παραδοχές. Εν συνεχεία υπολογίζονται οι παραμορφώσεις με βάση τις μετατοπίσεις. Μετέπειτα υπολογίζονται τα πεδία τάσεων μέσω του νόμου Hooke για γραμμικώς ελαστικά υλικά.

## 2.2 ΚΑΘΑΡΗ ΚΑΜΨΗ ΔΟΚΟΥ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

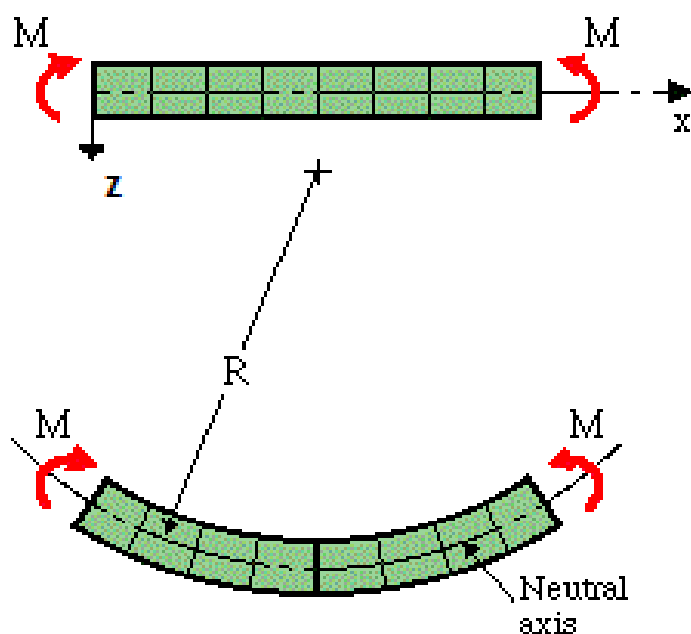
Το εντατικό πεδίο που αναπτύσσεται σύμφωνα με τις παραπάνω εξισώσεις της σελ. 5 είναι το εξής:

$$M_y \neq 0, N = Q_y = Q_z = M_x = M_z = 0 \quad (2.10)$$

x- άξονας: άξονας που διατρέχει την δοκό κατά μήκος

z-άξονας : άξονας συμμετρίας της δοκού (στην πειραματική διάταξη είναι με ανάποδη φορά από αυτήν που απεικονίζεται)

y-άξονας: κάθετος άξονας στον z



Σχήμα 2.2. Απεικόνιση της κάμψης συμμετρικής δοκού.  
πηγή: [http://strengthandstiffness.com/6\\_beams/page\\_6b.htm](http://strengthandstiffness.com/6_beams/page_6b.htm)

Στη προκειμένη περίπτωση θεωρούμε ότι η καμπτική ροπή είναι σταθερή καθ'όλο το μήκος της δοκού, ότι η τέμνουσα είναι μηδενική και ότι:

$$\int y dA = \int z dA = 0 \quad (2.11)$$

και

$\int I_{yz} = 0$  (2.12) , επιλέγουμε δηλαδή τον προσανατολισμό y,z έτσι ώστε να συμπίπτει με τις κύριες κατευθύνσεις του τανυστή των ροπών αδρανείας.

Συνεπώς,

$\vec{M} = M_y \vec{e}_y$  (2.13) , με πιθανή λύση που να ικανοποιεί τις εξισώσεις ισορροπίας, τις εξισώσεις Beltrami-Michell και τις συνοριακές συνθήκες την ακόλουθη:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ η οποία είναι ανεξάρτητη της θέσεως στη δοκό}$$

λόγω ομοιόμορφης κατανομής των τάσεων, δηλαδή η λύση είναι ανεξάρτητη του  $x$  λόγω διαμήκους ισορροπίας.

Επειδή το σύστημα είναι ελαστικό υπάρχει μία μόνο λύση για το πρόβλημά μας. Συνεπώς,

$$\rightarrow \text{οι εξισώσεις ισορροπίας } \sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0 \quad (2.14),$$

ικανοποιούνται εκ ταυτότητος

$$\rightarrow \text{οι εξισώσεις Beltrami-Michell } \sigma_{ij,kk} + \frac{1}{1+\nu} \sigma_{kk,ij} = 0 \quad (2.15),$$

$$\text{ικανοποιούνται εκτός από } \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial y \partial z} \quad (2.16)$$

από τις οποίες προκύπτει ότι  $\sigma_{xx}(y, z) = \alpha + \beta y + \gamma z$ , όπου  $\alpha, \beta, \gamma = \text{ct}$

$\rightarrow$  η συνοριακή συνθήκη  $\sigma \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$ , (2.17) ικανοποιείται, ενώ οι συνοριακές συνθήκες στην άκρη της διατομής έχουν ως εξής:

$$\int \sigma_{xx} dA = 0 \quad (2.18)$$

$$\int z \sigma_{xx} dA = M_y \quad (2.19)$$

$$-\int y \sigma_{xx} dA = M_z = 0 \quad (2.20)$$

$$\text{Από } \int \sigma_{xx} dA = 0 \Rightarrow \alpha A + \beta \int y dA + \gamma \int z dA = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$\text{Από } \int z \sigma_{xx} dA = M_y \Rightarrow \int z(\beta y + \gamma z) dA = M_y \Rightarrow \beta = \frac{\int zy dA}{\int y^2 dA} +$$

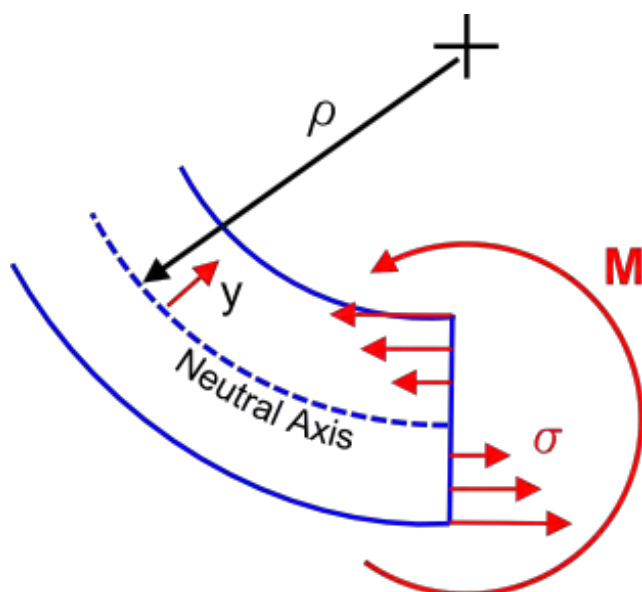
$$\gamma \frac{\int zy^2 dA}{\int y^2 dA} = M_y \Rightarrow \gamma = \frac{M_y}{I_{yy}}$$

$$\text{Από } -\int y \sigma_{xx} dA = 0 \Rightarrow \beta = 0$$

$$\text{Συνεπώς, η λύση είναι η: } \sigma_{xx}(z) = \frac{M_y}{I_{yy}} z \quad (2.21)$$

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \epsilon_{xx} \end{bmatrix}, \text{ όπου } \epsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E} = \frac{M_y}{EI_{yy}} z \quad (2.22)$$

Ουδέτερο άξονα, ονομάζουμε την υλική ίνα της δοκού η οποία δεν υπόκειται ούτε σε θλίψη ούτε σε εφελκυσμό. Ο ουδέτερος άξονας συμπίπτει με τον x-άξονα.

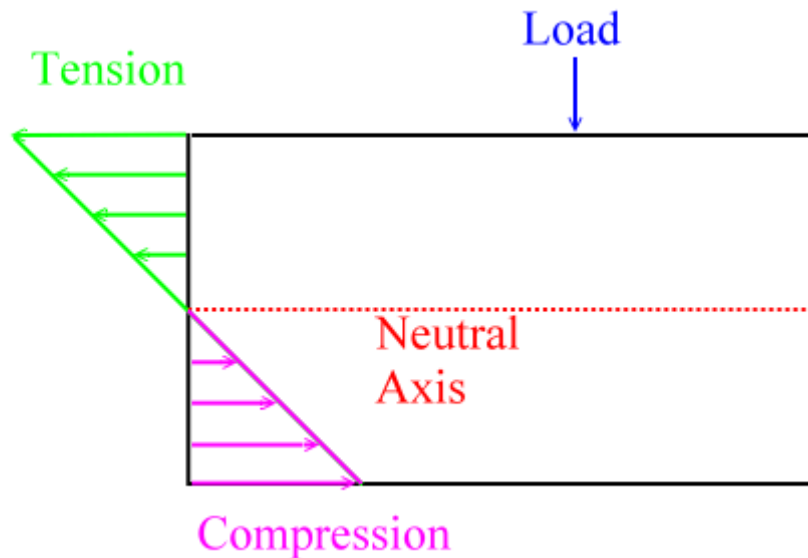


Σχήμα 2.3. Απεικόνιση του ουδέτερου άξονα κατά τη κάμψη.  
πηγή: <http://www.continuummechanics.org/cm/beambending.html>

Συνεπώς το μήκος της υλικής ίνας του ουδέτερου άξονα παραμένει σταθερό, διαχωρίζοντας το μέρος που υπόκειται σε θλίψη από εκείνο που υπόκειται σε εφελκυσμό. Το επίπεδο στο οποίο το  $z=0$ , ονομάζεται ουδέτερο επίπεδο. Η τομή του ουδέτερου επιπέδου με μια διατομή της δοκού ονομάζεται ουδέτερη γραμμή. Αναλυτικότερα,

$$\sigma_{xx} = 0 \text{ για } z = 0, \sigma_{xx} > 0 \text{ για } z > 0, \sigma_{xx} < 0 \text{ για } z < 0$$

Η παραδοχή θετικής φοράς είναι για  $M_y > 0$  για  $z > 0$ , τότε η  $\sigma_{xx}$  χαρακτηρίζεται ως εφελκυστική.



Σχήμα 2.4. Ακόμη μια απεικόνιση των τάσεων κατά τη κάμψη.  
πηγή: [http://www.propdesigner.co.uk/html/neutral\\_axis.html](http://www.propdesigner.co.uk/html/neutral_axis.html)

Είναι φανερό πως η κάμψη αποτελεί συνδυασμό δύο καταπονήσεων, του εφελκυσμού και της θλίψης.

$$|\sigma_{xx}|_{max} = \text{μέγιστη απόσταση από τον ουδέτερο άξονα} = \frac{|M_y|}{I_{yy}} z_{max}$$

Η ροπή αντίστασης σε κάμψη ορίζεται ως  $W_b = \frac{I_{yy}}{z_{max}} [m^3]$

Συνεπώς, η μέγιστη τάση  $|\sigma_{xx}|_{max} = \frac{|M_y|}{W_b}$  (2.23)

Το μέγεθος  $I_{yy}$  εκφράζει τη ροπή αδρανείας ως προς την ουδέτερη γραμμή που είναι κάθετη στο επίπεδο της καμπτικής ροπής, δηλαδή κάθετη στο επίπεδο xz. Επιπλέον, ορίζονται τα εξής:

$$\sigma_{xx,max\_tension} = \frac{M_y}{I_{yy}} z_1 = \text{ύψος εφελκυσόμενης ζώνης} = \frac{M_y}{W_{bt}}$$

$$\sigma_{xx,max\_compression} = \frac{M_y}{I_{yy}} z_2 = \text{ύψος θλιβόμενης ζώνης} = \frac{M_y}{W_{bc}}$$

καθώς και οι συντελεστές χρησιμοποίησης της διατομής:

$$S_t = \frac{W_{bt}}{A} \quad , \quad S_c = \frac{W_{bc}}{A} \quad (2.24)$$

Όπως είναι φυσικό, για συμμετρική διατομή δοκού οι δύο παραπάνω συντελεστές είναι ίσοι,  $W_{bt} = W_{bc}$ .

Όσο μεγαλύτεροι είναι οι συντελεστές χρησιμοποίησης της διατομής-S, τόσο πιο πολύ διατάσσουμε το υλικό σε πιο απομακρυσμένες θέσεις από το κέντρο βάρους του, συνεπώς η αντοχή του υλικού σε κάμψη αυξάνεται.

Για να βρεθούν οι μετατοπίσεις στο παραπάνω πρόβλημα κάμψης, πρέπει να ολοκληρωθούν οι έξι ακόλουθες κινηματικές εξισώσεις, λαμβάνοντας υπ'όψιν στις συνοριακές συνθήκες ότι στο ένα άκρο έχω πάκτωση:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.25)$$

Συνοριακές συνθήκες πάκτωσης:

- $\mathbf{u}(0,0,0)=\mathbf{0} \Rightarrow c_1 = c_2 = c_3 = 0$

- $\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$

Συνεπώς οι όροι της ολόσωμης κίνησης απαλείφονται, και καταλήγουμε στις ακόλουθες εξισώσεις, οι οποίες περιγράφουν την καθαρή κάμψη με πάκτωση:

$$u_x(x, z) = \frac{M_y}{EI_{yy}} xz \quad (2.26)$$

$$u_y(y, z) = -\nu \frac{M_y}{EI_{yy}} yz \quad (2.27)$$

$$u_z(x, y, z) = -\frac{M_y}{2EI_{yy}} [x^2 - \nu(y^2 - z^2)] \quad (2.28)$$

Ο τανυστής κλίσεως των παραμορφώσεων, εκφράζεται ως εξής:

$$\left[ \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \begin{bmatrix} cz & 0 & cx \\ 0 & -\nu cz & -\nu cy \\ -cx & \nu cy & -\nu cz \end{bmatrix}, \text{ όπου } c = \frac{M_y}{EI_{yy}} \quad (2.29)$$

Με τη παραδοχή ότι οι ποσότητες  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  είναι πολύ μικρότερες της μονάδας.

## 2.3 ΒΕΛΟΣ ΚΑΜΨΗΣ

Ο ουδέτερος άξονας είναι η υλική ίνα που βρίσκεται κατά μήκος του x-άξονα με τα  $y, z = 0$ .

Επομένως, οι παραμορφώσεις του ουδέτερου άξονα είναι οι εξής:

$$u_x = u_y = 0$$

$$u_z = -\frac{M_y}{2EI_{yy}} x^2$$

Οι παραπάνω εξισώσεις επιβεβαιώνουν τις παραδοχές που είχαν ειπωθεί νωρίτερα, ότι δηλαδή το μήκος του ουδέτερου άξονα δεν αλλάζει με την

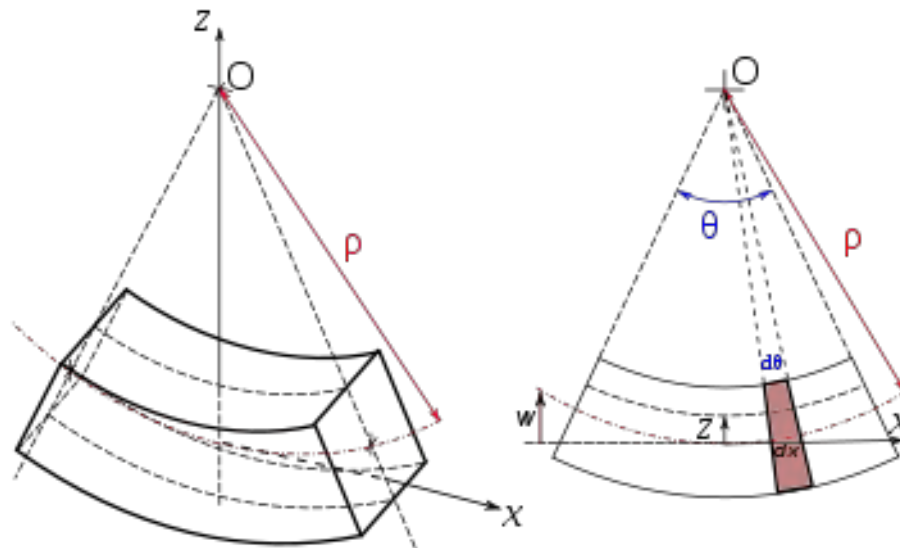


παραμόρφωση και ότι διατηρούνται η επιπεδότητα και η καθετότητα των διατομών.

Βέλος κάμψης, ονομάζεται η παραμόρφωση κατά τον άξονα z:

$$w(x) = -\frac{M_y}{2EI_{yy}} x^2 \quad (2.30)$$

## 2.4 ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΟΥΔΕΤΕΡΟΥ ΑΞΟΝΑ



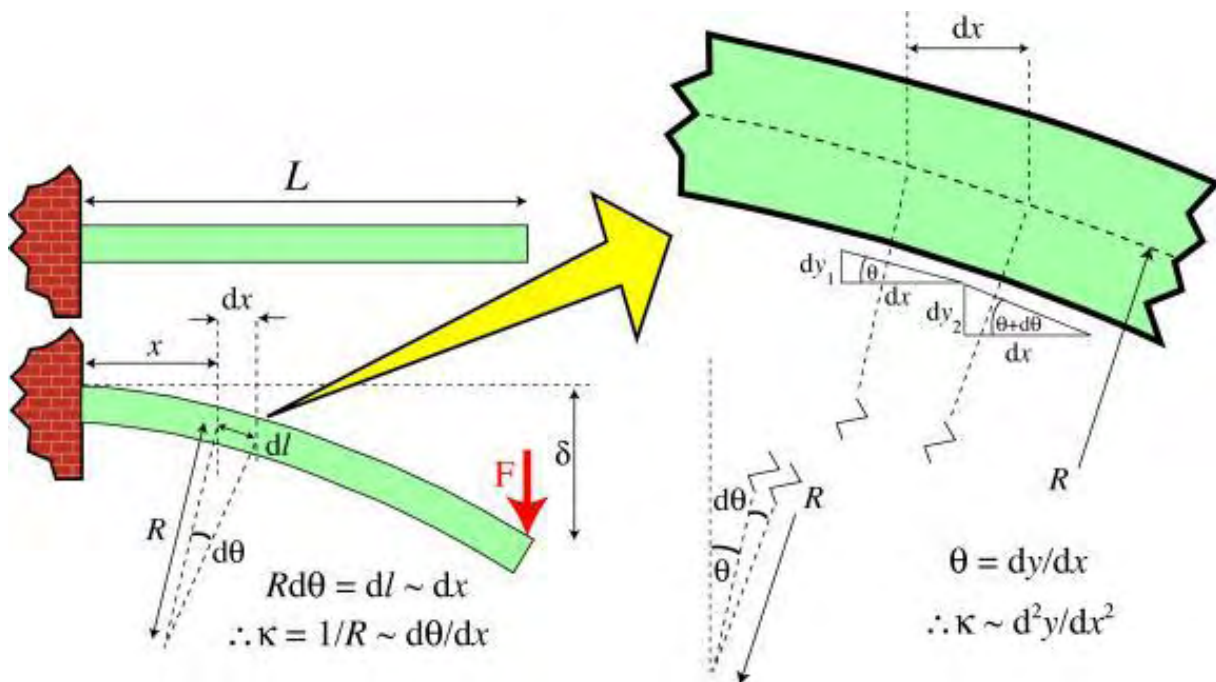
Σχήμα 2.5. Απεικόνιση της ακτίνας καμπυλότητας κατά τη κάμψη δοκού.  
πηγή: [https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%E2%80%93Bernoulli\\_beam\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%E2%80%93Bernoulli_beam_theory)

$$\kappa = R^{-1} = \frac{d^2 z'}{dx'^2} \bigg/ \left[ 1 + \frac{dz'^2}{dx'^2} \right]^{3/2} = -\frac{c}{(1 + c^2 x'^2)^{3/2}} = -\frac{c}{(1 + c^2 x'^2)^{3/2}}$$

με βάση τη παραδοχή:  $cx = O(\varepsilon), \varepsilon \ll 1 \Rightarrow$

$$\kappa = R^{-1} = -c = -\frac{d^2 z}{dx'^2} = \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M_y}{EI_{yy}} = ct \quad (2.31)$$

Με δεδομένο ότι η καμπυλότητα είναι σταθερή, ο ουδέτερος άξονας είναι τόξο κύκλου. Συνεπώς όλες οι ίνες παράλληλες στον ουδέτερο άξονα είναι τόξα κύκλου διαφορετικής καμπυλότητας [1].



Σχήμα 2.6. Απεικόνιση του βέλους κάμψεως και τις ακτίνας καμπυλότητας σε πρόβολο.  
πηγή: [http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/beam\\_bending/printall.php](http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/beam_bending/printall.php)

## 2.5 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΗ

Όπως είναι ήδη γνωστό από τα παραπάνω, κατά τη μελέτη της καθαρής κάμψης ευθύγραμμης δοκού, οι παράλληλες ίνες ως προς τον άξονα της δοκού καμπυλώνονται μετά την επιβολή της κάμψης[1]. Η μορφή της καμπύλης την οποία λαμβάνει ο ευθύγραμμος άξονας της δοκού είναι η λεγόμενη ελαστική γραμμή. Όπως έχει ήδη ειπωθεί, οι τεταγμένες της ελαστικής γραμμής με αφετηρία τον άξονα της δοκού, ονομάζονται βέλη κάμψεως. Είναι ευνόητο πως ο προσδιορισμός της ελαστικής γραμμής έχει μεγάλη σημασία στις πρακτικές εφαρμογές.

Όπως είδαμε και στο παραπάνω υποκεφάλαιο περί ακτίνας καμπυλότητας του ουδέτερου άξονα, γνωρίζουμε ότι ισχύει το εξής:

$k = -M/EI$ , όπου  $M$  η ροπή κάμψης στην αντίστοιχη θέση του άξονα της δοκού,  $I$  η ροπή αδράνειας της διατομής της δοκού ως προς την ουδέτερη γραμμή και  $E$  το μέτρο ελαστικότητας του υλικού της δοκού.

Το αρνητικό πρόσημο στη παραπάνω σχέση περί καμπυλότητας δικαιολογείται από το γεγονός ότι για θετική ροπή κάμψης  $M$  η ελαστική γραμμή στέφει τα κοίλα προς τα άνω, πράγμα που σημαίνει ότι η καμπυλότητά της στο σύστημα  $Axz$  ή  $Axy$  (ανάλογα το σύστημα συντεταγμένων που έχουμε λάβει) με θετικό τον ημιάξονα  $Az$  ή  $Ay$  αντίστοιχα προς τα κάτω είναι αρνητική.

Αναλυτικότερα,

$$\frac{du}{dx} = \vartheta, \text{ η κλίση}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} \Rightarrow \text{η καμπυλότητα}$$

$u \Rightarrow$  η ελαστική γραμμή

$$w''(x) = -\frac{M_y(x)}{EI_{yy}} \Rightarrow \text{βέλος κάμψης} \Rightarrow u'' = \frac{d^2u}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -k$$

$$k = \frac{d^2u}{dx^2}, \quad \frac{d^2u}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad \text{συνεπώς } M = -kEI$$

Οι συνθήκες πάκτωσης της δοκού στο σημείο πακτώσεως A είναι οι εξής:

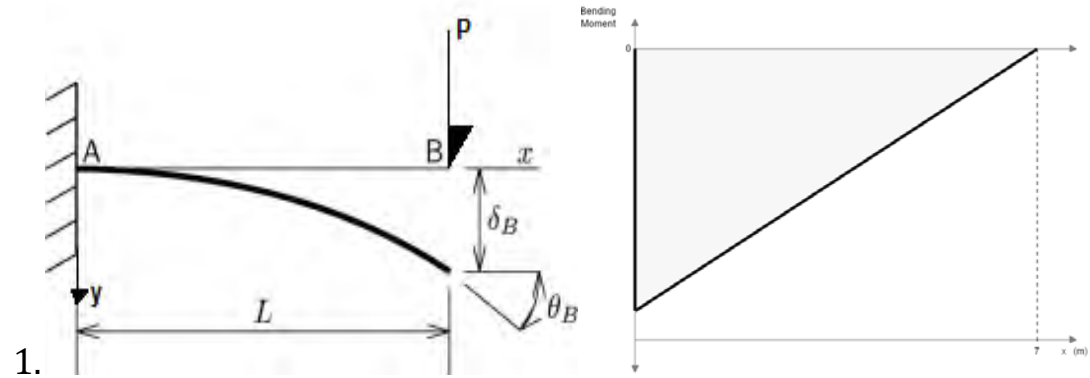
$$u_A = 0, \quad \left. \frac{du}{dx} \right|_A = 0 \quad (2.32)$$

Οι συνθήκες συνέχειας της ελαστικής γραμμής σε ένα σημείο της m σύμφωνα με τη παραδοχή Bernoulli (μονοσήμαντο βέλος κάμψης και μονοσήμαντη κλίση) είναι οι ακόλουθες:

$$u_{1m} = u_{2m}, \quad \left. \frac{du_1}{dx} \right|_m = \left. \frac{du_2}{dx} \right|_m \quad (2.33)$$

Αναλυτικότερα, είναι γνωστό από τη θεωρία ότι για σημειακό φορτίο, το διάγραμμα ροπών είναι γραμμική συνάρτηση, ενώ για κατανεμημένο φορτίο, το διάγραμμα γίνεται συνάρτηση δευτέρου βαθμού. Η κυρτότητα της δοκού μεταβάλλεται με γραμμικό τρόπο στη περίπτωση σημειακού φορτίου επιβαλλόμενο στην άκρη της δοκού, με αποτέλεσμα το ελεύθερο άκρο της δοκού, επειδή έχει μηδενική ροπή, να έχει μηδενική καμπυλότητα [18]. Επιπροσθέτως, όταν σημειακό φορτίο ασκείται σε τυχαίο σημείο επί της δοκού και όχι στο ελεύθερο άκρο της, το τμήμα από τη δύναμη ως το ελεύθερο άκρο καμπυλώνεται πάλι γραμμικώς αλλά σε μεγαλύτερο βαθμό [1].

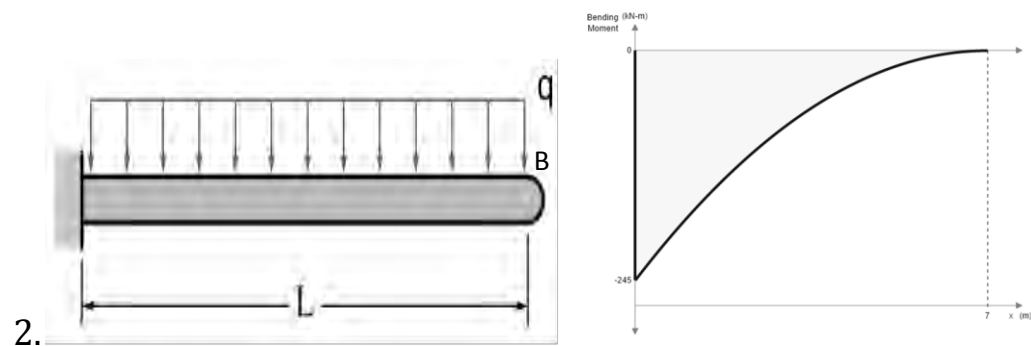
### 2.5.1 ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΓΙΑ ΠΡΟΒΟΛΟ ΣΥΝΟΔΕΥΟΜΕΝΑ ΑΠΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΠΩΝ



$$u = \frac{P}{6EI}(3Lx^2 - x^3) \quad (2.34)$$

$$u_B = \frac{PL^3}{3EI} \quad (2.35)$$

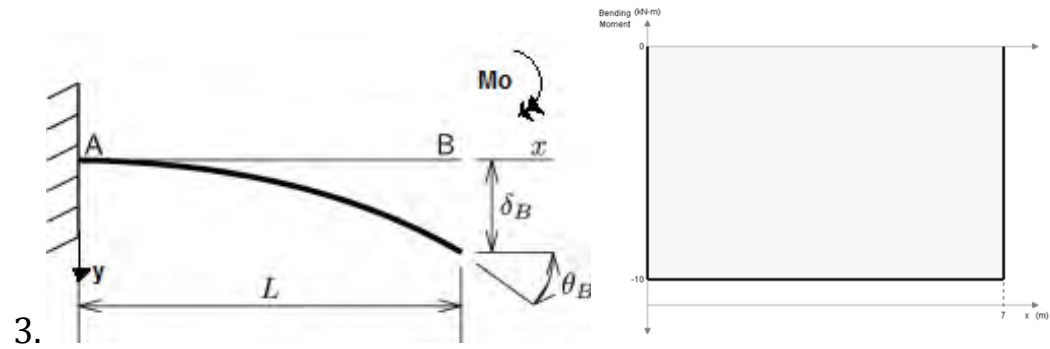
$$\vartheta_B = \frac{PL^2}{2EI} \quad (2.36)$$



$$u = \frac{qx^2}{24EI}(6L^2 - 4Lx + x^2) \quad (2.37)$$

$$u_B = \frac{qL^4}{8EI} \quad (2.38)$$

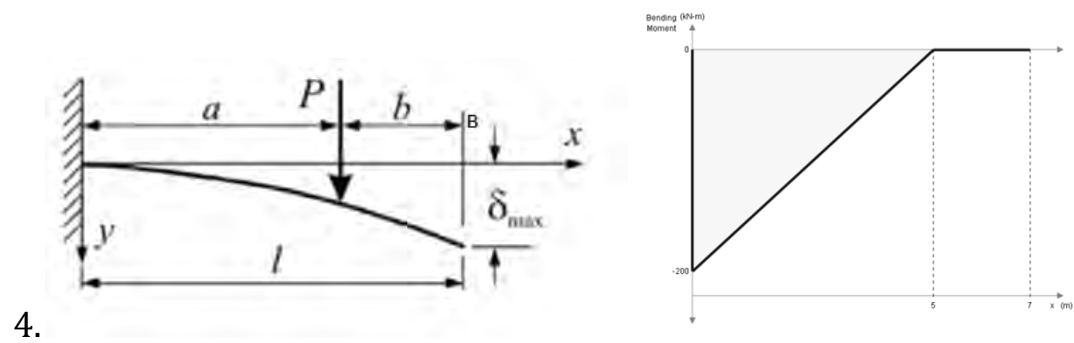
$$\vartheta_B = \frac{qL^3}{6EI} \quad (2.39)$$



$$u = \frac{M_o x^2}{2EI} \quad (2.40)$$

$$u_B = M_o L^2 / 2EI \quad (2.41)$$

$$\vartheta_B = M_o L / EI \quad (2.42)$$



$$u = \frac{Px^2}{6EI} (3a - x) \quad 0 < x < a$$

$$u = \frac{Pa^2}{6EI} (3x - a) \quad a < x < l \quad (2.43)$$

$$u_B = \frac{Pa^2}{6EI} (3l - a) \quad (2.44)$$

$$\vartheta_B = \frac{Pa^2}{2EI} \quad (2.45)$$

## 2.5.2 Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ

Από τη γραμμική μορφή της διαφορικής γραμμής της ελαστικής γραμμής συνάγεται η ισχύς της αρχής της επαλληλίας.

Το ολικό βέλος κάμψης  $u$  της δοκού στην οποία ασκούνται μεμονωμένα φορτία  $q_1, q_2, \dots, q_n$  και προκαλούν βέλη κάμψης  $u_1, \dots, u_n$  είναι το άθροισμα όλων των βελών κάμψεως  $u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

## 2.6 ΛΟΞΗ ΚΑΜΨΗ $M^l = M_y e_y + M_z e_z$ (2.47)

Η λοξή κάμψη μελετάται με τις ίδιες βασικές παραδοχές που αφορούν την κάμψη συμμετρικών δοκών. Αυτό σημαίνει ότι ισχύει η επιπεδότητα και η καθετότητα των διατομών καθώς επίσης και η ανεξαρτησία παραμόρφωσης για οποιαδήποτε ίνα της δοκού [1].

Συνεπώς και στη περίπτωση της λοξής κάμψης έχουμε την ύπαρξη ουδέτερες γραμμής. Οι δύο βασικές διαφορές που καθορίζουν την ύπαρξη λοξής ή καθαρής κάμψης είναι οι εξής:

- α) Η δοκός δεν έχει συμμετρική διατομή
- β) Η δοκός έχει συμμετρική διατομή, τα φορτία όμως που προκαλούν τη κάμψη δεν ασκούνται στο επίπεδο συμμετρίας της δοκού. Συνεπώς το διάνυσμα της ροπής κάμψης στις διατομές της δοκού δεν είναι κάθετο στον άξονα συμμετρίας των δοκών αυτών.

**Όταν ισχύει ένα απ'τα παραπάνω, τότε αντιμετωπίζουμε λοξή κάμψη.**

Στη καθαρή κάμψη η διατομή της δοκού έχει έναν άξονα συμμετρίας και τα φορτία που προκαλούν τη κάμψη της δοκού ασκούνται στο επίπεδο συμμετρίας της.

Όπως φαίνεται παρακάτω η λοξή κάμψη μέσω της επαλληλίας των λύσεων αναλύεται σε δύο είδη κάμψεως τα  $M_y$  και  $M_z$ .

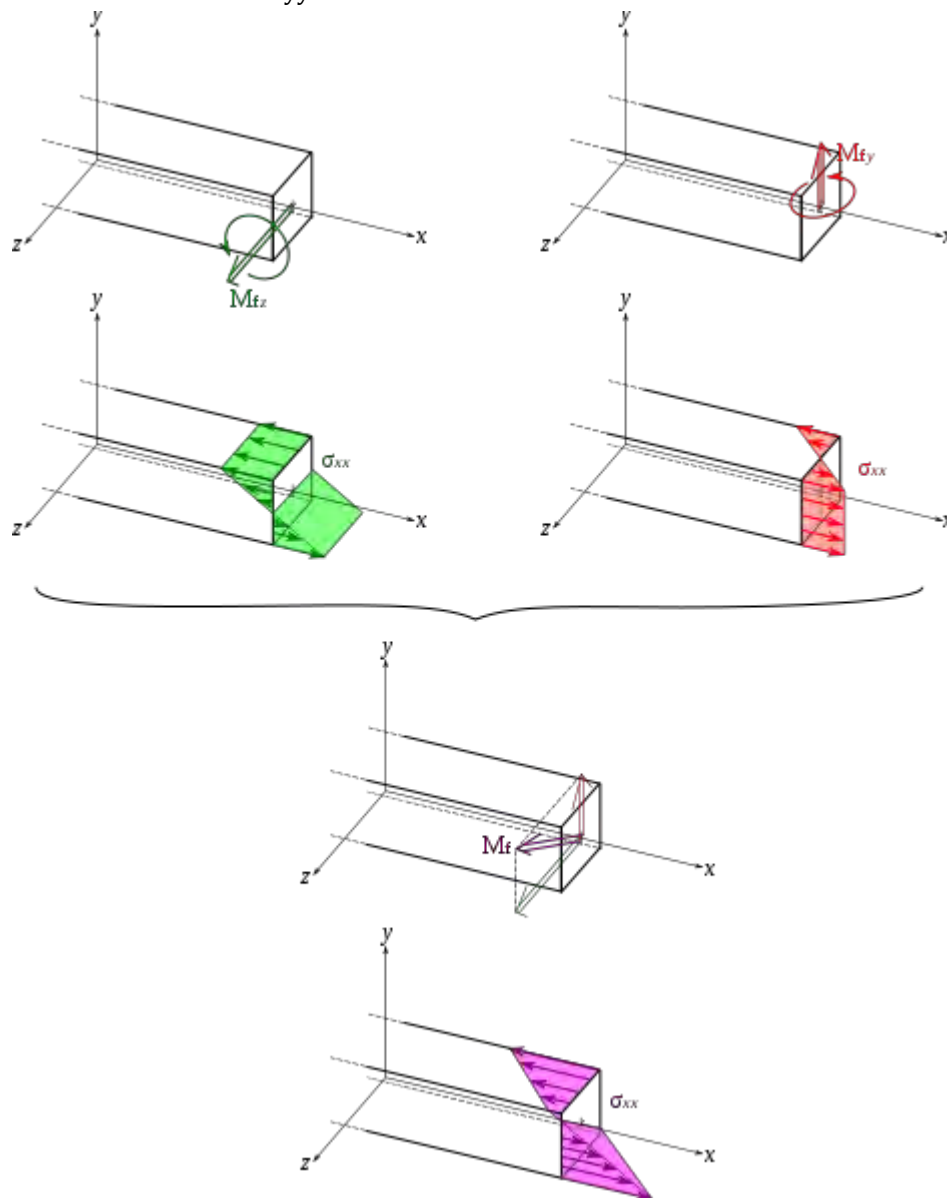
Για κεντρικό και κύριο σύστημα συντεταγμένων, η λύση έχει ως εξής:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(y, z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{xx}(y, z) = \frac{M_y}{I_{yy}} z - \frac{M_z}{I_{zz}} y \quad (2.48)$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{xx}(y, z) = \frac{\sigma_{xx}}{E} = \frac{M_y}{EI_{yy}} z - \frac{M_z}{EI_{zz}} y \quad (2.49)$$



Σχήμα 2.7. Απεικόνιση της απλής επαλληλίας λύσεων για τη λοξή κάμψη.  
πηγή: <https://en.wikipedia.org/wiki/Bending>

Οι μετατοπίσεις στους άξονες x,y,z για συνθήκες πάκτωσης, είναι οι εξής:

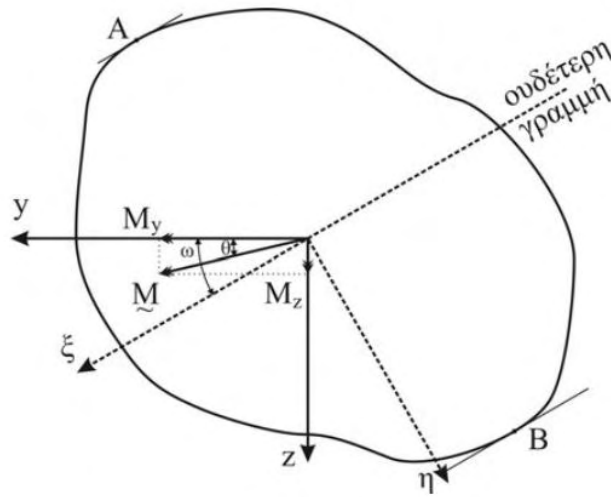
$$u_x(x, y, z) = \frac{M_y}{EI_{yy}} xz - \frac{M_z}{EI_{zz}} xy \quad (2.50)$$

$$u_y(x, y, z) = -\nu \frac{M_y}{EI_{yy}} yz + \frac{M_z}{2EI_{zz}} [x^2 - \nu(z^2 - y^2)] \quad (2.51)$$

$$u_z(x, y, z) = -\frac{M_y}{2EI_{yy}} [x^2 - \nu(y^2 - z^2)] + \nu \frac{M_z}{2EI_{zz}} yz \quad (2.52)$$

Η εξίσωση ουδέτερης γραμμής διέρχεται από το κέντρο βάρους της διατομής και τη χωρίζει σε δύο τμήματα: το εφελκυστικό και το θλιπτικό.

$$\sigma_{xx}(y, z) = \frac{M_y}{I_{yy}} z - \frac{M_z}{I_{zz}} y = 0 \Rightarrow \frac{z}{y} = \frac{M_z}{M_y} \frac{I_{yy}}{I_{zz}} \quad (2.53)$$



Σχήμα 2.8. Γραφική αναπαράσταση της ουδέτερης γραμμής σε κεντρικό και κύριο σύστημα συντεταγμένων που υπόκειται σε λοξή κάμψη.

πηγή: Εμμανουήλ Ε. Γδούτου, Αντοχή των Υλικών, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 2004.

Για κεντρικό και μη κύριο σύστημα συντεταγμένων η ροπή αδρανείας  $I_{xy} \neq 0$  και η λύση έχει ως εξής:

$$\beta = \frac{1}{\Delta} (M_y' I_{yz}'' - M_z' I_{yy}'')$$

$$\gamma = \frac{1}{\Delta} (M_y' I_{yz}'' - M_z' I_{yy}'')$$

$$\Delta = I_{yy} I_{zz} - I_{yz}^2 > 0 \quad (2.54)$$

Η εξίσωση της ουδέτερης γραμμής είναι η ακόλουθη:

$$\sigma_{xx}(y', z') = \beta y' + \gamma z' = 0 \Rightarrow \frac{z'}{y'} = -\frac{\beta}{\gamma} \quad (2.55)$$



$$\tan \omega = \frac{M_z I_{yy}}{M_y I_{zz}} \quad (2.56)$$

$$\tan \theta = \frac{M_z}{M_y} \quad (2.57)$$

$$\tan \theta = \frac{I_{zz}}{I_{yy}} \tan \omega \quad (2.58)$$

Σε αυτό το σημείο, αξίζει να σημειωθεί πως η ουδέτερη γραμμή δεν συμπίπτει με τη κατεύθυνση του διανύσματος της ροπής, εκτός από:

$$\begin{cases} \theta = 0 \\ \theta = \pm 90 \\ \theta = \pm 180 \end{cases} \quad \text{και } I_{zz} = I_{yy} \quad \text{τότε } \boxed{\omega = \theta}$$

## 2.7 ΡΟΠΕΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

Η ροπή αδράνειας είναι ένα μέγεθος της μηχανικής, ανάλογο της μάζας και εκφράζει την αδράνεια ενός σώματος στη μεταβολή της περιστροφικής του κίνησης γύρω από τον εξεταζόμενο άξονα.

Οι μονάδες της ροπής αδράνειας στο διεθνές σύστημα SI είναι το  $kg \cdot m^2$ . Η γενική αλγεβρική σχέση που εκφράζει τη ροπή αδράνειας είναι η εξής:

$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$  (2.59) , όπου  $m_i, r_i$  = η μάζα και η απόσταση του  $i$ -οστού σωματιδίου από τον άξονα περιστροφής του [2].

Στη περίπτωση συνεχούς κατανομής μάζας έχοντας στερεό με δεδομένη πυκνότητα μάζας  $\rho(r)$ , η εξίσωση έχει ως εξής:

$$I = \int \rho(r) r^2 d^3r . \quad (2.60)$$

Αν υποθέσουμε μοναδιαία πυκνότητα σώματος,  $\rho=1$  και ότι  $V$  είναι ο όγκος του υλικού, τότε είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι ροπές αδράνειας ως προς τους άξονες ενός τρισσορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων  $Oxyz$ , σύμφωνα με τα παρακάτω.

Έχουμε λοιπόν τα εξής:

$$I_{xx} = \int y^2 + z^2 dV \quad (2.61)$$

$$I_{yy} = \int x^2 + z^2 dV \quad (2.62)$$

$$I_{zz} = \int x^2 + y^2 dV \quad (2.63)$$

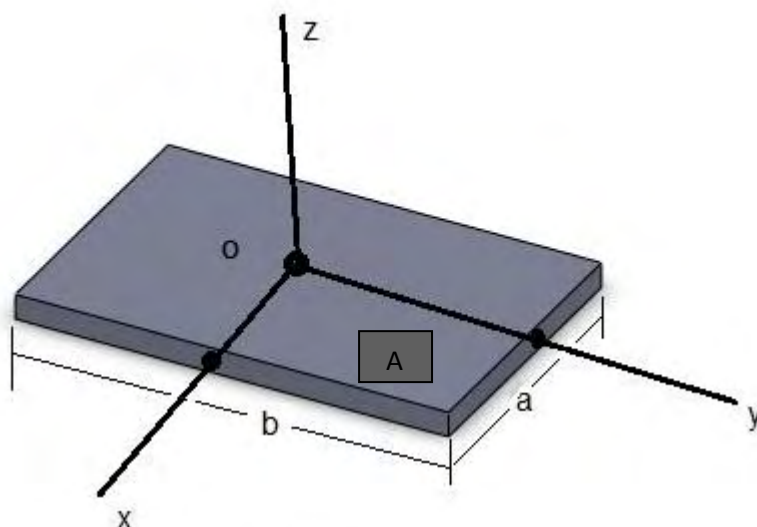
$$I_{xy} = - \int xy dV \quad (2.64)$$

$$I_{yz} = - \int yz dV \quad (2.65)$$

$$I_{zx} = - \int zx dV \quad (2.66)$$

### 2.7.1 ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

Ροπή αδράνειας μιας επιφάνειας  $A$ , είναι το όριο της ροπής αδράνειας ενός λεπτόφυλλου σώματος που το πάχος του τείνει στο μηδέν και έχει σταθερή μάζα ανά μονάδα επιφάνειας.



$$I_x = \frac{1}{12}mb^2$$

$$I_y = \frac{1}{12}ma^2$$

$$I_z = \frac{1}{12}m(a^2+b^2)$$

© sbainvent.com

Σχήμα 2.9. Τρισσορθόγωνιο σύστημα συντεταγμένων σε επιφάνεια απειροστού πάχους.  
πηγή: <http://pixshark.com/moment-of-inertia-sphere.htm>

Θεωρούμε ότι οι άξονες  $Ox$ ,  $Oy$  είναι στο επίπεδο της επιφάνειας  $A$ , ενώ ο άξονας  $Oz$  είναι κάθετος σε αυτήν. Συνεπώς, όλα τα σημεία της επιφάνειας θα έχουν  $z=0$  και οι συνιστώσες του τανυστή αδράνειας  $\mathbf{I}$  θα είναι οι εξής:

$$I_{xx} = \int y^2 dA \quad (2.67)$$

$$I_{xy} = - \int xy dA \quad (2.68)$$

$$I_{xz} = 0 \quad (2.69)$$

$$I_{yx} = - \int yx dA \quad (2.70)$$

$$I_{yy} = \int x^2 dA \quad (2.71)$$

$$I_{yz} = 0 \quad (2.72)$$

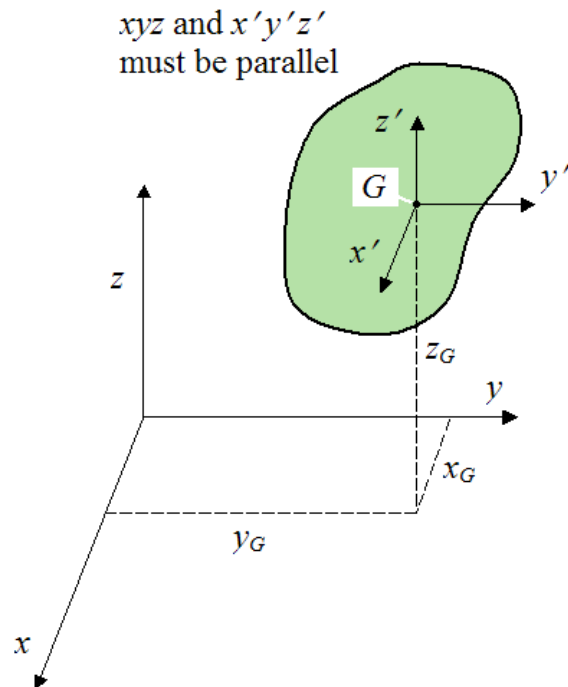
$$I_{zx} = 0 \quad (2.73)$$

$$I_{zy} = 0 \quad (2.74)$$

$$I_{zz} = \int (x^2 + y^2) dA \quad (2.75)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις παρατηρούμε ότι τα γινόμενα αδράνειας  $I_{zx}$ ,  $I_{zy}$  είναι μηδέν για κάθε τρισσορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων  $Oxyz$  στο οποίο οι άξονες  $Ox$ ,  $Oy$  βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με την επιφάνεια  $A$ , όπως φαίνεται και από το σχήμα, με τον άξονα  $z$  να είναι κάθετος ως προς αυτήν. Το σύστημα  $Oxyz$  ονομάζεται και κύριο σύστημα αδράνειας όταν η ροπή  $I_{xy}$  μηδενίζεται λόγω της θέσης των αξόνων  $x$  και  $y$ . Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί πως κάθε άξονας συμμετρίας μιας διατομής είναι ταυτόχρονα και κύριος άξονας αδράνειας. Επίσης το  $I_{zz}$  ονομάζεται πολική ροπή αδράνειας και ισούται με το άθροισμα  $I_{xx} + I_{yy}$ .

## 2.7.2. ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΑΞΟΝΩΝ – ΘΕΩΡΗΜΑ STEINER



Σχήμα 2.10. Θεώρημα παράλληλων αξόνων.

πηγή: <http://www.real-world-physics-problems.com/parallel-axis-and-parallel-plane-theorem.html>

Ουσιαστικά, το θεώρημα παράλληλων αξόνων είναι το εξής:

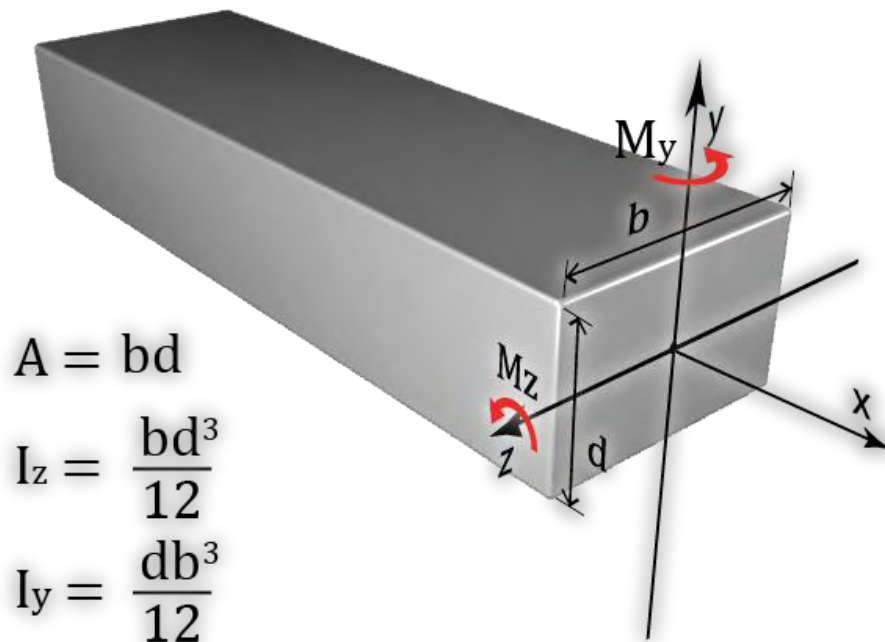
$$[I^0] = [I^G] + A \begin{bmatrix} y_G^2 & -x_G y_G & 0 \\ -y_G x_G & x_G^2 & 0 \\ 0 & 0 & x_G^2 + y_G^2 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Ακολουθεί ένα απλό παράδειγμα, όπου ο κάθετος άξονας στην επιφάνεια δεν είναι ο z αλλά ο x:

$$I_{zz} = \int y^2 dA = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} dz \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} y^2 dy = \frac{bd^3}{12}$$

$$I_{yy} = \int z^2 dA = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} z^2 dz \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} dy = \frac{db^3}{12}$$

$$I_{xx} = I_{zz} + I_{yy} = \frac{1}{12} bd(b^2 + h^2)$$

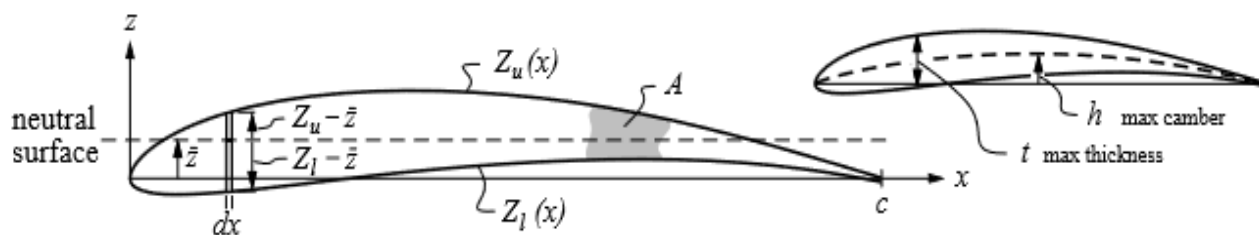


Σχήμα 2.11. Γραφική αναπαράσταση του προβλήματος.  
[http://www.setareh.arch.vt.edu/safas/007\\_fdmtl\\_13\\_geometric\\_properties\\_of\\_areas.html](http://www.setareh.arch.vt.edu/safas/007_fdmtl_13_geometric_properties_of_areas.html)

Όμως, στη προκειμένη περίπτωση, μας ενδιαφέρει η ροπή αδράνειας μιας αεροτομής τύπου NACA 0012 και όχι μιας ορθογωνικής δοκού.

Η θεωρία που θα χρησιμοποιηθεί βασίζεται στις παραδόσεις του καθηγητή Mark Drela και των συνεργατών του στο πανεπιστήμιο του MIT.

Στη παρούσα εργασία είναι απαραίτητο να υπολογιστεί η κάθετη μετατόπιση της συμμετρικής πτέρυγας NACA 0012 ελικοπτέρου τύπου Bell Huey. Για να επιτευχθεί το συγκεκριμένο εγχείρημα χρειάζεται να γνωρίζουμε το γινόμενο  $EI(x)$ . Δηλαδή το μέτρο ελαστικότητας της πτέρυγας καθώς και την κατανομή της ροπής αδράνειας ως προς τον x-άξονα με βάση το παρακάτω γράφημα. Η ροπή αδράνειας της πτέρυγας είναι μια πολύπλοκη διαδικασία που περιλαμβάνει την χρήση επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων κατά μήκος του προφίλ της πτέρυγας, που όμως μπορεί να απλοποιηθεί όπως θα δούμε στη συνέχεια.



Σχήμα 2.12. Απεικόνιση προφίλ μιας γενικευμένης πτέρυγας με το σύστημα συντεταγμένων της.

πηγή: Area and Bending Inertia of Airfoil Sections, Unified Teaching Staff, MIT, 2006

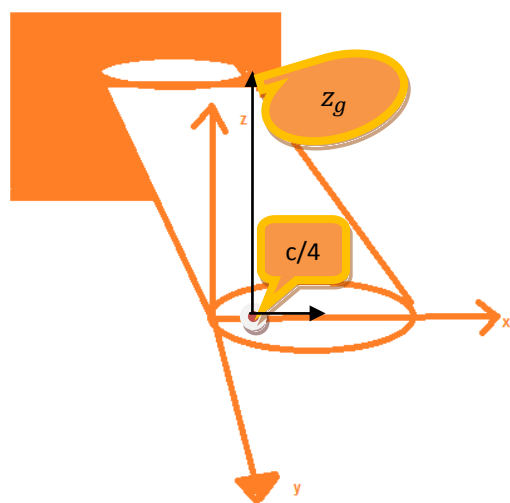
Για τη ροπή αδράνειας, χρειάζεται να ολοκληρωθούν οι συντεταγμένες της πτέρυγας όπως ακολουθεί [3]:

$$A = \int_0^c [Z_u - Z_l] dx \quad (2.77)$$

$$\bar{z} = \frac{1}{A} \int_0^c \frac{1}{2} [Z_u^2 - Z_l^2] dx \quad (2.78)$$

$$I = \int_0^c \frac{1}{3} [(Z_u - \bar{z})^3 - (Z_l - \bar{z})^3] \quad (2.79)$$

Οι παραπάνω σχέσεις υποθέτουν ότι η μετατόπιση λόγω κάμψης θα συμβεί στον z-άξονα (κάθετη μετατόπιση), το οποίο ισχύει όταν ο x-άξονας είναι παράλληλος στη χορδή της πτέρυγας.



Σχήμα 2.13. Τρισδιάστατη απλοποιημένη απεικόνιση της πακτωμένης πτέρυγας ελικοπτέρου NACA 0012 με το σύστημα συντεταγμένων σύμφωνα με τα παραπάνω και το αεροδυναμικό της κέντρο, οι άξονες διαφέρουν από της πειραματικής διάταξης του εργαστηρίου.

Χάριν απλοποίησης [3] οι σχέσεις μπορούν να απλοποιηθούν στις παρακάτω:

$$t = \max\{Z_u(x) - Z_l(x)\} \quad (2.80)$$

$$h = \max\{[Z_u(x) - Z_l(x)]/2\} \quad (2.81)$$

$$\tau = \frac{t}{c} \quad (2.82)$$

$$\varepsilon = \frac{h}{c} \quad (2.83)$$

$$A \cong K_A c t = K_A c^2 \tau \quad (2.84)$$

$$I \cong K_I c t(t^2 + h^2) = K_I c^4 \tau(\tau^2 + \varepsilon^2) \quad (2.85)$$

Όπου  $K_A, K_I$  ονομάζονται συντελεστές αναλογίας και είναι ίσοι με:

$$K_A \leftarrow \frac{1}{\tau c^2} \int_0^c [Z_u - Z_l] dx \quad (2.86)$$

$$K_I \leftarrow \frac{1}{c^4 \tau(\tau^2 + \varepsilon^2)} \int_0^c \frac{1}{3} [(Z_u - \bar{z})^3 - (Z_l - \bar{z})^3] dx \quad (2.87)$$

Εκτιμώντας τις παρακάτω εκφράσεις των  $K_A, K_I$  ως αποτέλεσμα για τις κοινές αεροτομές έχουμε:

$$K_A \cong 0,60$$

$$K_I \cong 0,036$$

Των οποίων η ακρίβεια είναι εκπληκτικά κοντά στην ακρίβεια των αριθμητικών εξισώσεων και γι' αυτό το λόγο προτιμούνται κατά κόρον.

Επιπλέον, αν θελήσουμε να εκφράσουμε τη ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο μάζας, τότε αρκεί να εφαρμόσουμε το θεώρημα Steiner ή παράλληλων αξόνων, ως εξής:

$$I^O = I^G + Ax_G^2 \Rightarrow I^G = I^O - A \frac{c^2}{16}$$

Συνεπώς, με βάση τα τεχνικά δεδομένα προκύπτει:

$$I \cong K_I c t(t^2 + h^2) = 0,036 * 0,53 * 0,065(0,065^2 + 0,0325^2) = 6,54981 * 10^{-6} m^4 \text{ ή } 654,981 cm^4$$

$$A \cong K_A c t = 0,60 * 0,53 * 0,065 = 0,02067 m^2 \text{ ή } 206,7 cm^2$$



## 2.8 Η ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΜΙΑ ΑΕΡΟΤΟΜΗ ΚΑΙ Η ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΗΣ ΠΤΗΣΗΣ

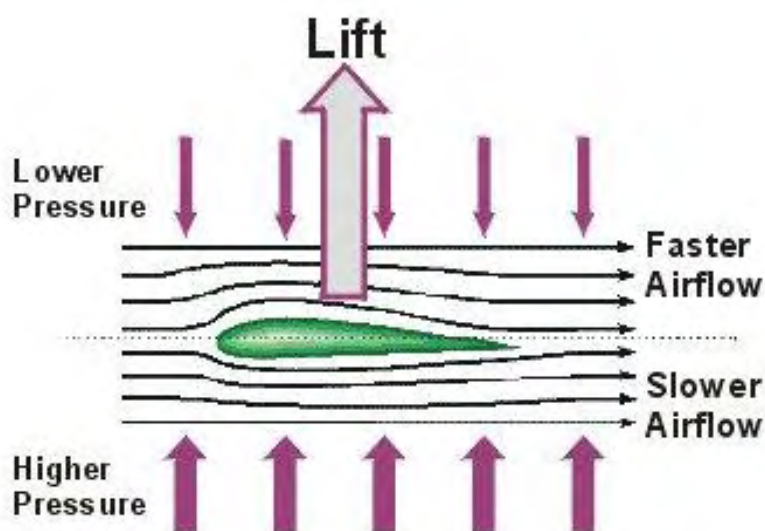
Αεροδυναμικά σώματα, θεωρούνται εκείνα τα σώματα που κινούνται μέσα σε ένα ρευστό εξασκώντας μικρή αντίσταση [4]. Με άλλα λόγια θεωρούνται τα σώματα εκείνα όπου η κάθετη διάσταση στη διεύθυνση κίνησης καταλαμβάνει μικρό ποσοστό σε σχέση με τη διάσταση που βρίσκεται παράλληλα στη ροή. Σε αυτά τα σώματα η δυναμική άνωση είναι τουλάχιστον μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από την αντίσταση [4].

Γενικότερα ένα σώμα θεωρείται αεροδυναμικό όταν το πηλίκο της κάθετης διεύθυνσής του στη κίνηση (πάχος  $-t$ ) ως προς τη παράλληλη διεύθυνσή του (χορδή- $c$ ) είναι  $t/c \leq 0.3$ .

Στις πτέρυγες των αεροσκαφών μας ενδιαφέρουν ταυτόχρονα δύο πράγματα: πρώτον η όσο το δυνατόν μικρότερη παραμόρφωση της ροής και δεύτερον η απόκτηση της μέγιστης δυναμικής άνωσης του φορτίου μέσω του κατάλληλου σχεδιασμού των πτερύγων.

Λόγω του σχήματος των αεροτομών η ταχύτητα αέρα πάνω από αυτές είναι αυξημένη και η ταχύτητα αέρα κάτω από αυτές είναι μειωμένη, με αποτέλεσμα να δημιουργείται διαφορά πιέσεων που εξηγείται με το νόμο Bernoulli. Ουσιαστικά η άνωση είναι η διαφορά πιέσεων μεταξύ της κάτω και της πάνω πτέρυγας.

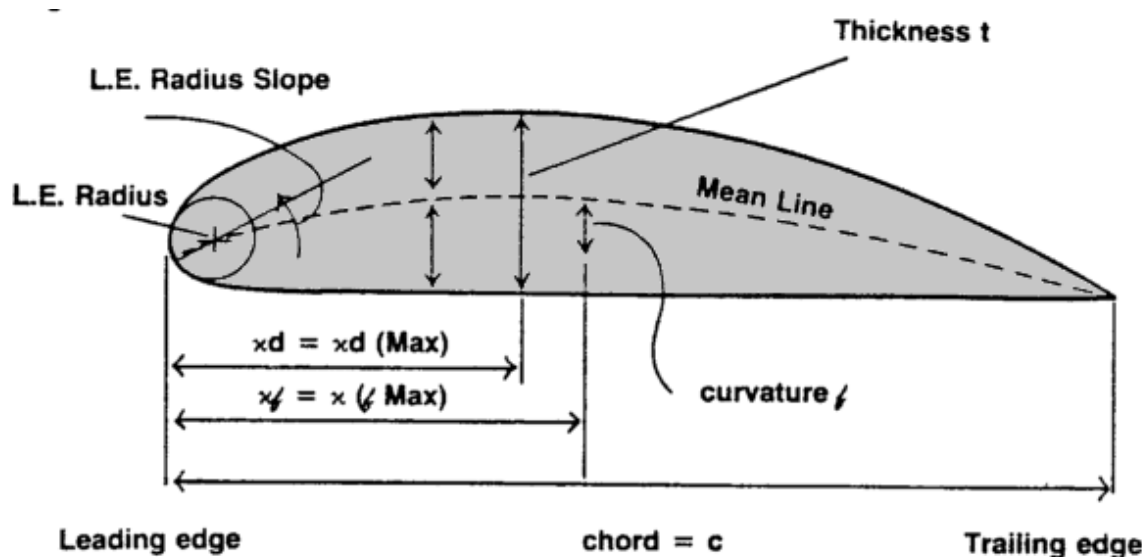
$$\text{Νόμος Bernoulli: } \frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 + P_{\infty} = \frac{1}{2}\rho U_1^2 + P_1 \quad (2.88)$$



Σχήμα 2.1 Γραφική απεικόνιση των ροϊκών γραμμών γύρω από μια πτέρυγα.  
πηγή: <https://theboard.byu.edu/questions/59677/>

Για υποηχητικές πτέρυγες οι αεροτομές είναι στρογγυλεμένες μπροστά και έχουν οξείες ακμές πίσω. Με τη πρόσδοση πάχους στην αεροτομή και με το στρογγύλευμα της ακμής προσβολής η ροή διατηρείται προσκολλημένη για μεγαλύτερες γωνίες προσβολής και η δυναμική άνωση αυξάνει κατά κόρον. Με την πρόσδοση κυρτότητας δημιουργείται μια μη συμμετρική αεροτομή με επίσης αυξημένη δυναμική άνωση. Φυσικά υπερβολικά παχιές αεροτομές φέρνουν αντίθετο αποτέλεσμα, όπως αύξηση της αντίστασης, δηλαδή αύξηση σε προωθητική δύναμη και κόστος πρόωσης [4].

Η ονοματολογία των αεροτομών μας δείχνει τα χαρακτηριστικά τους, όπως φαίνεται από το σχήμα που ακολουθεί:



Σχήμα 2.25. Γραφική απεικόνιση των κυρίων χαρακτηριστικών των αεροτομών.

πηγή: <http://exp-aircraft.com/library/heintz/airfoils.html>

Αναλυτικότερα, η κατανομή πάχους δίνεται από τη σχέση:

$$Z^t(x) = \frac{1}{2}(Z_u - Z_l) \quad (2.89)$$

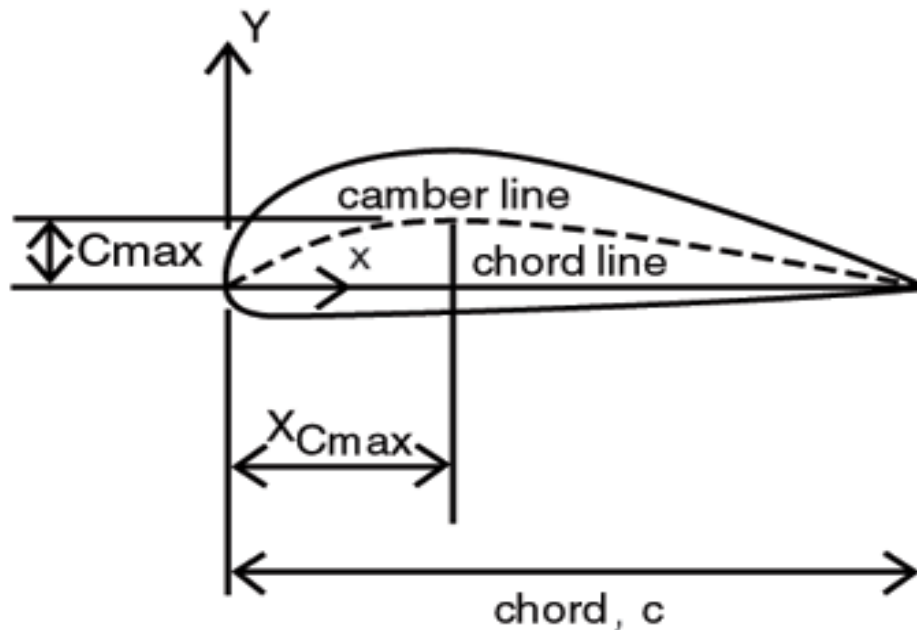
Η διανομή κυρτότητας δίνεται από τη σχέση:

$$Z^s(x) = \frac{1}{2}(Z_u + Z_l) \quad (2.90)$$

όπου  $Z_u, Z_l$  είναι οι συντεταγμένες της πάνω (upper) και κάτω (lower) επιφάνειας της αεροτομής.

Επιπλέον, το πάχος δίνεται από τη σχέση:  $t = Z^u - Z^l$  και το ύψος από τη σχέση:  $h = Z^u + Z^l/2$ . (2.91)

Χορδή ονομάζεται η ευθεία γραμμή που ενώνει το κέντρο καμπυλότητας της μύτης της αεροτομής με την οξεία ακμή φυγής. Εκεί όπου η χορδή τέμνει τη μύτη λέγεται ακμή προσβολής.



Σχήμα 2.3. Η αεροτομή και τα βασικά της χαρακτηριστικά.

πηγή: <http://www.akit.ca/NACA4Bkgrnd.html>

Αρχικά οι αεροτομές ήταν εξαιρετικά λεπτές και με μεγάλη κυρτότητα, μιμούμενες τα φτερά των πουλιών. Οι συγκεκριμένες αεροτομές ήταν κατάλληλες για χαμηλές ταχύτητες. Οι πρώτες αεροτομές παρουσιάστηκαν από τους Lilienthal (1889) και Eiffel (1910). Ακολούθησαν οι αδερφοί Wright, των οποίων οι αεροτομές εξακολουθούσαν να είναι λεπτές και κυρτές. Κατά το 1921-1925 αναπτύχθηκαν οι αεροτομές Gottingen με σημαντικότερη την Go-535, καθώς και οι Clark-Y και Raf-34.

Καθοριστικό παράγοντα στην εξέλιξη των αεροτομών αποτέλεσε η θεωρία των αεροτομών Joukowski με τη χρήση του σύμμορφου μετασχηματισμού [5].

Με την εφαρμογή του σύμμορφου μετασχηματισμού επιτράπηκε η μελέτη της επίδρασης του πάχους της αεροτομής και της μέσης γραμμής στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά όπως αυτά εκφράζονται με τους συντελεστές άνωσης  $C_L$  και ροπής  $C_M$ .

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} \quad (2.92)$$

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S c} \quad (2.93)$$

$$\text{όπου } S, \text{ span ή επέκταση της αεροτομής: } S=bc \quad (2.94)$$

Συστηματοποίηση των γνώσεων πάνω στις αεροτομές αποτέλεσε η σειρά NACA 4 ψηφίων που παρουσιάστηκε το 1913. Στη σειρά αυτή το μέγιστο πάχος της αεροτομής βρίσκεται στο 30% της χορδής, η δε μέση γραμμή αποτελείται από δύο παραβολές με κοινή εφαπτόμενη στο σημείο τομής τους. Παράμετροι που καθορίζουν μονοσήμαντα την αεροτομή είναι η θέση της μέγιστης κυρτότητας, η μέγιστη κυρτότητα της μέσης γραμμής καθώς και το μέγιστο πάχος της

αεροτομής. Η γνωστότερη αεροτομή της οικογένειας αυτής είναι η 4412. Τα ψηφία 4412 υποδηλώνουν:

$$h/c = 0.04, \quad x_h/c = 0.4, \quad t/c = 0.12 = \delta_{max}$$

Δηλαδή, το μέγιστο ύψος αποτελεί το 4% και βρίσκεται στο 40% της χορδής με το ύψος να αποτελεί το 12% και να βρίσκεται στο 30% της χορδής.

Εμείς, στη παρούσα εργασία θα μελετήσουμε πτέρυγα NACA 0012, το οποίο δείχνει συμμετρική πτέρυγα με  $t/c = 0.12$ .

Η διανομή του πάχους στις συγκεκριμένες πτέρυγες δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$y_t = \frac{\delta_{max}}{20} \left[ 0.2969 \sqrt{\frac{x}{c}} - 0.126 \frac{x}{c} - 0.3516 \left( \frac{x}{c} \right)^2 + 0.2483 \left( \frac{x}{c} \right)^3 - 0.015 \left( \frac{x}{c} \right)^4 \right] \quad (2.95)$$

Με τη πάροδο του χρόνου οι αεροτομές NACA βελτιώθηκαν σε 5 και σε 6 ψηφία. Οι αεροτομές NACA με 5 ψηφία έχουν τη θέση της μέγιστης κυρτότητας της μέσης γραμμής όσο το δυνατό πιο μπροστά ούτως ώστε να αυξηθεί ο μέγιστος συντελεστής άνωσης της αεροτομής. Η διανομή του πάχους  $y_t$  παρέμεινε η ίδια. Για το ίδιο πάχος και κυρτότητα η αεροτομή 5 ψηφίων έχει έως και 20% μεγαλύτερο συντελεστή άνωσης σχετικά με την αεροτομή των 4 ψηφίων [5]. Η πιο γνωστή αεροτομή της σειράς 5 ψηφίων είναι η αεροτομή NACA 23012.

Οι διατομές NACA 6 ψηφίων σχεδιάστηκαν με τρόπο ώστε να διατηρείται κατά το δυνατό στρωτή ροή γύρω από την αεροτομή. Τοιουτοτρόπως επιτυγχάνεται χαμηλή αντίσταση και αυξημένος κρίσιμος αριθμός Mach. Οι συγκεκριμένες αεροτομές έχουν μεταφέρει το μέγιστο πάχος τους λίγο πιο πίσω ούτως ώστε να υπάρχει δεδομένη κατανομή πίεσης με σκοπό τη καθυστέρηση της μετάβασης από τη στρωτή στη τυρβώδη ροή.

$$\text{Η άνωση δίνεται από τη σχέση: } L = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 S C_L \quad [N] \quad (2.96)$$

$$\text{Η οπισθέλκουσα από τη σχέση: } D = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 S C_D \quad [N] \quad (2.97)$$

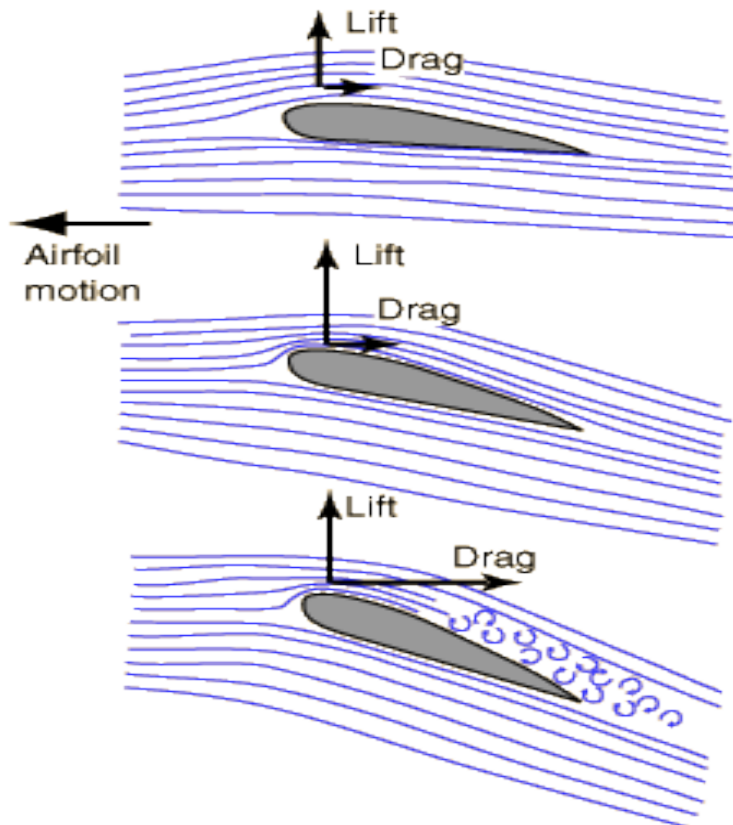
Τα μεγέθη  $C_L$ ,  $C_D$  ονομάζονται συντελεστές δυναμικής άνωσης και αντίστασης αντίστοιχα και είναι αδιάστατοι. Είναι συναρτήσεις της γεωμετρίας της πτέρυγας και των χαρακτηριστικών της ροής.

$C_L = f(\alpha, AR, Re, M, k, \overline{U_t^2}, L_f)$ , όπου  $\alpha$  = γωνία προσβολής,  $AR$  = διάταμα ( $b/c$ ),  $Re$  = αριθμός Reynolds,  $M$  = αριθμός Mach,  $k$  = τραχύτητα της επιφάνειας,  $\overline{U_t^2}$  = ένταση της τύρβης,  $L_f$  = διαμήκης ή εγκάρσια ολοκληρωτική κλίμακα της τύρβης.

Ο αριθμός Reynolds ισούται με  $U_{\infty}c/\nu$ . Όπου  $\nu$  το κινηματικό ιξώδες του αέρα,

μ/ρ. Γενικά προτιμούνται μεγάλοι αριθμοί Reynolds διότι τα οριακά στρώματα είναι πιο λεπτά και πλησιάζουν τα θεωρητικά στρώματα, διατηρώντας τα προσκολλημένα για περισσότερο καιρό σε μεγαλύτερες γωνίες προσβολής, αυξάνοντας το συντελεστή δυναμικής άνωσης [4].

Για μικρές γωνίες προσβολής  $\alpha \ll 1$  rad και λεπτή αεροτομή ο συντελεστής δυναμικής άνωσης γίνεται:  $C_L = 2\pi\alpha$ . (2.98)



Σχήμα 2.47. Γραφική απεικόνιση των ροϊκών γραμμών σε διαφορετικές ακτίνες προσβολής.

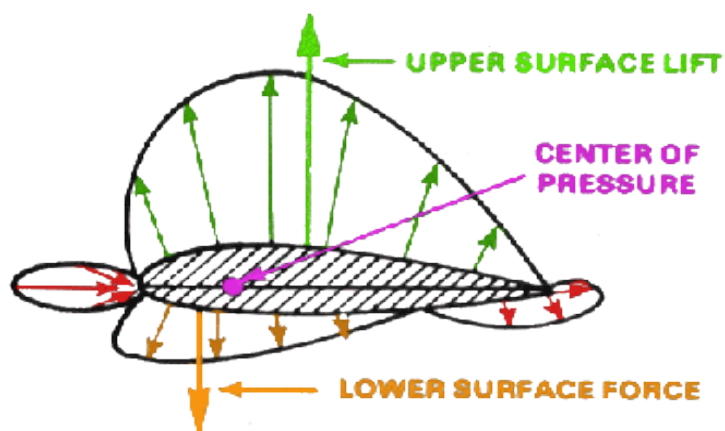
πηγή: <http://hydrogen.physik.uni-wuppertal.de/hyperphysics/hyperphysics/hbase/pber.html>

Συχνά τα L,D αναφέρονται ανά μονάδα εύρους της πτέρυγας ως εξής:

$$L = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 c C_L \quad \left[ \frac{N}{m} \right] \quad (2.99)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 c C_D \quad \left[ \frac{N}{m} \right] \quad (2.100)$$

Το σημείο εφαρμογής των δυνάμεων L,D λέγεται κέντρο πίεσης G μπορεί να κείται εκτός χορδής.



**CAMBERED AIRFOIL AT POSITIVE LIFT**

Σχήμα 2.5. Απεικόνιση της διανομής πίεσης και του κέντρου πίεσης.

πηγή: [http://www.dynamicflight.com/aerodynamics/pres\\_patterns/](http://www.dynamicflight.com/aerodynamics/pres_patterns/)

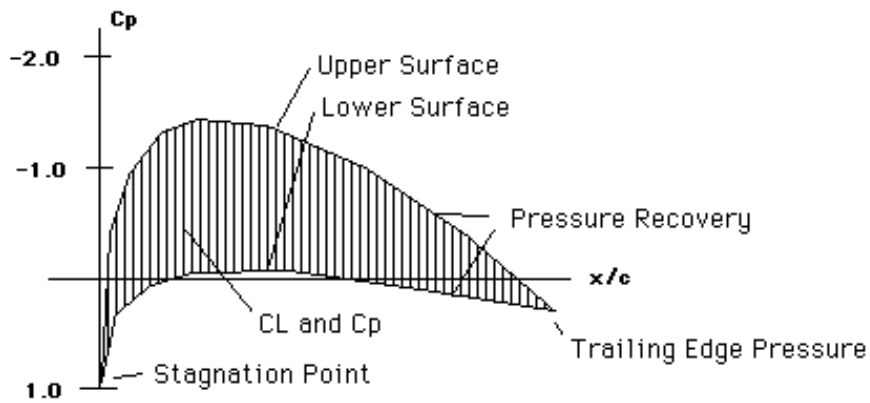
Ο συντελεστής πίεσης  $C_P = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}$  είναι αδιάστατος. (2.101)

Η ροπή M είναι θετική όταν τείνει να περιστρέψει ένα σημείο ωρολογιακά και ορίζεται ως:  $M = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S c C_M$  [Nm], (2.102)

Όπου  $C_M$  ορίζεται ο συντελεστής ροπής.

Η διανομή των πιέσεων για μικρές γωνίες προσβολής δείχνει ότι υπάρχει υπερπίεση κάτω από τη μύτη και υποπίεση πάνω από τη μύτη της πτέρυγας [4]. Σε πολύ μικρές γωνίες προσβολής οι δυνάμεις πάνω και κάτω της επιφάνειας της αεροτομής αλληλοαναιρούνται λόγω του τρόπου που διανέμονται οι πιέσεις. Επομένως το κέντρο πίεσης G βρίσκεται στο άπειρο, όμως ο συντελεστής ροπής  $C_M$  δεν είναι αναγκαστικά μηδενικός.

Ονομάζουμε αεροδυναμικό κέντρο A.C. το σημείο πάνω στη χορδή, στο οποίο η ροπή M είναι πάντα σταθερή και ανεξάρτητη από τις ποσότητες L,D,α. Σε υποηχητική ροή το αεροδυναμικό κέντρο είναι το σημείο c/4 , ενώ σε συμμετρικές πτέρυγες το αεροδυναμικό κέντρο συμπίπτει με το κέντρο πίεσης.



Σχήμα 2.69. Απεικόνιση των συντελεστών πίεσης κα δυναμικής άνωσης σε διάγραμμα αδιαστοποιημένων συντεταγμένων μιας πτέρυγας.

πηγή: <http://adg.stanford.edu/aa241/airfoils/airfoilpressures.html>

## 2.8.1 ΤΕΧΝΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΤΕΡΥΓΑΣ ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΟΥ ΤΥΠΟΥ BELL-HUEY II

ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΜΗΚΟΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ: 7m

ΕΝΕΡΓΟ ΜΗΚΟΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ :6,70m

ΧΟΡΔΗ,  $c$ :0,53m

ΠΑΧΟΣ,  $t$ :0,065m

$$t/c = 0,065 / 0,53 = 0,12$$

⇒ προκύπτει συμμετρική αεροτομή NACA 0012

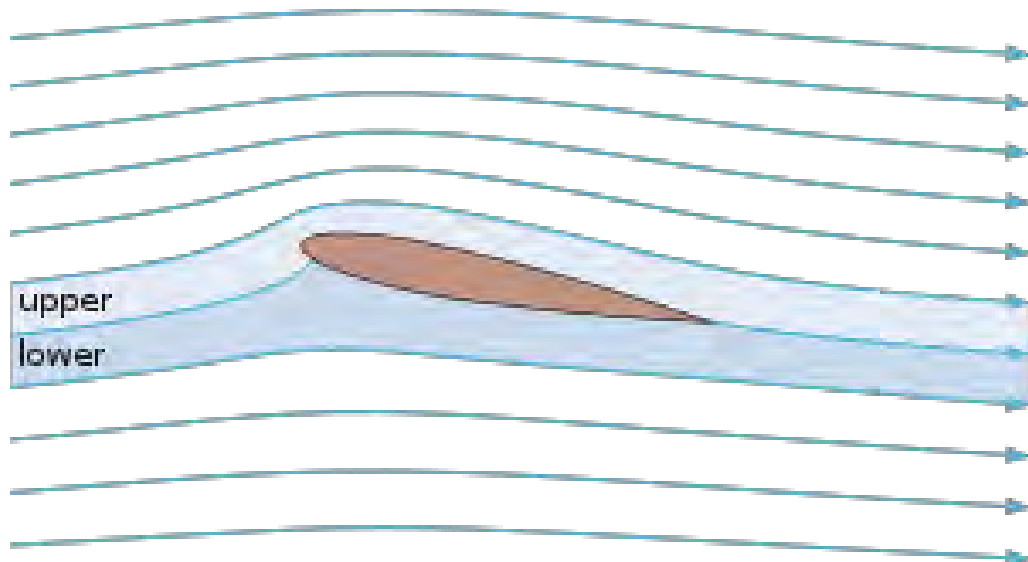
$$A.R. = b/c \sim 13$$

$$A.C. \equiv C.P. = c/4 = 0,1325m$$

Εσωτερικά της πτέρυγας, υπάρχει γέμιση από κυψελώδες εξαγωνικό πλέγμα για απορρόφηση των κραδασμών καθώς και για αύξηση του παράγοντα απόσβεσης σε συνδυασμό με τη βελτίωση της δυσκαμψίας.

Για τη πτέρυγα NACA 0012 έχουμε τα εξής δεδομένα, υπολογισμένα από το πρόγραμμα JavaFoil:

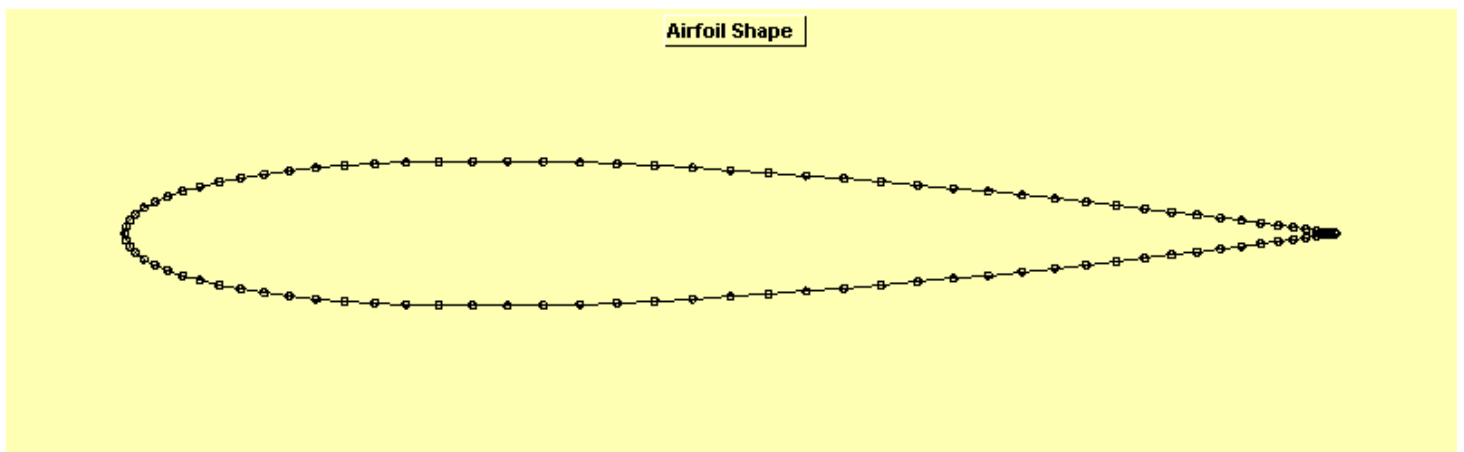
$$\alpha=4^\circ, c_L = 0.476, c_D = 0.012, M_{cr} = 0.5, c_{M 0.25} = -0.005, C_p^* = 1,532$$



Σχήμα 2.20. Απεικόνιση των ροϊκών γραμμών πτέρυγας NACA 0012 σε γωνία προσβολής  $\alpha=4^\circ$ .

πηγή: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Streamlines\\_around\\_a\\_NACA\\_0012.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Streamlines_around_a_NACA_0012.svg)

Από το πρόγραμμα JavaFoil , έχουμε τις ακόλουθες γραφικές αναπαραστάσεις:



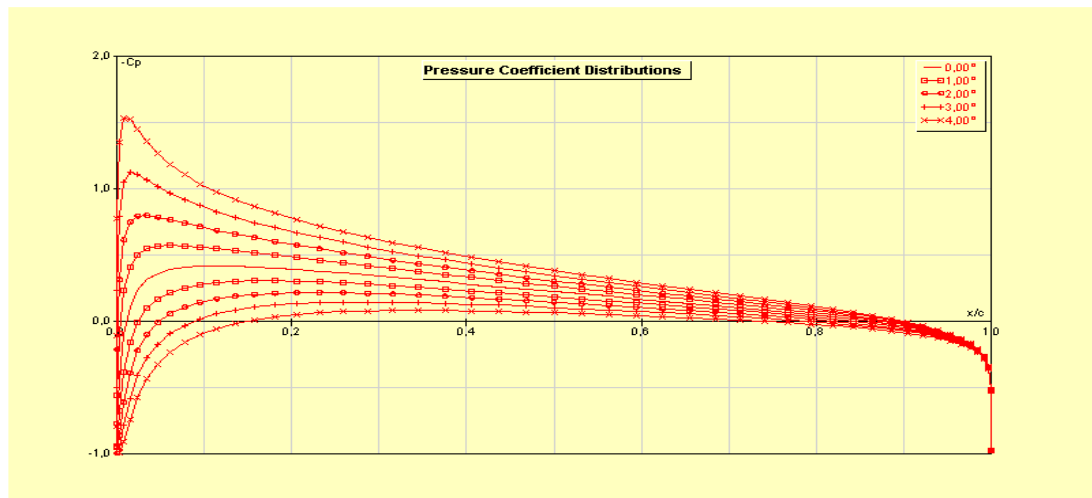
Σχήμα 2.21. Σχήμα NACA 0012 με ακρίβεια 101 σημείων.

Υπολογισμός των συντελεστών πίεσης της αεροτομής NACA 0012 με τη βοήθεια του προγράμματος JavaFoil για γωνίες προσβολής από  $0^\circ$  έως  $4^\circ$  και βήμα  $1^\circ$ .

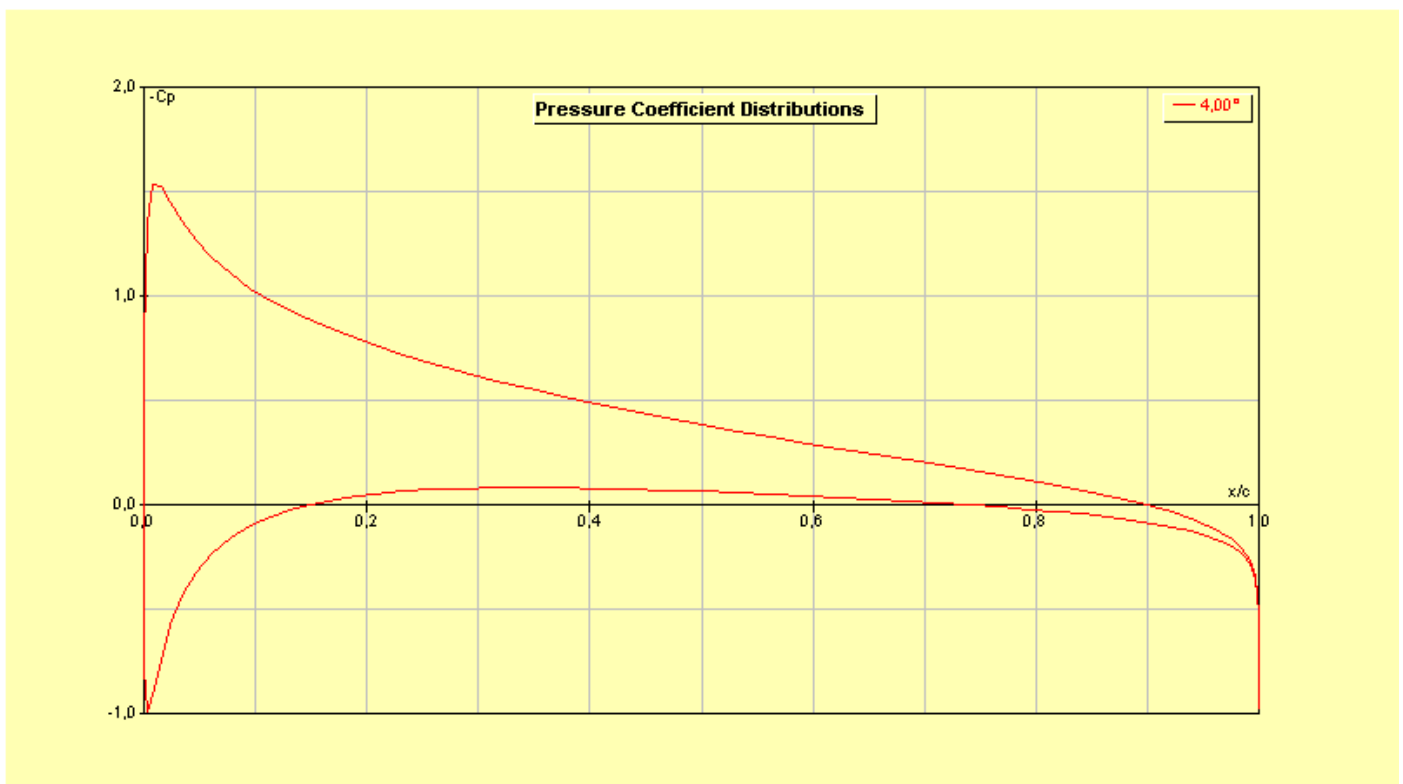
ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1

Angle of Attack [ $^\circ$ ]	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00
$C_p^*$	-0,41	-0,57	-0,80	-1,12	-1,53
$M_{cr}$	0,82	0,77	0,71	0,65	0,59
$c_L$	0,000	0,120	0,240	0,359	0,476
$c_D$	0,01166	0,01181	0,01183	0,01184	0,01289

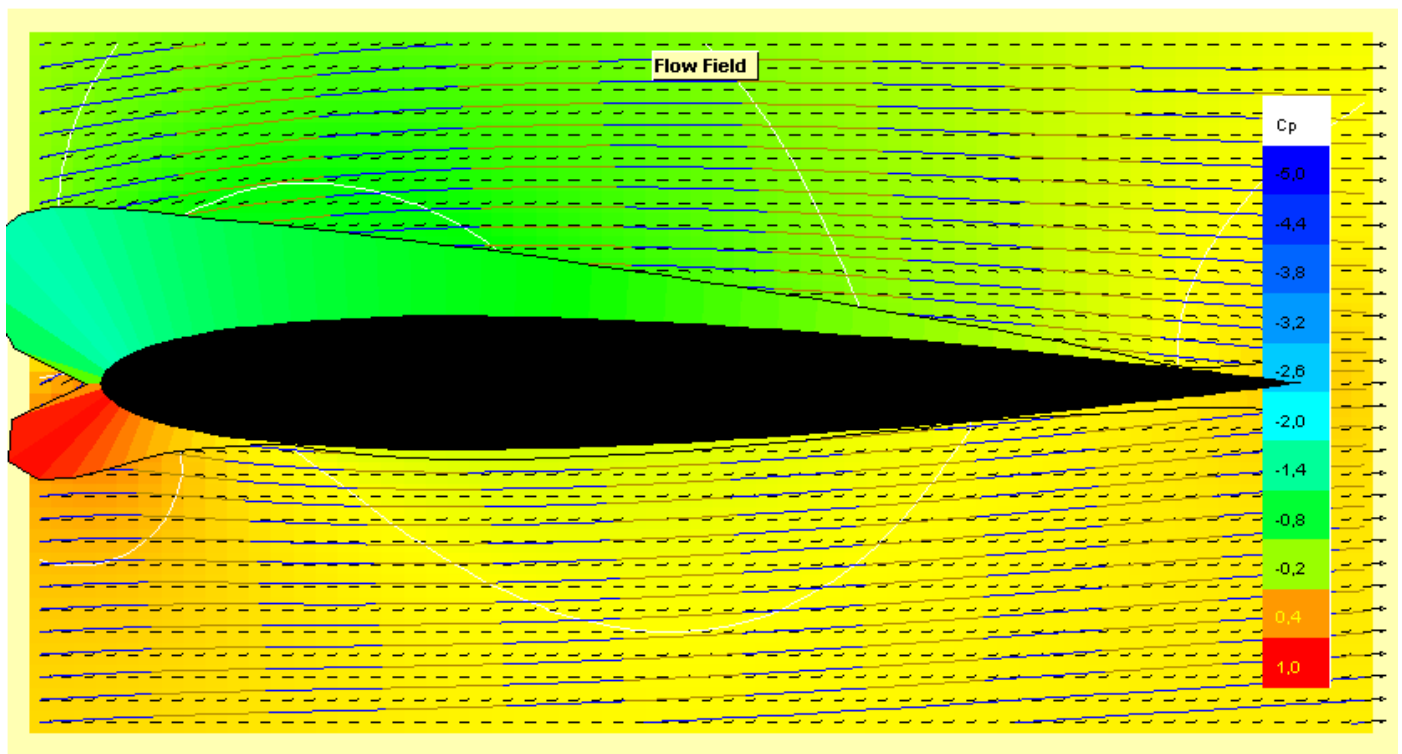




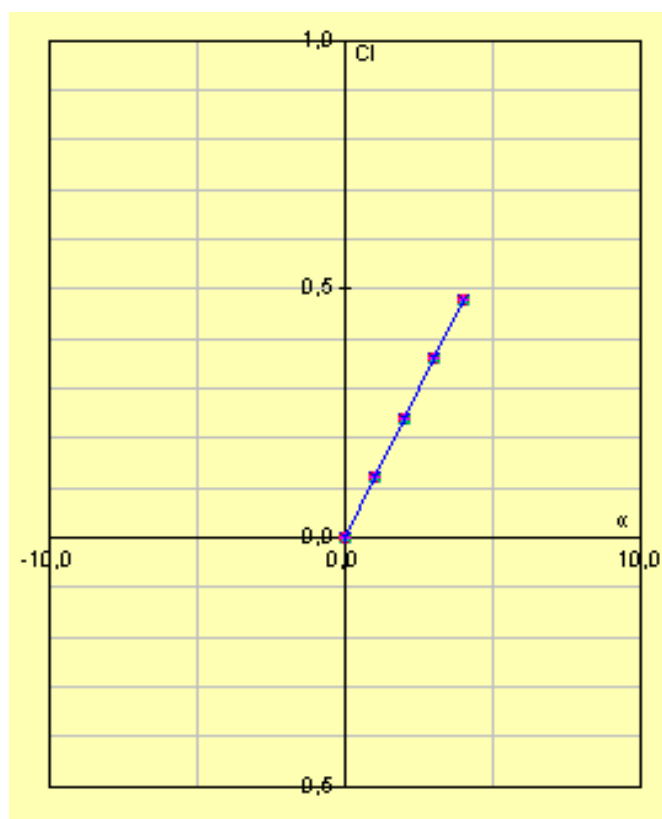
Σχήμα 2.22. Κατανομή των συντελεστών πίεσης ανάλογα με τη γωνία προσβολής.



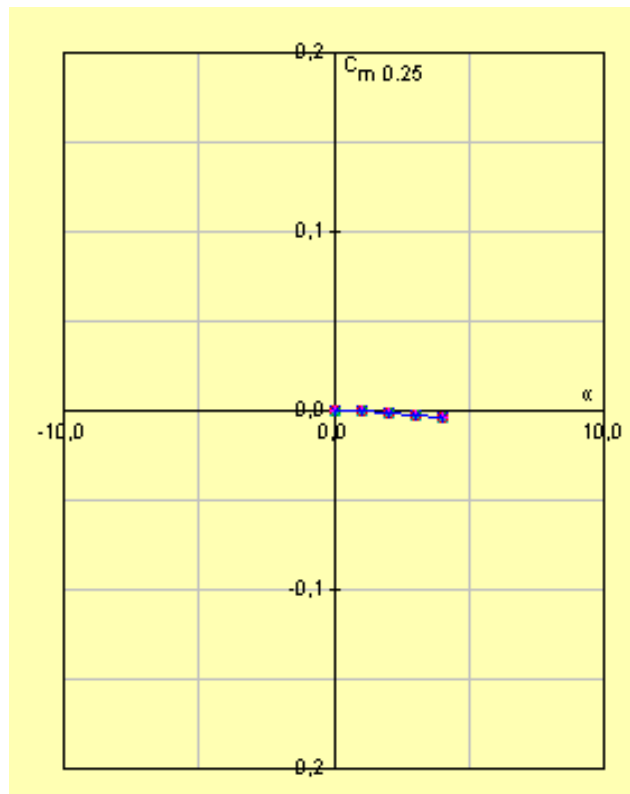
Σχήμα 2.23. Κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για  $\alpha = 4^\circ$ .



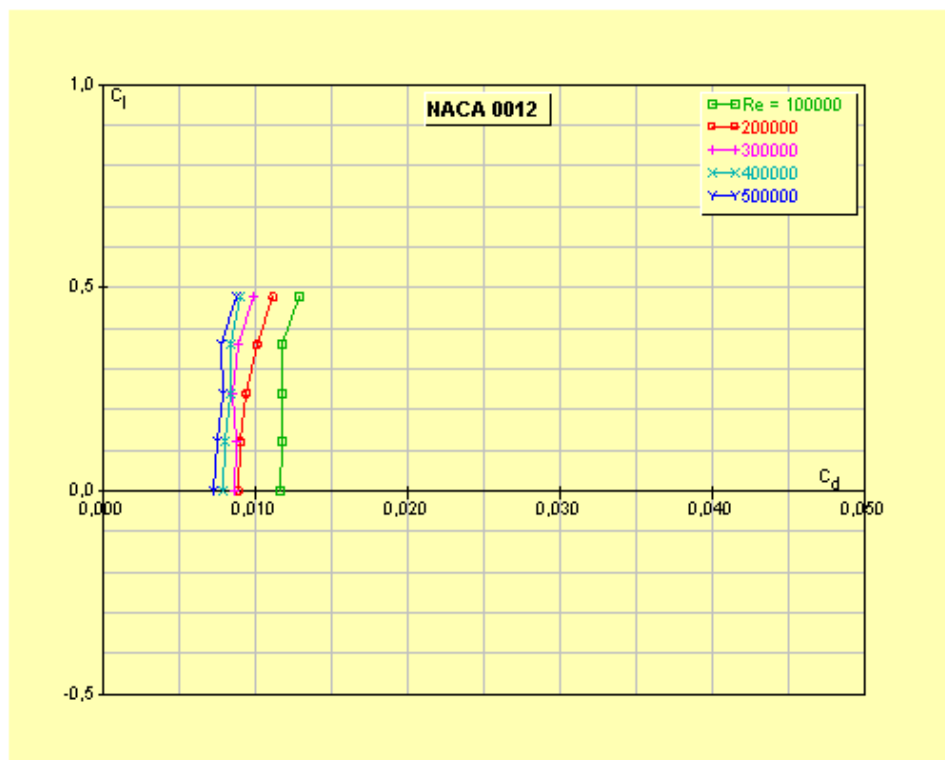
Σχήμα 2.7. Αναπαράσταση του ροϊκού πεδίου και των συντελεστών πίεσης σε αεροτομή NACA0012 με  $\alpha=4^\circ$ .



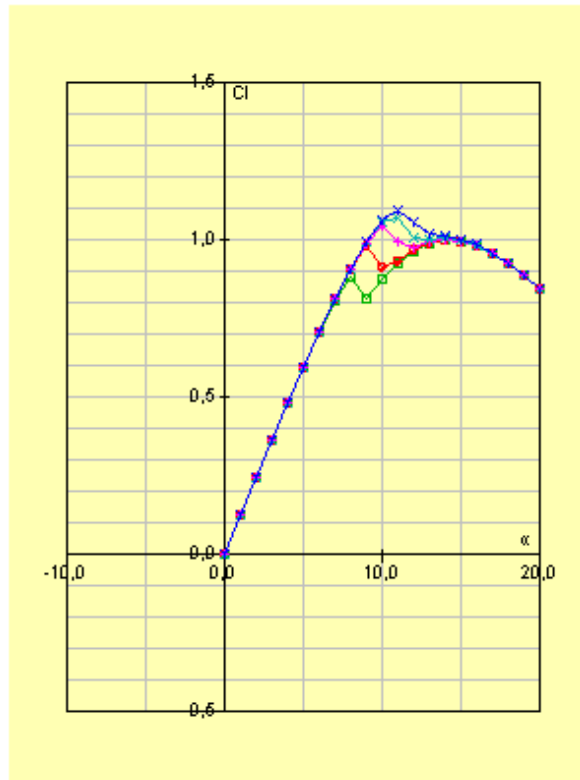
Σχήμα 2.8. Συσχέτιση του συντελεστή άνωσης  $C_l$  με τη γωνία προσβολής  $\alpha=4^\circ$ .



Σχήμα 2.9. Συσχέτιση του συντελεστή ροπής  $C_m$  στο Α.Κ. (  $c/4$ ) με τη γωνία προσβολής  $\alpha=4^\circ$ .



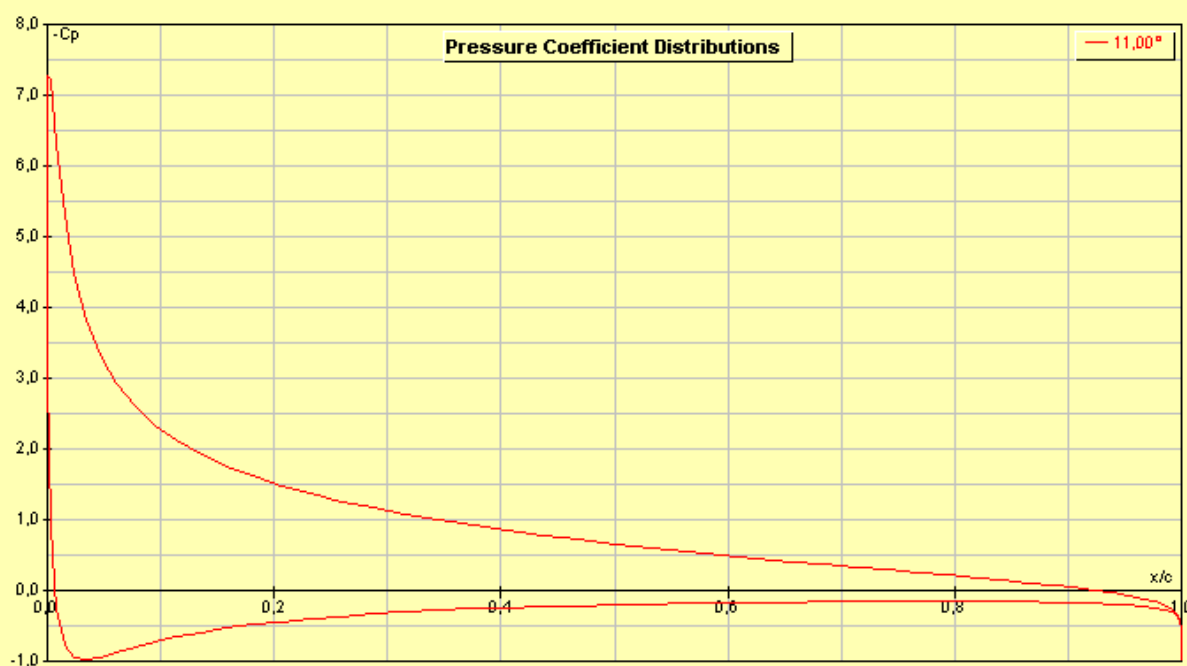
Σχήμα 2.10. Συσχέτιση του συντελεστή άνωσης και οπισθέλκουσας ανάλογα με τον αριθμό Reynolds.



Σχήμα 2.11. Συσχέτιση του συντελεστή άνωσης  $c_L$  με την γωνία προσβολής  $\alpha$  για διαφορετικούς αριθμούς Reynolds από 100.000 (πράσινο χρώμα) έως 500.000 (μπλε χρώμα).

Για  $\alpha=11^\circ$  :

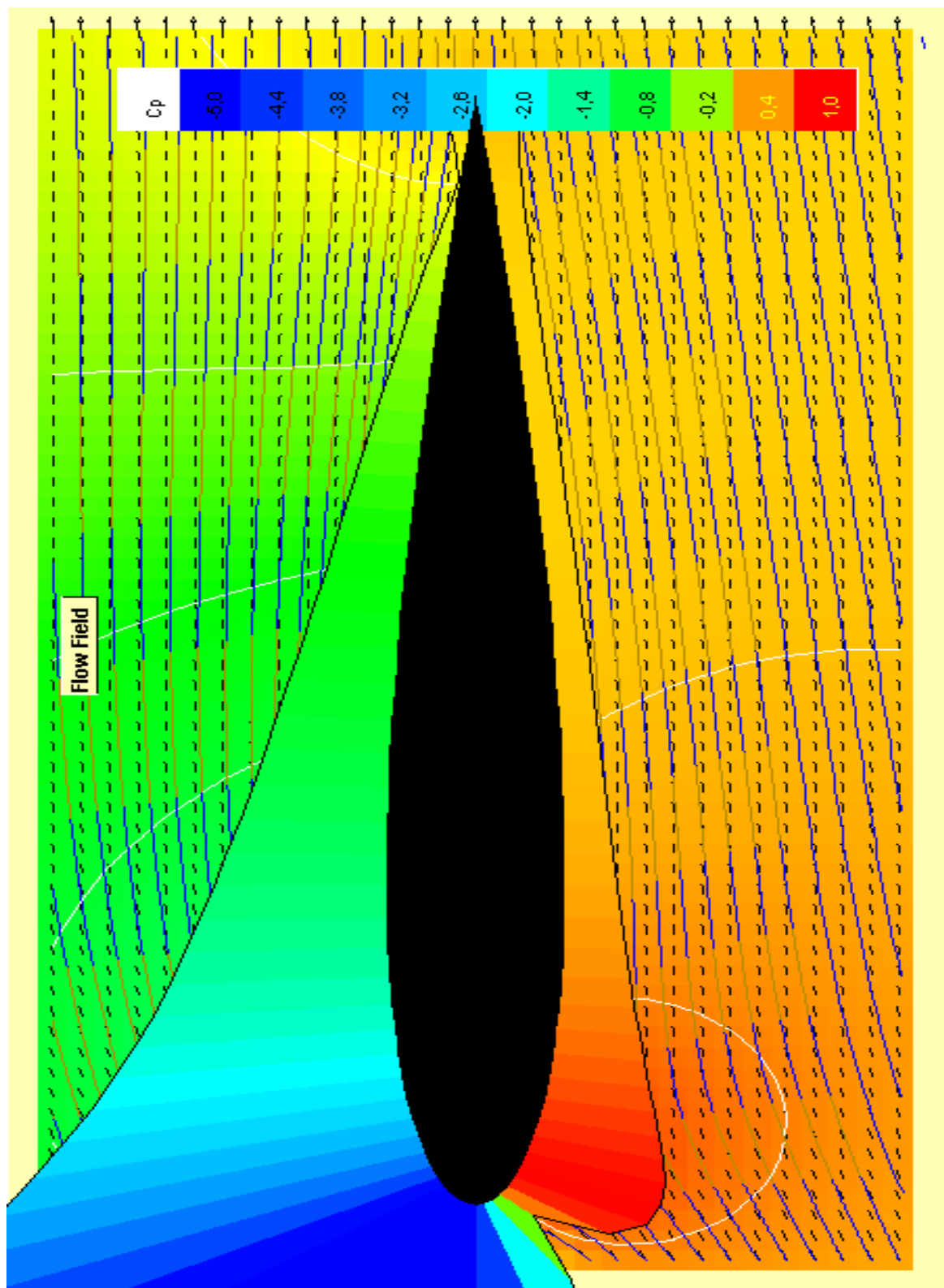
$$c_L = 0.924, c_D = 0.08368, c_{M_{c/4}} = -0.006, C_p^* = -6.292, M_{cr} = 0.342$$



Σχήμα 2.12. Κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  για  $\alpha = 11^\circ$ .

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2

$\alpha [^\circ]$	$C_l$	$C_d$	$C_m 0.25$	$C_p^*$	$M_{cr}$
4,0	0,476	0,01289	-0,005	-1,532	0,593
5,0	0,591	0,01664	-0,006	-2,068	0,536
6,0	0,701	0,01812	-0,007	-2,653	0,489
7,0	0,803	0,01973	-0,008	-3,287	0,450
8,0	0,879	0,02284	-0,009	-3,969	0,417
9,0	0,810	0,06360	-0,006	-4,697	0,388
10,0	0,872	0,07344	-0,006	-5,472	0,363
11,0	0,924	0,08368	-0,006	-6,292	0,342
12,0	0,961	0,09571	-0,006	-7,156	0,323
13,0	0,984	0,10945	-0,006	-8,064	0,306
14,0	0,994	0,12476	-0,007	-9,013	0,291
15,0	0,991	0,14275	-0,007	-10,003	0,277



Σχήμα 2.30. Αναπαράσταση του ροϊκού πεδίου και των συντελεστών πίεσης σε αεροτομή NACA0012 με  $\alpha=11^\circ$ .

## 2.8.2 ΤΕΧΝΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΟΥ BELL-HUEY II

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.3

Weights	kg
Empty Weight (VFR Std Config.)	2,552
Max Gross Weight (Internal)	4,763
Max Gross Weight (External)	5,080
Useful Load (Internal, VFR Std Config.)	2,210
Cargo Hook Capacity	2,268

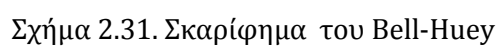
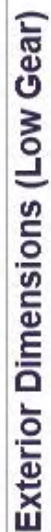
(πηγή: Bell Huey II Production Specification, © Bell Helicopter Textron Inc. , February 2013 )

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.4

Max Continuous Power (kW)	846
Fuel Type	Aviation Turbine
Capacity (Usable)	799 liters

(πηγή: Bell Huey II Production Specification, © Bell Helicopter Textron Inc. , February 2013 )

Συνεπώς, όπως προκύπτει από τους πίνακες, κάθε πτέρυγα μπορεί να αντέξει εγκάρσιο (κατακόρυφο) φορτίο τουλάχιστον 2540 kg, με τις πτέρυγες του ελικοπτήρου να είναι δύο.

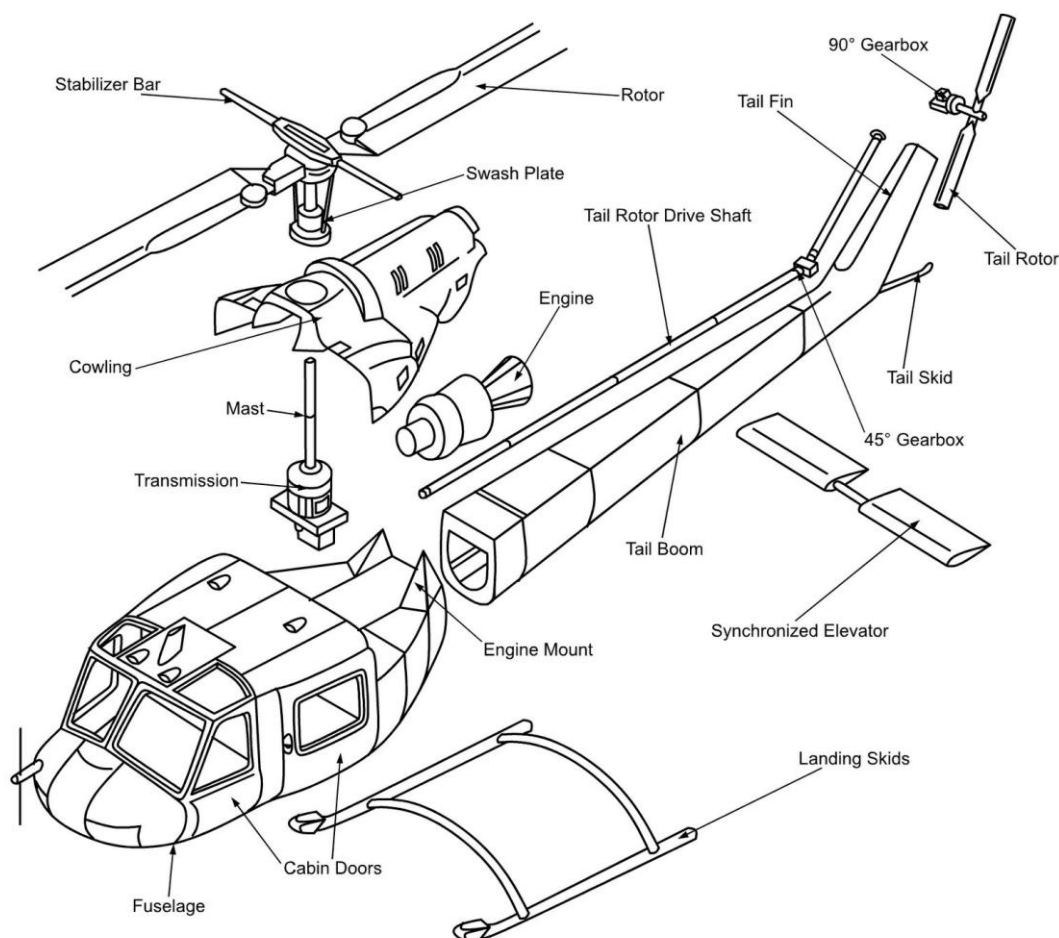


Institutional Repository - Library & Information Centre - University of Thessaly  
30/09/2018 05:14:53 EEST - 137.108.70.6



## 2.9 Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΟΥ

Το ελικόπτερο παράγει την απαιτούμενη άνοση στροβιλίζοντας τα φτερά του.



Σχήμα 2.32. Τα μέρη του ελικοπτήρου Bell-Huey λεπτομερώς.

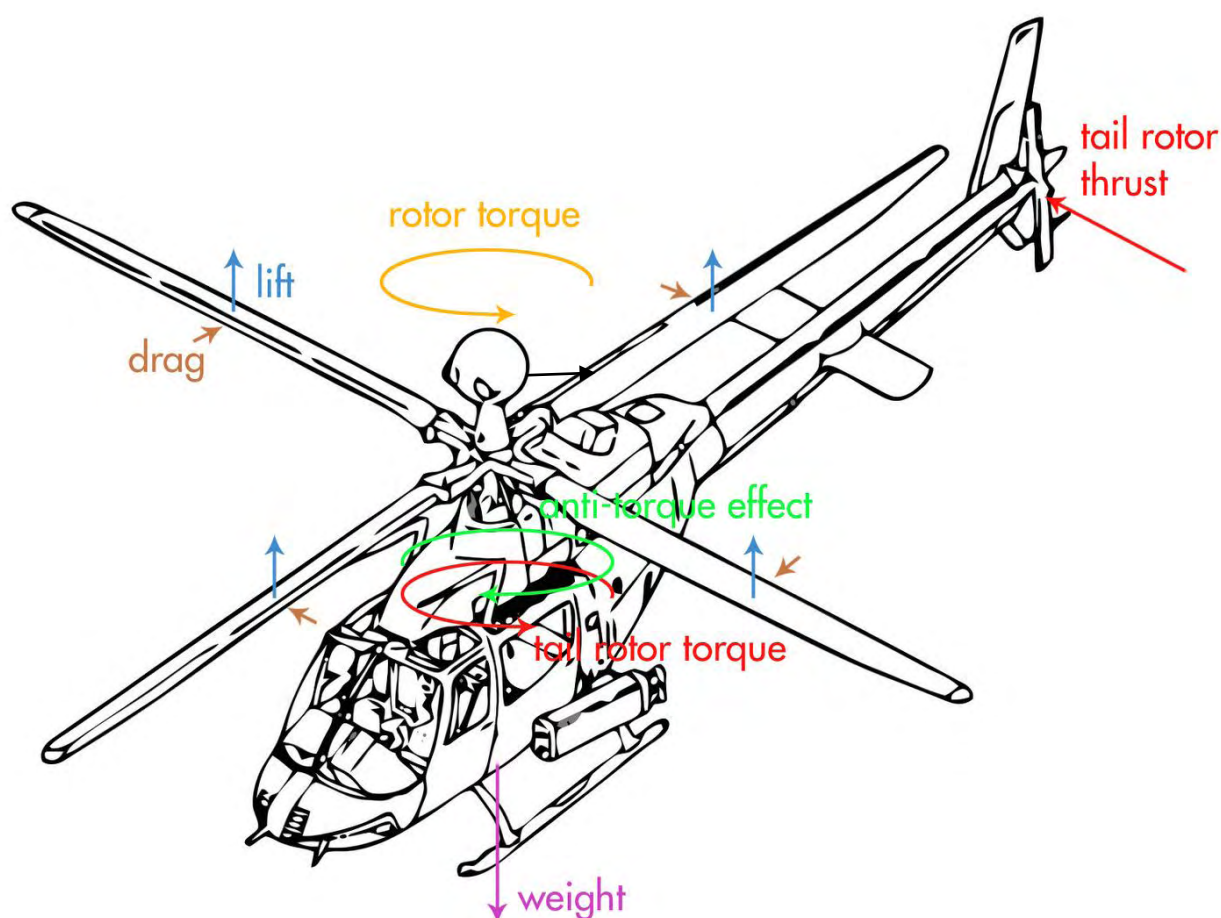
πηγή: <https://www.quora.com/What-are-the-name-of-RC-helicopter-parts>

Ο κεντρικός ρότορας ή στροφείο του ελικοπτήρου ουσιαστικά αποτελείται από πτέρυγες συνδεδεμένες σε ένα κεντρικό άξονα [6]. Καθώς ο ρότορας περιστρέφεται με υψηλή ταχύτητα ο αέρας δημιουργεί την απαιτούμενη άνοση, μέσω του σχήματος του πτερυγίου. Η ποσότητα της άνοσης μεταβάλλεται αναλόγως με την γωνία πρόσπτωσης  $\alpha$  των πτερύγων του κυρίως ρότορα. Αυξάνοντας τη γωνία πρόσπτωσης αυξάνεται και η άνοση.

Η ισχύς του ελικοπτήρου για να περιστραφεί ο ρότορας, παράγεται από τον κινητήρα και ελέγχεται από το κιβώτιο ελέγχου.

Για να καταφέρει το ελικόπτερο να απογειωθεί, πρέπει η άνοση να υπερνικήσει το βάρος του. Αυτό επιτυγχάνεται αυξάνοντας τις στροφές του κινητήρα καθώς και τη γωνία προσβολής. Στον αέρα το ελικόπτερο έχει την ικανότητα να ίπταται του εδάφους. Όταν συμβαίνει αυτό το βάρος του ισούται με τη δύναμη άνοσης.

Για να πετάξει το ελικόπτερο ευθεία, κάθε πτέρυγά του κλίνει μπροστά, συνεπώς η πτέρυγα πέφτει μπροστά και ανεβαίνει πίσω καθώς περιστρέφεται. Κατά τη διάρκεια της περιστροφής των πτερύγων δημιουργείται ένας νοητός δίσκος, που είναι ουσιαστικά το εμβαδό που σαρώνουν οι πτέρυγες του ελικοπτήρου. Όταν ο δίσκος κλίνει μπροστά τότε το διάνυσμα της άνωσης πάει μπροστά [6]. Η ίδια απλοϊκή αρχή ισχύει και για την πίσω ώση. Η πτέρυγα ανυψώνεται μπροστά και πέφτει πίσω. Όπως είναι φυσικό το ίδιο ισχύει και για τη στροφή αριστερά ή δεξιά.

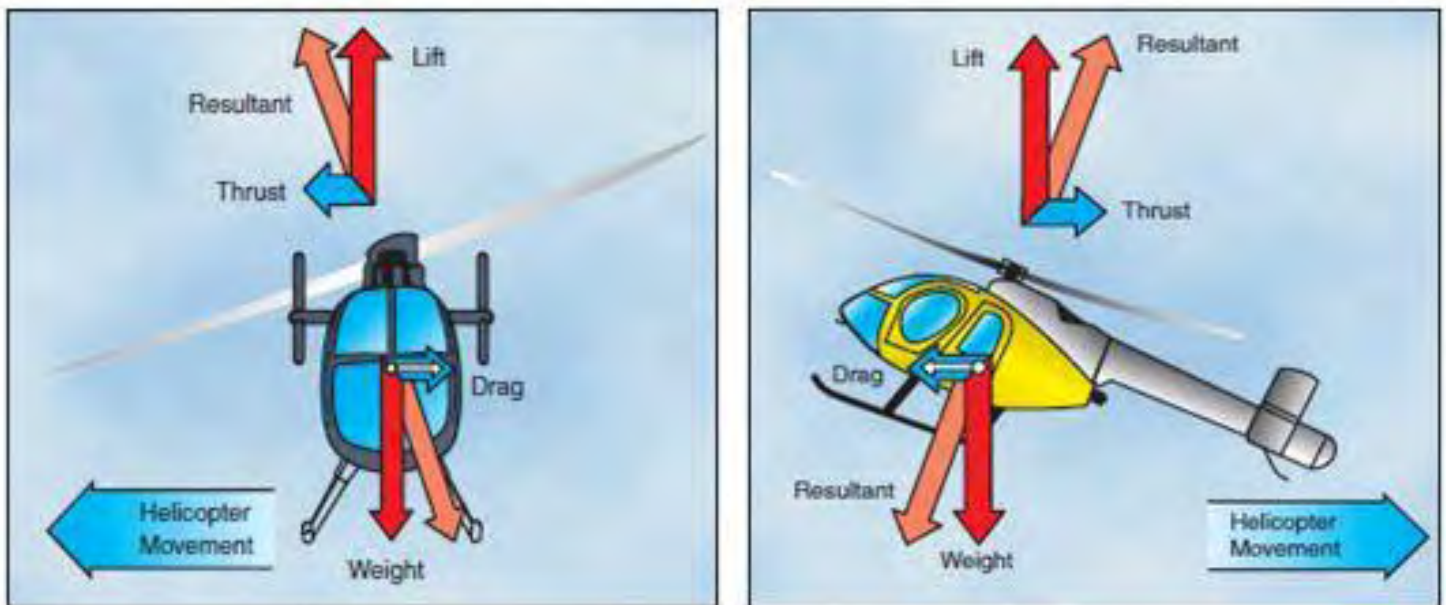


Σχήμα 2.33. Σχηματική αναπαράσταση των δυνάμεων που δρούν σε ένα ελικόπτερο.  
πηγή: <http://cesarvandevelde-constructieer.blogspot.gr/>

Για την επίτευξη μιας ομαλής πτήσης, το ουραίο πτερύγιο εξισορροπεί την ροπή που δημιουργείται από τον κύριο ρότορα, επιτρέποντας στο πιλότο να ελέγχει το ελικόπτερο και να αλλάζει κατεύθυνση με ασφάλεια.

Αναλυτικότερα, όταν το κύριο στροφέιο ή ρότορας περιστρέφεται, δημιουργείται μια ίση και αντίθετη δύναμη αντίδρασης η οποία δρα στην άτρακτο του ελικοπτήρου και προσπαθεί να τη στρέψει στην αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση περιστροφής του κύριου ρότορα. Για να κατορθώσει το ελικόπτερο να πετάξει πρέπει να υπάρχει κάποιο μέσο για να

αντισταθμίζει τη ροπή του ρότορα. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση του ουραίου στροφείου. Ένα μικρό στροφείο είναι τοποθετημένο κάθετα στο ουραίο τμήμα του ελικοπτέρου και παράγει μια πλευρική ώση, εμποδίζοντας την άτρακτο από το να περιστραφεί. Ο πιλότος αυξάνοντας ή μειώνοντας την ώση που παράγεται από το ουραίο στροφείο μπορεί να αλλάξει την κατεύθυνση της καμπίνας του ελικοπτέρου αριστερά ή δεξιά.

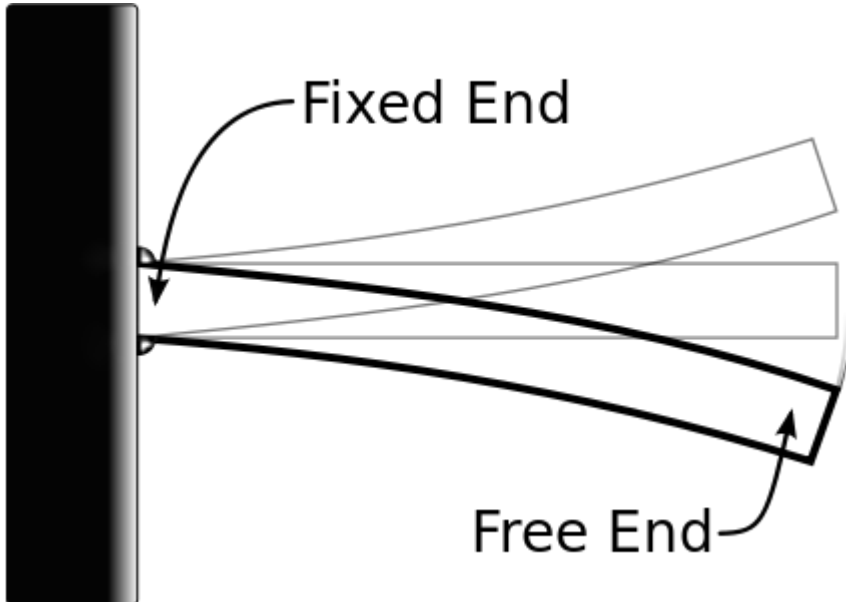


Σχήμα 2.13. Δυνάμεις που δρουν κατά την πλάγια και όπισθεν πτήση.

πηγή:[https://www.faasafety.gov/gslac/ALC/course\\_content.aspx?cID=104&sID=451&preview=true](https://www.faasafety.gov/gslac/ALC/course_content.aspx?cID=104&sID=451&preview=true)

Φτάνοντας στο τέλος της συνοπτικής αφήγησης για τη λειτουργία των ελικοπτέρων αξίζει να σημειωθεί πως ο εμπνευστής και δημιουργός των σύγχρονων ελικοπτέρων ήταν ο Igor Sikorsky [7].

## 2.10 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ



Σχήμα 2.14. Γραφική απεικόνιση της ταλάντωσης προβόλου.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%E2%80%93Bernoulli\\_beam\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%E2%80%93Bernoulli_beam_theory)

Οι εγκάρσιες ταλαντώσεις  $w = w(y, t)$  περιγράφονται από την

$$\text{παρακάτω εξίσωση: } \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0, \quad c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (2.103)$$

όπου  $E$  το μέτρο ελαστικότητας,  $I$  η ροπή αδράνειας,  $\rho$  η πυκνότητα του υλικού,  $A$  η εγκάρσια επιφάνεια του προβόλου [8]. Χρησιμοποιώντας τη γνωστή μέθοδο των χωριζόμενων μεταβλητών η λύση της εξίσωσης της εγκάρσιας ταλάντωσης γράφεται ως εξής:

$w(y, t) = W(y)T(t)$  (2.104), όπου  $W(y)$  είναι η ιδιοσυνάρτηση και  $T(t)$  η συνάρτηση που περιγράφει τη μετατόπιση του προβόλου ως συνάρτηση του χρόνου. Με αντικατάσταση των δύο παραπάνω εξισώσεων και με το μετασχηματισμό η συνάρτηση της ιδιοτιμής έχει ως εξής:

$$W^{IV} - \beta^4 W = 0 \quad \beta^4 = \frac{\omega^2}{c^2} = \omega^2 \frac{\rho A}{EI} \quad (2.105\alpha)$$

$$\text{ή } \frac{c^2}{W(y)} \frac{d^4 W(y)}{dy^4} = -\frac{1}{T(t)} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = \omega^2 \quad (2.105\beta)$$

Το  $\omega^2$ , είναι ένας θετικός αριθμός.

η παραπάνω εξίσωση, μπορεί να αναλυθεί στις δύο ακόλουθες:

$$\frac{d^4 W(y)}{dy^4} - \beta^4 W(y) = 0 \quad \& \quad \frac{d^2 T(t)}{dt^2} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (2.105\gamma)$$

$$\text{όπου η λύσεις είναι: } T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (2.106\alpha)$$

Όπου το σύμβολο  $IV$  της 2.105α ορίζει τη παράγωγο ως προς τη συντεταγμένη  $y$ . Η λύση στην εξίσωση ιδιοτιμής είναι η ακόλουθη εξίσωση:

$$W(y) = C_1(\cos \beta y + \cosh \beta y) + C_2(\cos \beta y - \cosh \beta y) + C_3(\sin \beta y + \sinh \beta y) + C_4(\sin \beta y - \sinh \beta y) \quad (2.106\beta)$$

Οι σταθερές  $C_1, \dots, C_4$  προσδιορίζονται από τις συνοριακές συνθήκες. Στη προκειμένη περίπτωση οι συνοριακές συνθήκες είναι οι εξής:

$$w(y, t)|_{y=0} = 0 \quad (\text{μηδενική βύθιση}) \quad \frac{\partial w(y, t)}{\partial y} = 0 \quad (\text{μηδενική στρόφη})$$

$$-EI \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial y^2} \Big|_{y=l} = 0 \quad (\text{ροπή}) \quad -EI \frac{\partial^3 w(y, t)}{\partial y^3} \Big|_{y=l} = 0 \quad (\text{τέμνουσα}) \quad (2.107)$$

Μετά το προσδιορισμό των σταθερών  $C_1, \dots, C_4$ , η ιδιοσυνάρτηση γίνεται ως εξής: (2.108)

$$W_n(y) = \delta_n (-\sinh \beta_n y + \sin \beta_n y + \frac{\sin \beta_n l + \sinh \beta_n l}{\cos \beta_n l + \cosh \beta_n l} (\cosh \beta_n y - \cos \beta_n y))$$

όπου  $\beta_1 l = 1.875, \beta_2 l = 4.694$  για  $n \geq 3$   $\beta_n l = \frac{(2n-1)\pi}{2}$ ,  $\delta_n$  είναι ο συντελεστής κανονικοποίησης και ορίζεται ως:  $\delta_n = \frac{-1(-1)^n}{\max_y |W_n(y)|}$ . (2.109)

Οι επερχόμενες φυσικές συχνότητες προσδιορίζονται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} \quad (2.110)$$

Με βάση το βισκοελαστικό μοντέλο των Voigt-Kelvin η εξίσωση που περιγράφει τις ιδιότητες υλικού του προβόλου είναι η εξής:

$$\sigma(y, z_{nl}, t) = E\varepsilon(y, z_{nl}, t) + \eta E \dot{\varepsilon}(y, z_{nl}, t) \quad (2.111)$$

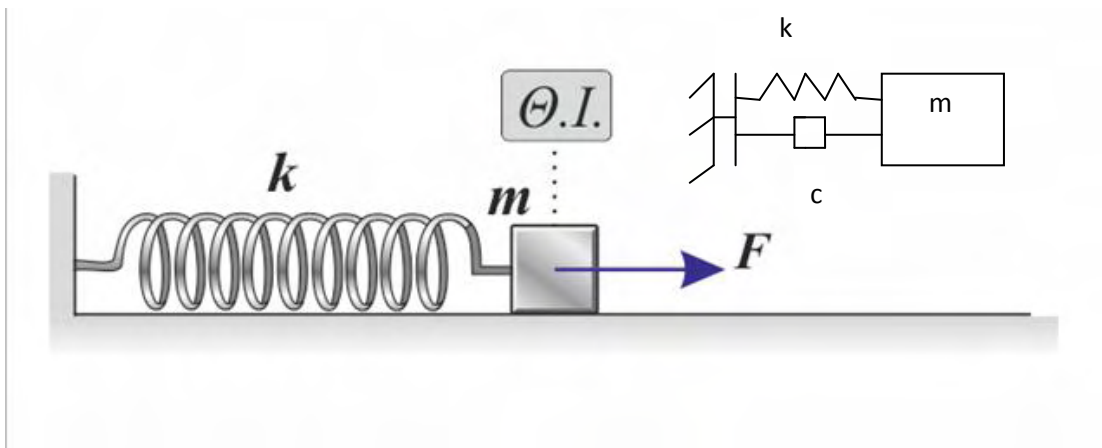
Η οποία εξίσωση μας υποδεικνύει ότι οι ορθές τάσεις σε μία εγκάρσια τομή εξαρτώνται από την  $y$  συντεταγμένη, την απόσταση  $z_{nl}$  από τον ουδέτερο άξονα και το χρόνο  $t$ . Συνεπώς η εξίσωση ενός προβόλου που ταλαντώνεται ελεύθερα με εσωτερική απόσβεση είναι η ακόλουθη [8]:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \eta c^2 \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} = 0 \quad (2.112)$$

Οι εξαναγκασμένες ταλαντώσεις λόγω της κίνησης της πάκτωσης περιγράφονται από την εξίσωση:  $w(y, t) = z(y, t) + u(t)$ . Τα  $u(t), z(y, t)$  είναι αντίστοιχα η μετατόπιση στη θέση της πάκτωσης και η μετατόπιση στη άκρη της προβόλου με  $z$  κατακόρυφο και  $y$  οριζόντιο άξονα.

Ας απλοποιήσουμε όμως λίγο τους υπολογισμούς μας.

Έστω η πακτωμένη δοκός της εικόνας 35. Γνωρίζουμε ότι στην ιδανική περίπτωση των ελεύθερων αρμονικών ταλαντώσεων χωρίς απώλεια ενέργειας, ένα σώμα μάζας  $m$  εκτελεί ταλαντώσεις μικρού πλάτους με πάρα πολύ μικρή απόσβεση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2.15. Απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από τη θέση ισορροπίας και απεικόνιση του συστήματος ως μονοβάθμιο σύστημα μάζας ελατηρίου-απόσβεσης.

πηγή: [http://efrodistirio.blogspot.gr/2010/09/blog-post\\_22.html](http://efrodistirio.blogspot.gr/2010/09/blog-post_22.html)

Από τη μαθηματική ανάλυση προκύπτουν τα εξής:

$$x = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (2.113)$$

όπου  $\varphi$  είναι η αρχική φάση και  $x_0$  είναι μετατόπιση [9].

Η γωνιακή ή κυκλική συχνότητα  $\omega_0$ , δίνεται από:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{όπου } k, \text{ σταθερά ελατηρίου} \quad (2.114)$$

και η φυσική συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος είναι η εξής:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.115)$$

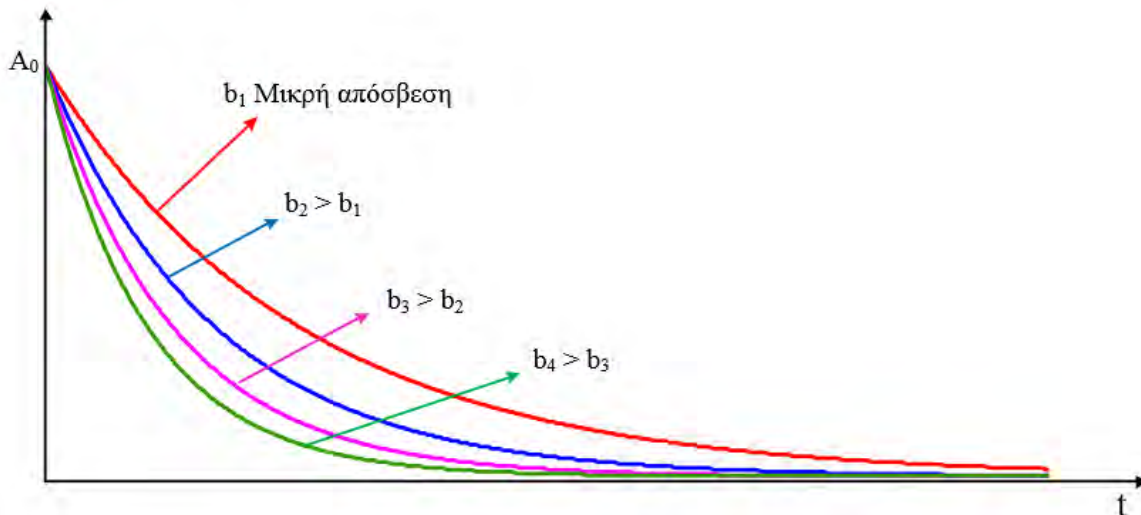
φαίνεται ξεκάθαρα πως η συχνότητα ταλάντωσης εξαρτάται μόνο από τις σταθερές  $k$  και  $m$ . Η σταθερά  $k$  εξαρτάται από τη γεωμετρία και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του συστήματος [9].

Όμως στη πραγματικότητα οι ελεύθερες ταλαντώσεις διακρίνονται από κάποιο φθίνοντα ρυθμό, είναι οι λεγόμενες ελεύθερες ταλαντώσεις με απόσβεση. Μια συνηθισμένη περίπτωση ταλαντώσεων με απόσβεση είναι αυτή στην οποία η δύναμη τριβής, που προκαλεί τις απώλειες, είναι ανάλογη προς την ταχύτητα του σώματος. Στην ανάλυση που αναπτύσσεται θεωρείται ότι η επιφάνεια πάνω στην οποία γίνεται η κίνηση του σώματος δεν προβάλλει αντίσταση τριβής και ότι η τριβή δημιουργείται

μόνον εξαιτίας της κίνησης του σώματος μέσα σε κάποιο μαγνητικό πεδίο ή ένα υγρό ή αέριο. Συνεπώς, για την δύναμη τριβής μπορούμε να γράψουμε ισχύουν τα εξής:

$$F_{\tau\rho} = -b \frac{dx}{dt} \quad (2.116), \text{ όπου } b \text{ ονομάζεται σταθερά τριβής [9]. Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, σύμφωνα με την σχέση: } A = A_0 e^{-\gamma t} \text{ και } x = x_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t) \quad (2.117)$$

$$\text{Επιπροσθέτως ορίζεται η ποσότητα } \gamma = \frac{b}{2m}. \quad (2.118)$$



Σχήμα 2.16. Απεικόνιση της επίδρασης του πλάτους σε συνάρτηση με την απόσβεση.

πηγή: [http://bdoukatzis.ucoz.net/talantvseis/a030\\_fthinouses\\_tal.pdf](http://bdoukatzis.ucoz.net/talantvseis/a030_fthinouses_tal.pdf)

Για να διατηρηθεί σταθερό το πλάτος της ταλάντωσης, πρέπει να τροφοδοτείται ενέργεια στο σύστημα με περιοδικό τρόπο. Στα μηχανικά συστήματα αυτό επιτυγχάνεται με την άσκηση μιας περιοδικής δύναμης πάνω στο σώμα η οποία είναι συνήθως ημιτονικής μορφής. Οι ταλαντώσεις που διεγείρονται στο σύστημα κατ'αυτόν τον τρόπο, ονομάζονται εξαναγκασμένες [9]. Ύστερα από ένα μεταβατικό στάδιο η διάρκεια του οποίου εξαρτάται από τις σταθερές του προβλήματος, οι ταλαντώσεις αυτές φθάνουν σε μια μόνιμη κατάσταση.

Αν η εφαρμοζόμενη δύναμη έχει την εξής μορφή:

$$F = F_0 \cos \omega t \quad (2.119)$$

τότε από τη μαθηματική ανάλυση του προβλήματος προκύπτει ότι η γενική λύση του προβλήματος είναι η εξής:

$$x = A \cos(\omega t - \varphi) \quad (2.120)$$

όπου το πλάτος της ταλάντωσης  $A$  δίνεται από την ακόλουθη σχέση [9]:

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\gamma^2}} \quad (2.121)$$

Η διαφορά φάσης  $\varphi$ , μεταξύ της διεγείρουσας δύναμης και της μετατόπισης δίνεται από τη παρακάτω σχέση:

$$\tan \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega\gamma} \quad (2.122)$$

### 2.10.1 ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ

Το πλάτος της ταλάντωσης μεγιστοποιείται όταν η συχνότητα διέγερσης γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος, τότε έχουμε συντονισμό. Η συγκεκριμένη συχνότητα ονομάζεται και συχνότητα συντονισμού.

Ο συντελεστής ποιότητας  $Q$  του συστήματος, εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο φθίνει η ενέργεια του ταλαντωτή και ορίζεται ως ο αριθμός των ακτινίων κατά τον οποίο πρέπει να ταλαντωθεί το σύστημα ώστε να μειωθεί η ενέργεια του κατά ένα παράγοντα  $e$  από την αρχική της τιμή [9].

Δηλαδή,  $Q = 2\pi N$ , όπου  $N$  ο αριθμός των ταλαντώσεων. Με δεδομένο ότι η ενέργεια του ταλαντωτή είναι ανάλογη προς το τετράγωνο του πλάτους, στο συγκεκριμένο διάστημα το πλάτος έχει μειωθεί κατά  $e^{1/2}$ . Επιπροσθέτως, ο συντελεστής ποιότητας μπορεί να υπολογισθεί από την ακόλουθη σχέση:

$$Q = \frac{\omega}{2\gamma} \quad (2.123)$$

ή για φθίνουσα ταλάντωση:

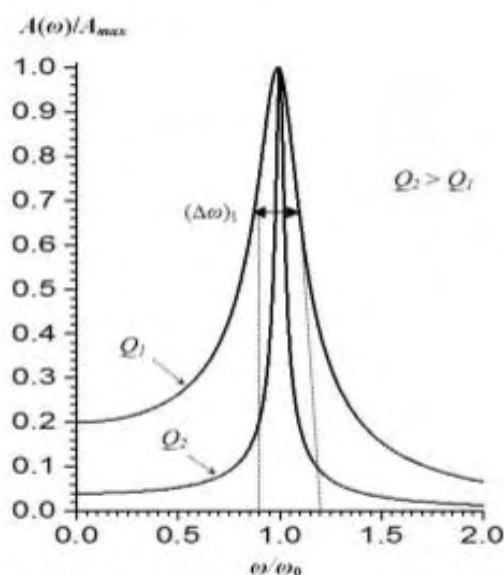
$$Q = \frac{\omega_0}{2\gamma} \quad (2.124)$$

Επιπροσθέτως αποδεικνύεται ότι ο συντελεστής ποιότητας  $Q$ , ισούται με το πηλίκο της συχνότητας συντονισμού διά του εύρους ζώνης συχνοτήτων  $\Delta f$  της καμπύλης συντονισμού:

$$Q \cong \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} \quad (2.125)$$

Ως γνωστόν το  $\Delta f$  είναι το εύρος συχνοτήτων με  $\Delta f = f_2 - f_1$ , όπου  $f_1, f_2$  είναι οι συχνότητες δεξιά και αριστερά της συχνότητας συντονισμού, όπως φαίνεται εξάλλου και στο παρακάτω σχήμα. Στο συγκεκριμένο σημείο αξίζει να σημειωθεί πως όσο πιο οξεία είναι η καμπύλη συντονισμού (μικρό  $\Delta \omega$ ) τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του  $Q$ , το οποίο δικαιολογεί και την ονομασία του.

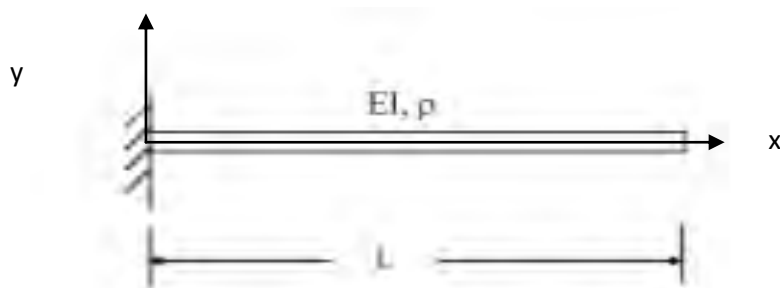




Σχήμα 2.17. Κανονικοποιημένη καμπύλη του πλάτους με απεικόνιση του συντελεστή ποιότητας  $Q$  και των συχνοτήτων της ταλάντωσης.  
 πηγή: Μετρήσεις, Ταλαντώσεις δοκού (θεωρία και ασκήσεις), Εργαστήριο Υπολογισμού και Σχεδιάσεως Στοιχείων Μηχανών, Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών, Πανεπιστημίου Πατρών, Δέντσορας Αργύρης, 2013.

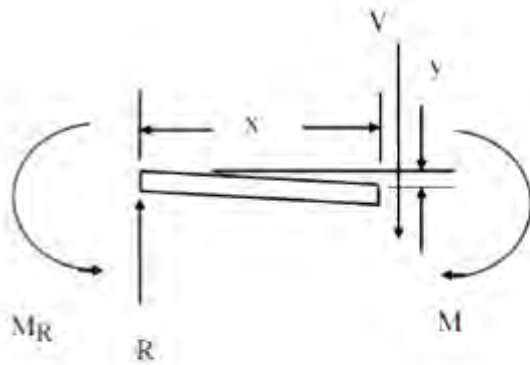
## 2.10.2 Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΜΗ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΑΚΡΟΥ ΠΑΚΤΩΜΕΝΗΣ ΔΟΚΟΥ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ $Y-Y'$ , ΧΩΡΙΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗ

Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων που διεξήχθησαν στο εργαστήριο Ρευστομηχανικής και Στροβιλομηχανών, η πτέρυγα του ελικοπτέρου θεωρείται μονόπακτη δοκός, όπως ακολουθεί:



Σχήμα 2.18. Η πτέρυγα ως δοκός.  
 πηγή: Μετρήσεις, Ταλαντώσεις δοκού (θεωρία και ασκήσεις), Εργαστήριο Υπολογισμού και Σχεδιάσεως Στοιχείων Μηχανών, Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών, Πανεπιστημίου Πατρών, Δέντσορας Αργύρης, 2013.

Αν θεωρήσουμε πως το ελεύθερο άκρο της δοκού υπόκειται σε ελεύθερη ταλάντωση κατά τον άξονα  $y-y'$ , λόγω αρχικής επιβολής δύναμης  $V$  στο ελεύθερο άκρο της δοκού, τότε προκύπτει το σχήμα που ακολουθεί:



Σχήμα 2.40. Ταλάντωση πακτωμένης δοκού.

πηγή: Μετρήσεις, Ταλαντώσεις δοκού (θεωρία και ασκήσεις), Εργαστήριο Υπολογισμού και Σχεδιάσεως Στοιχείων Μηχανών, Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών, Πανεπιστημίου Πατρών, Δέντσορας Αργύρης, 2013.

όπου  $M$  είναι η ροπή που ασκείται λόγω επιβολής της δύναμης  $V$ , ενώ  $R$ ,  $M_R$  είναι η αντίδραση και η ροπή αντίδρασης της πάκτωσης αντίστοιχα. Η μετατόπιση του ελεύθερου άκρου κατά τον άξονα  $y-y'$  συμβολίζεται στο σχήμα ως  $y$ .

Η σταθερά ελατηρίου της δοκού, στη προκειμένη περίπτωση δίνεται από την ακόλουθη σχέση [9]:

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (2.126)$$

ενώ η φυσική συχνότητα  $f_o$  δίνεται από την εξής σχέση [9]:

$$f_o = \frac{3.5156}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \quad (2.127)$$

Αν τώρα, τοποθετήσουμε μια μικρή μάζα  $m_{add}$  στην άκρη της δοκού, η φυσική συχνότητα του συστήματος επηρεάζεται και γίνεται ως εξής [9]:

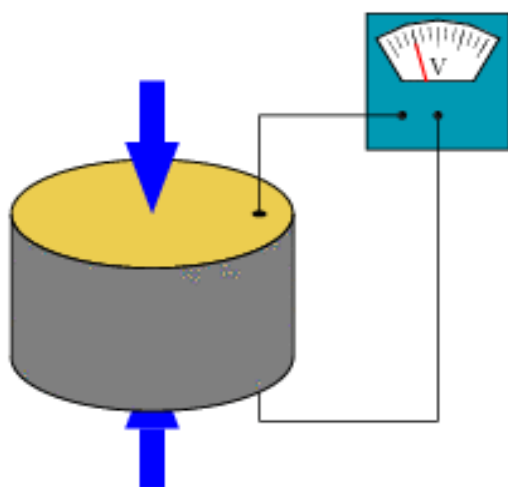
$$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0.2235\rho AL + m_{add}L^3}} \quad (2.128)$$

## 2.11 ΤΟ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΟ ΚΑΙ Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ

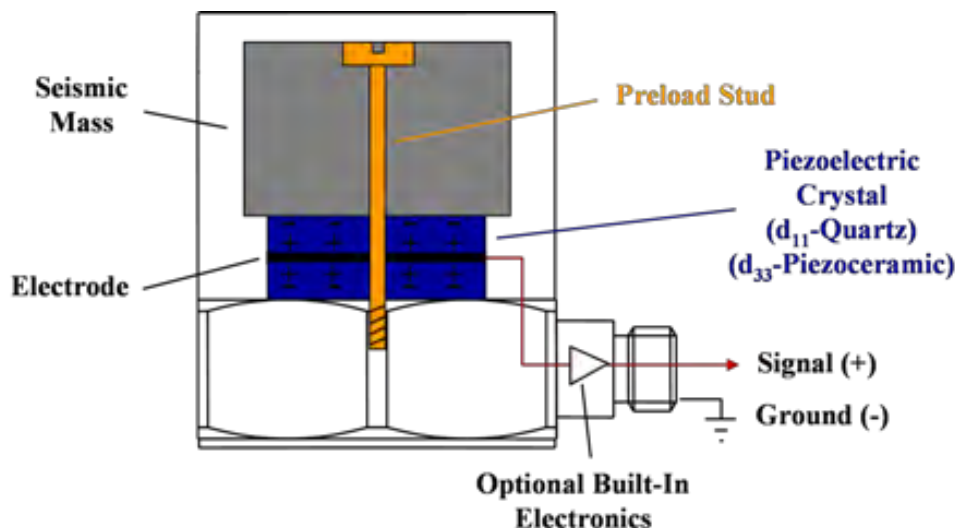
Για τη διεξαγωγή των εργαστηριακών πειραμάτων είναι αναγκαία η χρήση κατάλληλων διατάξεων, οι οποίες ευαισθητοποιούνται από ένα μετρούμενο μέγεθος και αφού το μετατρέψουν, δίνουν ως έξοδο ένα άλλο φυσικό μέγεθος το οποίο μπορεί να αξιοποιηθεί ευκολότερα ούτως ώστε να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα.

Το πιεζοηλεκτρικό επιταχυνσιόμετρο είναι ουσιαστικά ένας μεταλλάκτης μετρήσεων, ο οποίος δέχεται ως σήμα εισόδου επιτάχυνση μεγέθους  $a$  και το μετατρέπει ως σήμα εξόδου σε τάση  $v$  [9]. Η αρχή λειτουργίας του βασίζεται στο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο που παρατηρήθηκε πρώτα από τους Pierre και Jacques Curie περί το 1880. Σύμφωνα με το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο υπάρχουν ορισμένα υλικά όπως μονοκρυστάλλοι και κεραμικά υλικά τα οποία εμφανίζουν στα άκρα τους ηλεκτρικό δυναμικό όταν υπόκεινται σε μηχανική τάση ή ταλάντωση. Τέτοια υλικά είναι ο χαλαζίας ή  $SiO_2$ , το αλάτι Rochelle ή Seignette, το ADP ή δισόξινο φωσφορικό αμμώνιο, ο τουρμαλίνης, το ένυδρο θεικό λίθιο, το συνθετικό πολυμερές PVDF καθώς και πληθώρα άλλων υλικών όπως ο περοβσκίτης ( $BaTiO_3$ ).

Ποιοτικά το φαινόμενο εξηγείται με τη μετακίνηση ελεύθερων φορτίων στα άκρα του κρυσταλλικού πλέγματος. Ακολουθούν οι απεικονίσεις του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου και της διάταξης ενός πιεζοηλεκτρικού επιταχυνσιόμετρου:



Σχήμα 2.41. Απεικόνιση του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου.  
πηγή: <https://en.wikipedia.org/wiki/Piezoelectricity>



Σχήμα 2.42. Απεικόνιση ενός πιεζοηλεκτρικού επιταχυνσιόμετρου.  
πηγή: <http://www.modalshop.com/calibration.asp?ID=176>

Όπως φαίνεται στην εικόνα 41, στο εσωτερικό της διάταξης υπάρχει το πιεζοηλεκτρικό υλικό – Quartz – σε δισκοειδή μορφή. Επάνω από το πιεζοηλεκτρικό υλικό ένας μεταλλικός κύλινδρος κατάλληλης μάζας. Ο κύλινδρος συμπιέζει με δεδομένη μηχανική τάση μέσω ενός ελατηρίου με την κατάλληλη προφόρτιση. Κατά αυτόν το τρόπο, το επιταχυνσιόμετρο παράγει στην έξοδο μια τιμή τάσης που αντιστοιχεί στο καλιμπράρισμα της διάταξης. Στη συνέχεια και με τη βοήθεια κατάλληλου μικροενισχυτή η τάση εξόδου ενισχύεται [9].

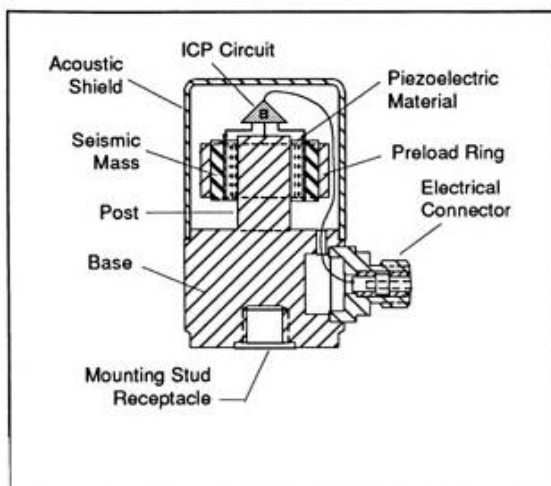
Όταν το σώμα πάνω από το επιταχυνσιόμετρο επιταχύνεται με επιτάχυνση  $\alpha$ , τότε λόγω αδράνειας του μεταλλικού κυλίνδρου, αναπτύσσεται επάνω στο πιεζοηλεκτρικό στοιχείο η εξής δύναμη:

$$F = m_{\text{κυλ.}} \alpha \quad (2.129)$$

όπου  $m_{\text{κυλ.}}$  η μάζα του μεταλλικού κυλίνδρου με το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο να παράγει τάση με τιμή ανάλογη της δύναμης  $F$  και συνεπώς ανάλογη της δύναμης  $\alpha$ . Συνεπώς, μέσω της μέτρησης της αναπτυσσόμενης ηλεκτρικής τάσης παρέχεται ακριβής μέτρηση της επιτάχυνσης.

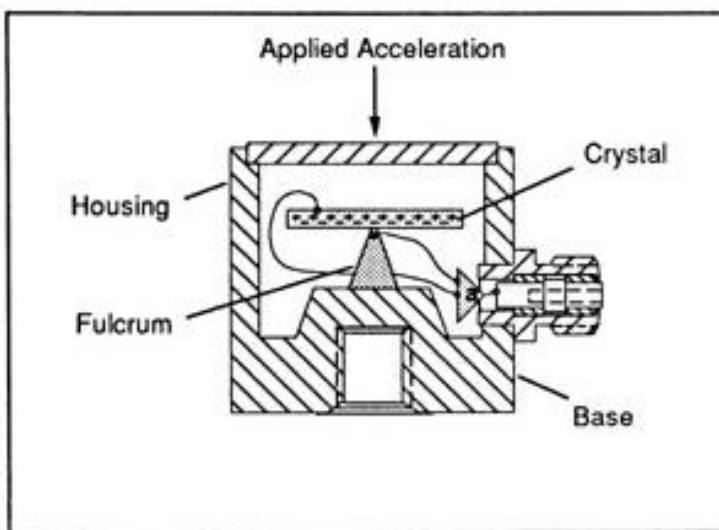
Υπάρχει πληθώρα ειδών πιεζοηλεκτρικών επιταχυνσιόμετρων με κυριότερα αυτά που λειτουργούν εξασκώντας διατμητική, καμπτική ή θλιπτική δύναμη. Τα επιταχυνσιόμετρα που λειτουργούν με θλιπτική δύναμη χωρίζονται σε τρία επιπλέον είδη: το άνω θλιπτικό επιταχυνσιόμετρο, το ανεστραμμένο και το μονωμένο.[10]

Τα επιταχυνσιόμετρα διατμητικού τύπου (shear mode) εσωκλείουν σε μορφή sandwich το πιεζοηλεκτρικό υλικό ενώ ανάμεσά του υπάρχουν ένα προεντεταμένο δαχτυλίδι στην εξωτερική πλευρά και η μάζα του αισθητήρα στην εσωτερική [10]. Το δαχτυλίδι βρίσκεται υπό προένταση ούτως ώστε να εξασφαλίζεται η σταθερότητα της κατασκευής. Κατά την επιτάχυνση η μάζα ασκεί διατμητική δύναμη στο αισθητήριο υλικό. Τα συγκεκριμένα επιταχυνσιόμετρα προσφέρουν εξαιρετικές αποδόσεις λόγω των μοναδικών χαρακτηριστικών τους. Είναι μικρά σε μέγεθος και δεν επηρεάζονται από καμπτικά ή θερμικά σφάλματα λόγω της διατάξεώς τους.



Σχήμα 2.43. Απεικόνιση διατμητικού πιεζοηλεκτρικού επιταχυνσιόμετρου.  
πηγή: [https://www.pcb.com/techsupport/tech\\_accel.aspx](https://www.pcb.com/techsupport/tech_accel.aspx)

Τα επιταχυνσιόμετρα καμπτικού τύπου (flexural mode) χρησιμοποιούν το πιεζοηλεκτρικό υλικό σε σχήμα δοκού στηριζόμενο σε μια αρθρωτή διάταξη στη κάτω πλευρά [10]. Κατά την επιτάχυνση παραμορφώνεται ο αισθητήρας. Η συγκεκριμένη διάταξη είναι οικονομικά προσιτή, ελαφριά ενώ προσφέρει εξαιρετική θερμική σταθερότητα. Ο παρών τύπος επιταχυνσιόμετρου είναι κατάλληλος για χαμηλές δυνάμεις g καθώς και για χαμηλές συχνότητες.

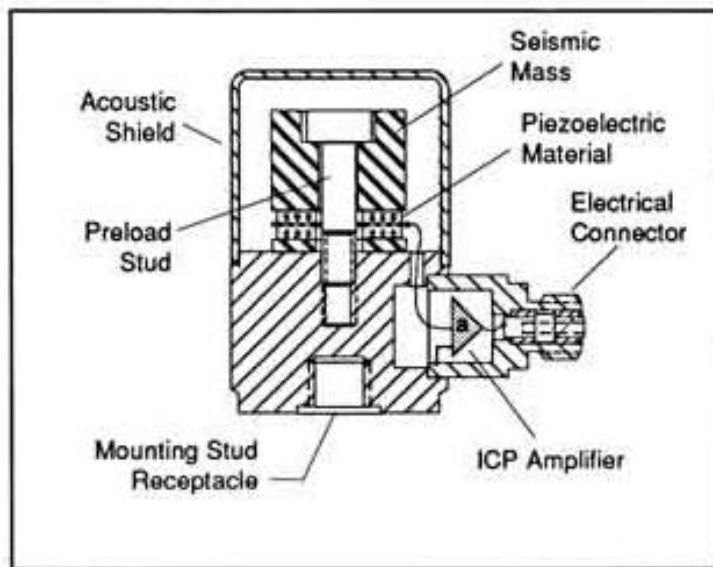


Σχήμα 2.19. Απεικόνιση του καμπτικού τύπου επιταχυνσιόμετρου.  
πηγή: [https://www.pcb.com/techsupport/tech\\_accel.aspx](https://www.pcb.com/techsupport/tech_accel.aspx)

Τα επιταχυνσιόμετρα θλιπτικού τύπου (compression type) χωρίζονται σε τρεις επιπλέον κατηγορίες [10]:

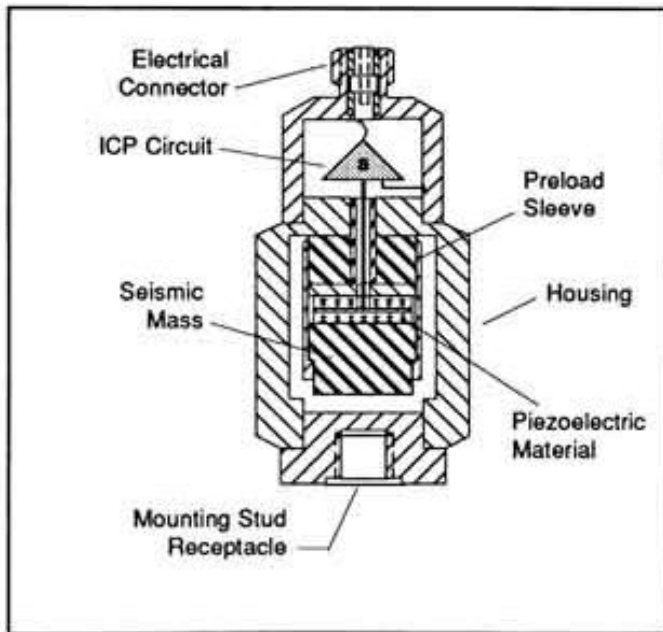
- Το άνω θλιπτικό επιταχυνσιόμετρο (upright compression accelerometer) χρησιμοποιεί τον λεγόμενο σχεδιασμό sandwich. Το πιεζοηλεκτρικό υλικό βρίσκεται μεταξύ της μάζας και της στιβαρής βάσης της συσκευής. Το υλικό ασφαλίζεται στη βάση με τη βοήθεια ελατηρίου. Κατά την επιτάχυνση η μάζα

αυξομειώνει αναλόγως τη δύναμη που ασκεί στο πιεζοηλεκτρικό υλικό με αποτέλεσμα η δύναμη να μεταφράζεται με ανάλογο τρόπο σε ηλεκτρική τάση. Όσο πιο μεγάλη είναι η μάζα, τόσο πιο μεγάλη είναι η τάση που ασκείται, συνεπώς και το σήμα εξόδου. Λόγω των χαρακτηριστικών του συνόλου της διάταξης, τα συγκεκριμένα επιταχυνσιόμετρα αντέχουν σε υψηλές δυνάμεις g καθώς ενώ προσφέρουν μεγάλη ακρίβεια απόκρισης σε ευρύ εύρος συχνοτήτων. Δυστυχώς είναι ευαίσθητα σε μεταβολές θερμοκρασίας και σε καμπικά φορτία.



Σχήμα 2.20. Απεικόνιση άνω θλιπτικού επιταχυνσιόμετρου.  
πηγή: [https://www.pcb.com/techsupport/tech\\_accel.aspx](https://www.pcb.com/techsupport/tech_accel.aspx)

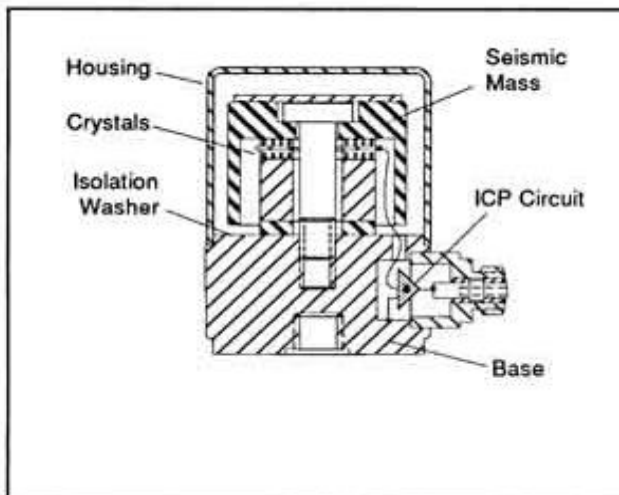
- Το ανεστραμμένο θλιπτικό επιταχυνσιόμετρο (inverted compression accelerometer) ουσιαστικά απομονώνει τους αισθητήριους κρυστάλλους από τη βάση, ελαχιστοποιώντας σφάλματα λόγω καμπτικής φόρτισης ή θερμικής μεταβολής. Είναι ιδιαίτερα διαδεδομένο.



Σχήμα 2.21. Απεικόνιση ενός ανεστραμμένου θλιπτικού επιταχυνσιόμετρου.

πηγή: [https://www.pcb.com/techsupport/tech\\_accel.aspx](https://www.pcb.com/techsupport/tech_accel.aspx)

- Το μονωμένο θλιπτικό επιταχυνσιόμετρο (isolated compression accelerometer) είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε να μειώνει τα σφάλματα λόγω θερμοκρασιακής μεταβολής ή καμπτικής φόρτισης. Αυτό επιτυγχάνεται απομονώνοντας το αισθητήριο υλικό από τη βάση της συσκευής και χρησιμοποιώντας μια κοίλη μάζα ως θερμοπροστασία. Κατ'αυτό το τρόπο επιτυγχάνεται σταθερή επίδοση χωρίς θερμικά σφάλματα.



Σχήμα 2.22. Απεικόνιση μονωμένου θλιπτικού επιταχυνσιόμετρου.

πηγή: [https://www.pcb.com/techsupport/tech\\_accel.aspx](https://www.pcb.com/techsupport/tech_accel.aspx)

Τέλος, τα επιταχυνσιόμετρα, χωρίζονται σε δύο γενικές κατηγορίες λειτουργίας [10]. Τα επιταχυνσιόμετρα που έχουν ενσωματωμένα ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα (Integrated Circuit Piezoelectric sensor) για να ενισχύουν τα σήμα από τον αισθητήρα πριν το αναμεταδώσουν σε κάποια εξωτερική συσκευή και τα επιταχυνσιόμετρα φόρτισης όπως αναφέρθηκε παραπάνω, χωρίς κάποιο ηλεκτρονικό κύκλωμα.

Τα κύρια πλεονεκτήματα των πιεζοηλεκτρικών επιταχυνσιόμετρων είναι τα εξής [9]:

1. Εξαιρετικά μεγάλη ευαισθησία μέτρησης.
2. Εξαιρετική γραμμικότητα μέτρησης.
3. Μεγάλο εύρος μετρούμενων συχνοτήτων.
4. Δεν χρειάζονται εξωτερική πηγή ρεύματος διότι είναι αυτοδιεγείρομενα.
5. Εξαιρετικά μικρή μάζα.
6. Δεν περιλαμβάνουν κινούμενα μέρη με συνέπεια να παρουσιάζουν υψηλή αξιοπιστία.

Τα κύρια μειονεκτήματά τους είναι τα εξής:

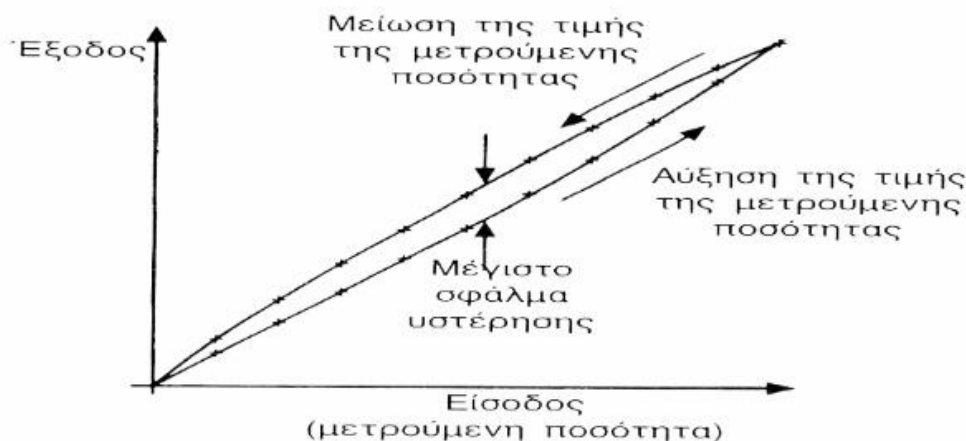
1. Συγκεκριμένο θερμοκρασιακό εύρος λειτουργίας (για το χαλαζία έως 500°C).
2. Ευαισθησία σε κρούσεις.

### 2.11.1 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΙΣΘΗΤΗΡΩΝ

Οι αισθητήρες διακρίνονται από τα παρακάτω χαρακτηριστικά [11]:

1. Ακρίβεια – σφάλμα: Ο βαθμός σφάλματος.
2. Βαθμονόμηση: Είναι οι μονάδες στις οποίες αναφέρεται η κλίμακα καταγραφής του οργάνου.
3. Νεκρή ζώνη: Το μέγιστο ποσό αλλαγής της μετρούμενης ποσότητας που δεν προκαλεί αλλαγή στην έξοδο.
4. Διαστάσεις: Οι διαστάσεις του αισθητήρα.
5. Ολίσθηση: Η φυσική τάση μιας αισθητηριακής συσκευής να μεταβάλλει τα χαρακτηριστικά της με το χρόνο λόγω μεταβολής περιβαλλοντικών συνθηκών.
6. Υστέρηση: Η έξοδος διαφέρει όταν η κατεύθυνση της μεταβολής της εισόδου αντιστραφεί.





Σχήμα 2.23. Γραφική αναπαράσταση του φαινομένου της υστέρησης.

πηγή: ΤΕΙ Χαλκίδας, Τμήμα Ηλεκτρολογίας, Σημειώσεις για το μάθημα Τεχνολογία Μετρήσεων (Θ), Δρ. Χατζηευφραιμίδης Αντώνης, 2005.

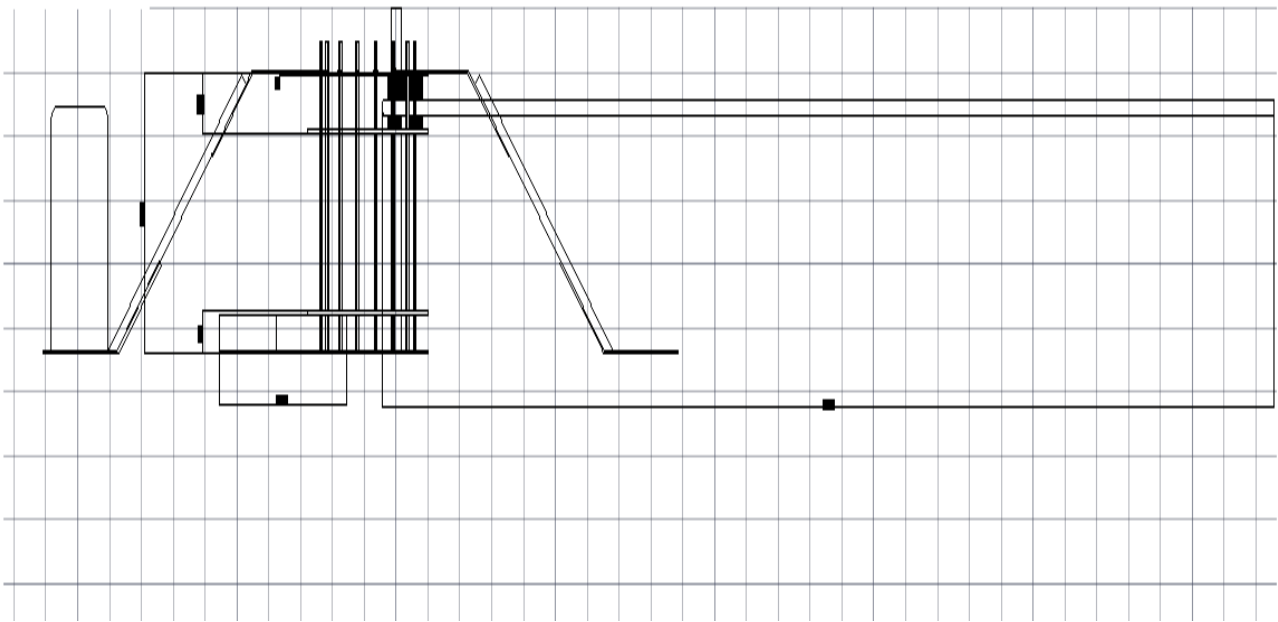
7. Καθυστέρηση: Η καθυστέρηση αλλαγής της τιμής εξόδου ενός αισθητήρα ως προς την αλλαγή της τιμής εισόδου (μετριέται σε κλάσματα του δευτερολέπτου).
8. Γραμμικότητα: Είναι ο βαθμός προσέγγισης μιας ευθείας γραμμής της γραφικής παράστασης εξόδου ως προς την είσοδο του αισθητήρα.
9. Χρόνος λειτουργίας: Ένδειξη χρόνου κατά την οποία αναμένεται να λειτουργεί σύμφωνα με τις προδιαγραφές του εκάστοτε αισθητήρα. Εκφράζεται σε μονάδες χρόνου ή κύκλους.
10. Αξιοπιστία: Είναι η δυνατότητα της συσκευής να λειτουργεί υπό συγκεκριμένες συνθήκες για μια δεδομένη χρονική περίοδο.
11. Επαναληψιμότητα: Εκφράζει τον βαθμό στον οποίο μια συσκευή παράγει το ίδιο αποτέλεσμα όταν τροφοδοτείται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με ακριβώς την ίδια είσοδο.
12. Εύρος: Εκφράζει τα όρια στα οποία μια συσκευή μπορεί να λειτουργεί αξιόπιστα.
13. Ονομαστική τιμή: Αποτελεί το σύνολο των βέλτιστων συνθηκών υπό τις οποίες η συσκευή θα λειτουργεί ασφαλώς και επιτυχώς.
14. Απόκριση: Ο χρόνος που απαιτείται για να λάβει μια συσκευή τη τελική τιμή εξόδου της για μια συγκεκριμένη είσοδο. Εκφράζεται σε δευτερόλεπτα ή ως ποσοστό επί της τελικής τιμής της εξόδου.
15. Διακριτική ικανότητα: Ορίζεται ως η μικρότερη τιμή εξόδου που μπορεί να ανιχνευθεί.
16. Ευαισθησία: Εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στην αλλαγή της εξόδου και την αντίστοιχη αλλαγή της εισόδου, με τη προϋπόθεση ότι η μεταξύ τους σχέση είναι γραμμική.
17. Ευστάθεια: Αποτελεί το μέτρο μεταβολής της εξόδου μιας συσκευής, όταν η είσοδος και οι συνθήκες παραμένουν σταθερές, κατά τη διάρκεια μιας μεγάλης χρονικής περιόδου.
18. Στατικό σφάλμα: Το σταθερό σφάλμα που υπεισέρχεται σε όλο το εύρος τιμών εισόδου μιας συσκευής.

19. Ανοχή: Το μέγιστο ποσοστό σφάλματος που μπορεί να υπάρξει κατά τη διάρκεια λειτουργίας της συσκευής.

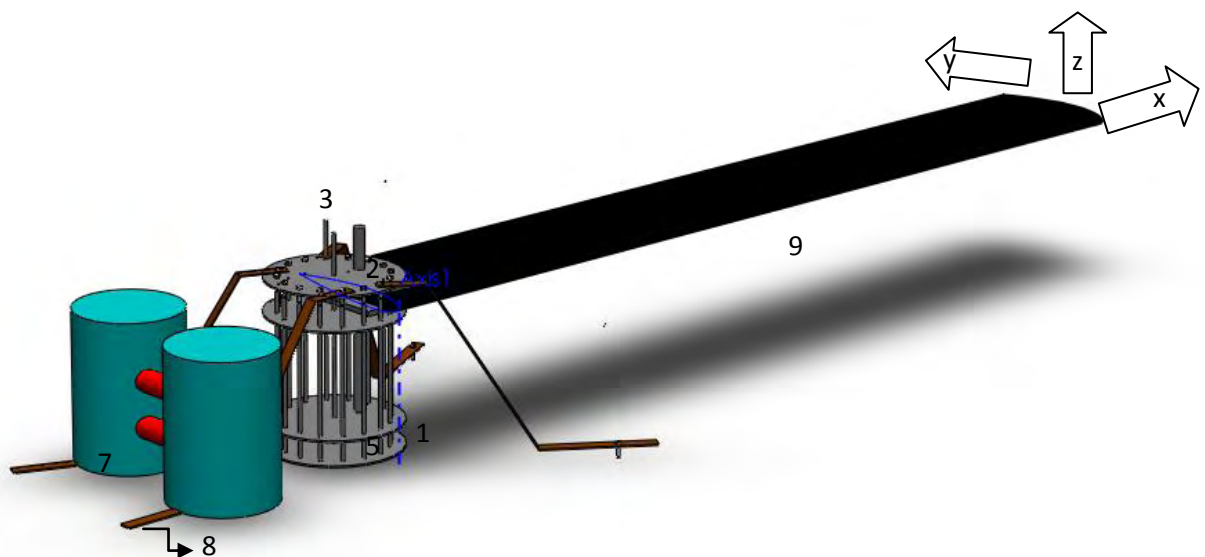
### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.

#### ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ, ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΚΑΙ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Για την ασφαλή διεξαγωγή των πειραμάτων η πτέρυγα πακτώθηκε μέσω της διάταξης που παρουσιάζεται στο παρακάτω σκαρίφημα:



Σχήμα 3.1. Απεικόνιση του μηχανισμού πάκτωσης με τη πτέρυγα, σχεδιασμένη στο AutoCAD.



Σχήμα 3.2. Απεικόνιση του μηχανισμού πάκτωσης με τη πτέρυγα, σχεδιασμένη στο SolidWorks.

### 3.1 ΤΡΟΠΟΣ ΣΤΗΡΙΞΕΩΣ

Ο μηχανισμός στήριξης αποτελείται από:

1. 4 μεταλλικές πλάκες διαμέτρου 950mm με 12 κυκλικές οπές περιμετρικά των 22mm, 5 κυκλικές οπές των 26mm εκ των οποίων η μία βρίσκεται στο κέντρο της πλάκας και οι υπόλοιπες περιμετρικά και μία των 76mm, πάχους 12mm.
2. 35 τετραγωνικά πλακίδια 60x60mm με κεντρική οπή των 24mm πάχους 2mm, σφηνωμένα πάνω και κάτω από την πτέρυγα.
3. 8 πλάκες 160x500mm με τρεις κυκλικές οπές των 66mm και 28mm, πάχους 12mm.
4. 2 πλάκες 900x108mm τριών κυκλικών οπών 26, 26 και 72mm, πάχους 12mm.
5. 8 τριγωνικά πλακίδια 100x100mm, πάχους 10mm.
6. 4 πλάκες 700x400mm με 5 κυκλικές οπές 12mm, πάχους 4mm.
7. 2 βαρέλια γεμισμένα με μπετόν.
8. 4 μεταλλικές αντηρίδες, συνδεδεμένες ανά δύο με μεταλλικό έλασμα για περαιτέρω ασφάλεια.
9. Πτέρυγα ελικοπτέρου Bell-Huey II, βάρους 80kg και μήκους 7m.
10. Βύσματα M20 σφηνωμένα στο δάπεδο

Ενδεικτικά, χρησιμοποιήθηκαν περίπου 100 κοχλιοσυνδέσεις, ενώ έγινε ηλεκτροσυγκόλληση τύπου MIG σε καίρια σημεία του υποστηρικτικού συστήματος για την εξασφάλιση της ασφαλούς πειραματικής λειτουργίας της προβόλου. Η πτέρυγα είναι ουσιαστικά σφηνωμένη στον κεντρικό άξονα της κατασκευής, ενώ έχει συνδεθεί και η δεύτερη οπή της πτέρυγας στις μεταλλικές πλάκες μέσω ενός μικρότερου άξονα. Στις οπές των πλακών έχουν βιδωθεί ντίζες, ενώ έχουν χρησιμοποιηθεί επιπλέον αντηρίδες. Πάνω στα πέλματα των δύο αριστερών αντηρίδων, με βάση το παραπάνω σκαρίφημα, έχουν εγκατασταθεί 2 βαρέλια με μπετόν ενώ έχει προβλεφθεί θέση για ένα ακόμη βαρέλι στο μέσον μεταξύ των δύο αντιστηρίξεων τα οποία θα λειτουργούν ως αντίβαρο.

Σε αυτό το σημείο, σκόπιμη είναι μια σύντομη αναφορά στην ηλεκτροσυγκόλληση τύπου MIG. Γενικά ως συγκόλληση, ορίζεται η ένωση δύο ή περισσότερων τεμαχίων μέσω θερμότητας ή και συμπίεσης με στόχο την κρυσταλλική ένωση των τεμαχίων. Στόχος της συγκόλλησης είναι το τελικό τεμάχιο να έχει την ίδια αντοχή με τα αρχικά κομμάτια.

Στη μέθοδο ηλεκτροσυγκόλλησης Metal Inert Gas ή αλλιώς M.I.G. το ηλεκτρόδιο αποτελεί και το συγκολλητικό υλικό. Το ηλεκτρόδιο δηλαδή καταναλώνεται και τροφοδοτείται στη συγκόλληση από μια κουλούρα σύρματος. Το αέριο που χρησιμοποιείται είναι αργό ή μείγμα αργού με άλλα αδρανή αέρια, όπως διοξείδιο του άνθρακα. Το ηλεκτρόδιο στη συγκόλληση M.I.G. συνδέεται στο θετικό πόλο, σε αντίθεση με το ηλεκτρόδιο στη μέθοδο T.I.G., (Tungsten Inert Gas) που συνδέεται στον αρνητικό πόλο με αποτέλεσμα να λιώνει ευκολότερα [12].

### 3.2 ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ

Για την καταγραφή των πειραματικών αποτελεσμάτων χρησιμοποιούνται τα εξής εργαστηριακά μετρητικά και αποθηκευτικά όργανα.

- ταινία μέτρησης
- αλφάδι
- αναλογική ζυγαριά με εύρος τιμών από 0 έως 120 κιλά
- υδραυλικός ανυψωτήρας
- laser
- ψηφιακή ζυγαριά SILVERCREST με εύρος τιμών 0 έως 50 κιλά
- επιταχυνσιόμετρο KISTLER 8632C10T
- ενισχυτή σήματος KISTLER 5134
- ψηφιακό παλμογράφο LEADER LBO
- μετατροπέα σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό σήμα National Instruments
- βιντεοκάμερα υψηλής ανάλυσης SONY 50fps
- πρόγραμμα καταγραφής των πειραματικών δεδομένων LabView National Instruments
- Προγράμματα επεξεργασίας δεδομένων όπως: Excel, ImageJ, Adobe Photoshop, SmartProtractor, GIMP, Kinovea, Irfanview, MovieEditor, FreeStudio κ.α.

Παρατίθενται κάποιες επιπλέον πληροφορίες για το επιταχυνσιόμετρο της εταιρείας KISTLER [16]:

ΤΥΠΟΣ: 8632C10T

ΕΥΡΟΣ ΤΙΜΩΝ (g):  $\pm 10$

ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑ  $\pm 5\%$  (mV/g): 500

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ (Hz)  $\pm 5\%$  :1-5000

ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ (°C): 0-65

ΚΑΤΩΦΛΙ ΤΙΜΩΝ ( $g_{rms}$ ): 0,00028

ΜΑΖΑ (gr):6

ΓΕΙΩΣΗ: ΝΑΙ

ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ: ΚΑΛΩΔΙΟ ΤΥΠΟΥ 1631C, ΔΙΑΜΕΤΡΟΥ 2mm, ΚΑΤΑΛΛΗΛΟ ΓΙΑ ΧΡΗΣΗ ΣΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΟΜΕΤΡΑ ΥΨΗΛΗΣ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ

ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑ (%): <1

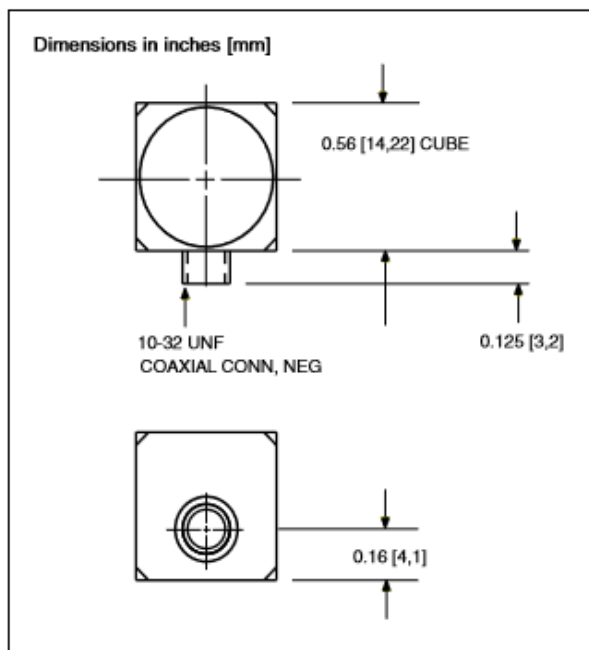
ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑ (FSO):  $\pm 1$

ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ (mA / VDC): 2-18/20-30

ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ( $\Omega$ ): <500

ΥΛΙΚΟ ΑΙΣΘΗΤΗΡΑ: ΔΙΜΟΡΦΟ ΚΕΡΑΜΙΚΟ/ ΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ

ΥΛΙΚΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΚΑΛΥΜΑΤΟΣ: ΣΚΛΗΡΑ ΑΝΟΔΙΩΜΕΝΟ ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ



Σχήμα 3.3. Σκαρίφημα του επιταχυνσιόμετρου KISTLER 86C10T [16].  
πηγή: kistler.com

Παρατίθενται κάποιες επιπλέον πληροφορίες για τον ενισχυτή της εταιρείας KISTLER [16]:

ΤΥΠΟΣ: 5134B

ΡΕΥΜΑ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ ΑΙΣΘΗΤΗΡΑ (mA): 0-15

ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΑΙΣΘΗΤΗΡΑ (VDC): 24

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ (Hz)  $\pm 5\%$  : 0,1 -68000

ΕΞΟΔΟΣ (V):  $\pm 5$  /  $\pm 10$

ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ (VAC): 115/230

ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ (GAIN): 0,5 -150

ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ (°C): 0-50

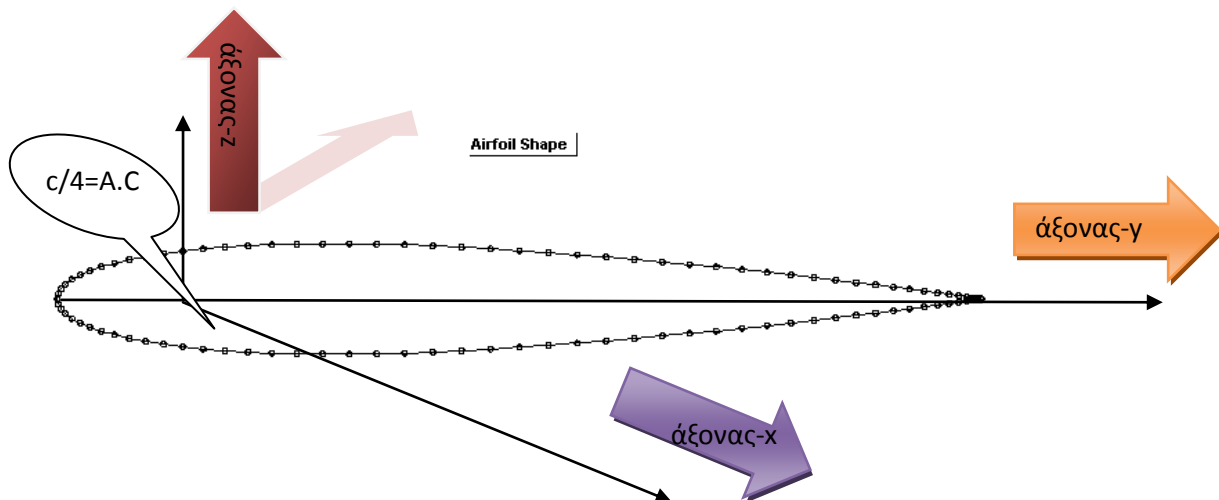
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (WxHxD) (mm): 196x94x150

ΒΑΡΟΣ (kg) : 1,8

### 3.3 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ.

Για την διεξαγωγή των πειραμάτων ορίστηκαν οι παρακάτω άξονες στην πτέρυγα. Οι παρακάτω άξονες ισχύουν στη συντριπτική πλειοψηφία των πειραμάτων, όπως θα φανεί στη συνέχεια.

Όπως φαίνεται και από το σκαρίφημα, η πτέρυγα NACA 0012 διατρέχεται κατά το εκπέτασμα από τον x άξονα, ενώ ως αρχή αξόνων θεωρείται το σημείο  $c/4$ , γνωστό και ως Αεροδυναμικό Κέντρο της πτέρυγας και θέση επιβολής των φορτίων.



Σχήμα 3.4. Απεικόνιση της αεροτομής NACA 0012 της πτέρυγας με την εφαρμογή του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων για τη διεξαγωγή των πειραμάτων.

πηγή: Απεικόνιση της αεροτομής NACA 0012 της πτέρυγας με την εφαρμογή του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων για τη διεξαγωγή των πειραμάτων μέσω java foil.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει μια εκτενής περιγραφή του τρόπου διεξαγωγής των πειραμάτων της πτέρυγας ελικοπτέρου Bell-Huey II. Θα αναλυθούν λεπτομερώς οι πειραματικές διαδικασίες που ακολουθήθηκαν, ο τρόπος μέτρησης των πειραμάτων καθώς και η διαδικασία χρήσης των οργάνων μέτρησης, καταγραφής και αποθήκευσης πειραματικών δεδομένων.

#### 4.1 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΣΤΑΤΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

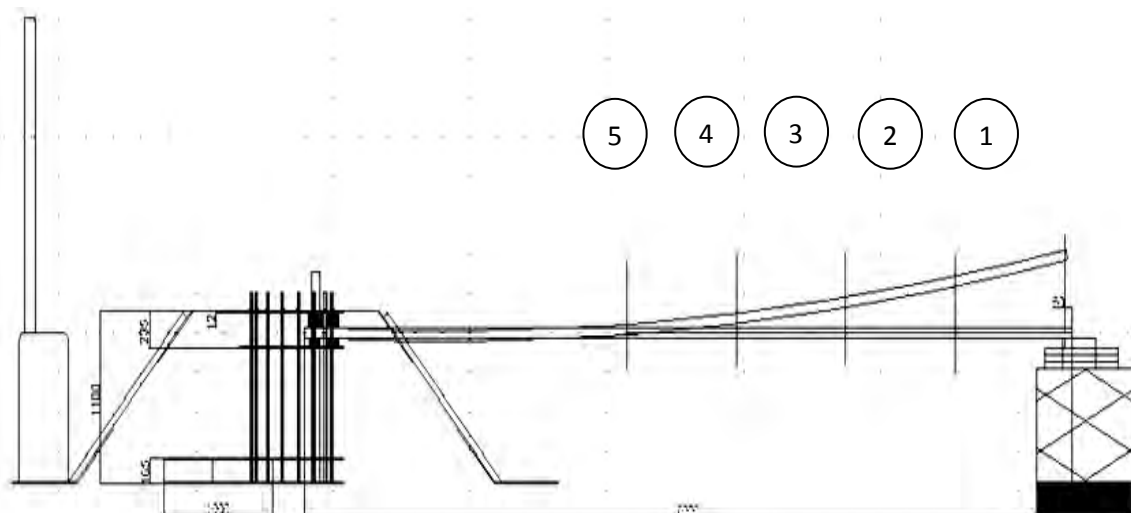
Στη στατική φόρτιση, σκοπός των πειραμάτων, ήταν η μέτρηση του βέλους κάμψεως της πτέρυγας όταν αυτή υπόκειται σε στατικό σημειακό φορτίο και η σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων με τα θεωρητικά αποτελέσματα.

Για το λόγο αυτό η πτέρυγα έπρεπε πρώτα να προετοιμασθεί κατάλληλα. Σε απόσταση 6cm από το ελεύθερο άκρο αυτής επί της προέκτασης του αεροδυναμικού της κέντρου σημειώθηκε το σημείο Νο.1. Αυτό είναι το πρώτο σημείο όπου θα ασκηθεί το σημειακό φορτίο. Εν συνεχεία, σημειώθηκαν επί της πτέρυγας άλλα 4 σημεία. Συνολικά, υπάρχουν 5 σημεία επιβολής του φορτίου, που απέχουν όλα μεταξύ τους 1m.

Στο πρώτο πείραμα της στατικής φόρτισης, το φορτίο ασκήθηκε σε απόσταση μικρότερη των 6cm, χωρίς προστατευτικό κλωβό, από κάτω προς τα πάνω, με αποτέλεσμα να θεωρηθεί ως σημειακό φορτίο στην άκρη της δοκού. Σκοπός του πρώτου πειράματος στατικής φόρτισης ήταν η εξαγωγή του μέτρου ελαστικότητας  $E$ , της πτέρυγας. Μέσω ενός υδραυλικού ανυψωτήρα ασκήθηκε φορτίο από 0 έως 70 κιλά και μετρήθηκε το βέλος κάμψης στην άκρη της πτέρυγας.

Στα επόμενα πειράματα στατικής φόρτισης, το φορτίο ασκήθηκε σημειακά σε κάθε θέση της πτέρυγας από κάτω προς τα επάνω αλλά και αντίθετα. Η ζυγαριά βρισκόταν τοποθετημένη σε ειδικό μεταλλικό κλωβό, όπου στο πάνω μέρος του υπήρχαν προσκολλημένα ελάσματα για την εξασφάλιση μικρής εκκεντρότητας κατά την άσκηση του φορτίου. Το βέλος κάμψης μετρήθηκε σε όλα τα σημεία της πτέρυγας, στην ακμή προσβολής και φυγής αυτών. Επιπροσθέτως μετρήθηκε και η συστρόφη που παρουσίαζε η πτέρυγα.

Παρακάτω παρατίθεται ο τρόπος διεξαγωγής των στατικών πειραμάτων σχηματικά.



Σχήμα 4.1.Σκαρίφημα της διάταξης με τις θέσεις επιβολής φορτίου.



Σχήμα 4.2.Απεικόνιση του προστατευτικού κλωβού κατά τη διάρκεια άσκησης του φορτίου από κάτω προς τα επάνω.



## 4.2 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

Στη δυναμική φόρτιση, σκοπός των πειραμάτων ήταν η μέτρηση της φυσικής και αποσβενούμενης συχνότητας της πτέρυγας κατά την ταλάντωσή της.

Στη πρώτη σειρά δυναμικών πειραμάτων, στήθηκε μια λευκή βαθμονομημένη οθόνη στο τέλος της πτέρυγας. Χάριν ευκολίας στη προκειμένη περίπτωση, οι άξονες  $x$  και  $y$  εναλλάχθηκαν. Αρχικά πραγματοποιήθηκαν κάποιες στατικές μετρήσεις βελών κάμψης και στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν οι ταλαντώσεις. Στη πρώτη σειρά δυναμικών πειραμάτων, πραγματοποιήθηκαν ταλαντώσεις κυματιστού τύπου κατά τον άξονα  $z$  (flapwise), ελεύθερες και με απόσβεση.

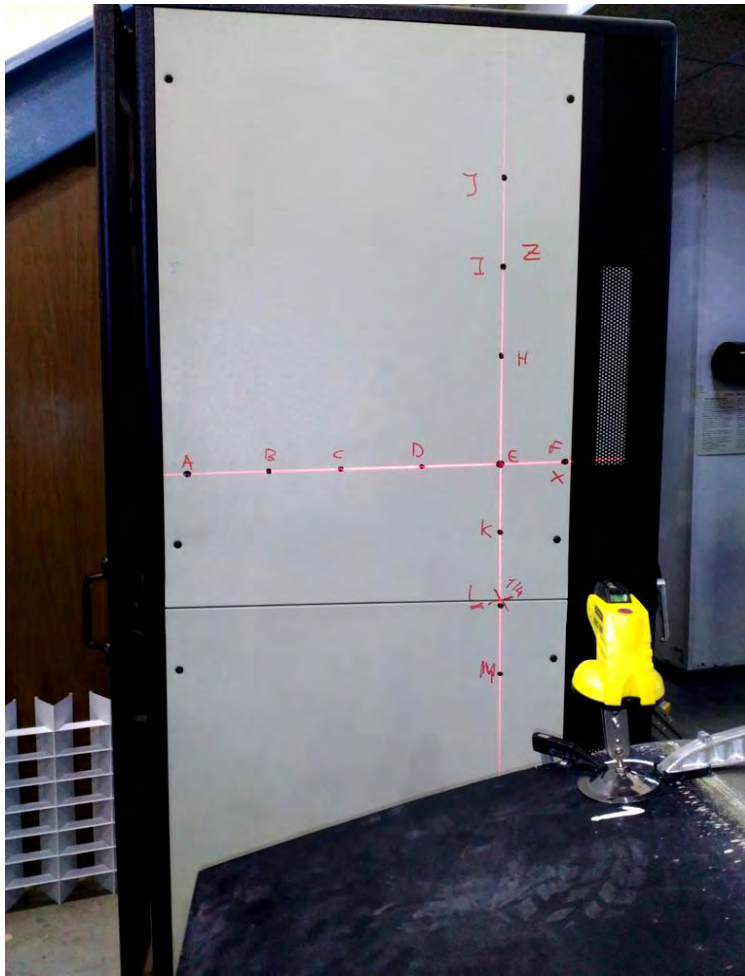
Ασκήθηκε σημειακό φορτίο στη θέση No.1 από 0 έως 30 κιλά με φορά από πάνω προς τα κάτω. Στη συνέχεια, εξήχθησαν αποτελέσματα μέσω της ανάλυσης του βίντεο με εμπορικά προγράμματα όπως περιγράφεται αναλυτικότερα στο κεφάλαιο περί δυναμικής φόρτισης, έχοντας ως σημείο αναφοράς των μετρήσεων τη δέσμη του laser.

Στη δεύτερη σειρά δυναμικών πειραμάτων, η λευκή οθόνη στήθηκε κατά μήκος της πτέρυγας, ακολουθώντας τη σύμβαση περί αξόνων. Αρχικά πραγματοποιήθηκαν και πάλι κάποιες στατικές μετρήσεις, ενώ στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν οι ταλαντώσεις. Οι ταλαντώσεις ήταν και πάλι κυματιστού τύπου, κατά τον άξονα  $z$  (flapwise), ελεύθερες και με απόσβεση. Ασκήθηκε σημειακό φορτίο στη θέση No.1 από 0 έως 30 κιλά, με φορά από πάνω προς τα κάτω. Με τη βοήθεια του laser που ήταν και αυτό εγκατεστημένο στη θέση No.1 της πτέρυγας, αναλύθηκαν εκτός των flapwise μετρήσεων και οι μετρήσεις στρεπτικού (torsional) τύπου, λόγω φαινομένων συστροφής.

Στη τρίτη σειρά δυναμικών πειραμάτων, πραγματοποιήθηκε λοξή ταλάντωση τύπου edgewise, ή αλλιώς κατά τον άξονα  $y$ . Αρχικά γίνανε κάποιες μετρήσεις στατικού τύπου με τη βοήθεια του δυναμόμετρου, ενώ στη συνέχεια διεξήχθη λοξή ταλάντωση, τύπου edgewise. Η φυσική ταλάντωση του συστήματος, εξήχθη με τη βοήθεια ηλεκτρονικών προγραμμάτων, όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια.

Στη τέταρτη σειρά δυναμικών πειραμάτων, πραγματοποιήθηκαν ταλαντώσεις τύπου flapwise και edgewise, ελεύθερες, με απόσβεση και εξαναγκασμένες. Η συγκεκριμένη σειρά δυναμικών πειραμάτων έγινε με διαφορετική διάταξη. Αναλυτικότερα, στη πτέρυγα Bell Huey II επικολλήθηκε ένα επιταχυνσιόμετρο τύπου KISTLER 8632C10T, το οποίο συνδέθηκε σε έναν ενισχυτή σήματος KISTLER 5134. Ο ενισχυτής συνδέθηκε σε ένα παλμογράφο LEADER LBO και σε έναν μετατροπέα σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό. Με αυτό τον τρόπο τα δεδομένα, αποθηκεύτηκαν στο πρόγραμμα LabView NI. Στη συνέχεια τα 19 πειράματα που διεξήχθησαν με αυτό τον τρόπο, αναλύθηκαν με τη μέθοδο FFT για την εξαγωγή της συχνότητας της πτέρυγας.

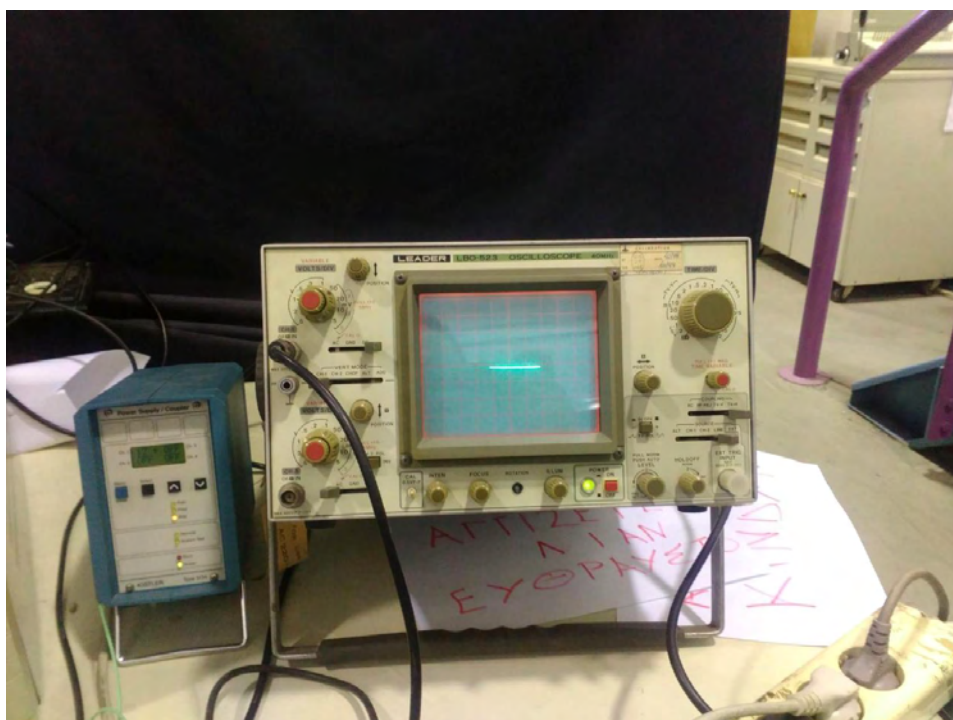
Παρακάτω, παρατίθεται αναλυτικότερα, με τη βοήθεια των σχημάτων, ο τρόπος διεξαγωγής των δυναμικών πειραμάτων.



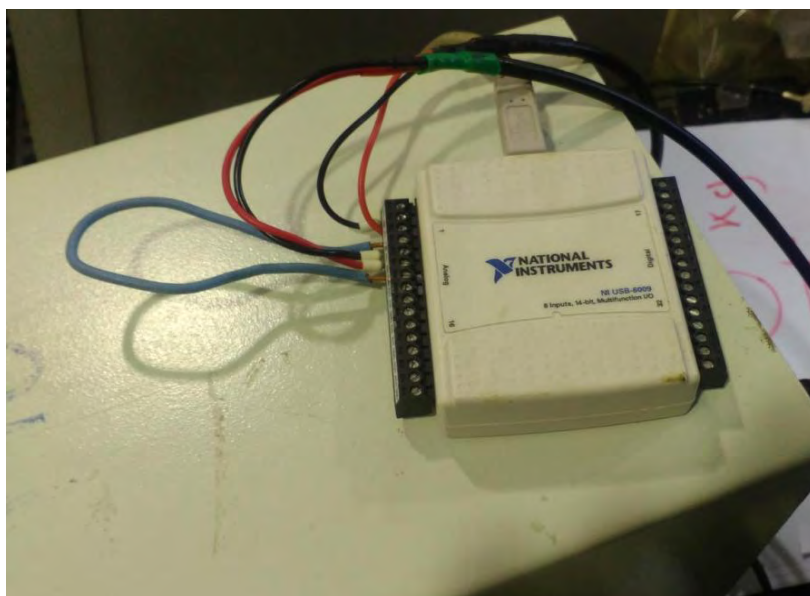
Σχήμα 4.3. Η λευκή βαθμονομημένη οθόνη με τη συσκευή laser στη πτέρυγα.



Σχήμα 4.4.. Το επιταχυνσιόμετρο KISTLER 86C10T στη θέση Νο.1.



Σχήμα 4.5.Ο ψηφιακός παλμογράφος LEADER LBO και ο ενισχυτής σήματος KISTLER εν δράση.



Σχήμα 4.6. Ο μετατροπέας σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό σήμα της National Instruments.



Σχήμα 4.7.Το καλώδιο 1631C.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΣΕΙΡΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

Στο παρόν κεφάλαιο θα περιγραφούν οι πειραματικές μετρήσεις καθώς και οι μηχανισμοί που χρησιμοποιήθηκαν για να διεξαχθούν τα εργαστηριακά πειράματα.

#### 5.1 ΤΟ ΠΡΩΤΟ ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Η στατική σειρά πειραμάτων αφορά τη μέτρηση του βέλους κάμψης της πτέρυγας όταν στην άκρη της πτέρυγας και σε απόσταση  $c/4 = 0.53/4 = 0,1325\text{m}$ , το οποίο αποτελεί το αεροδυναμικό κέντρο της αεροτομής, ασκείται σημειακό φορτίο.

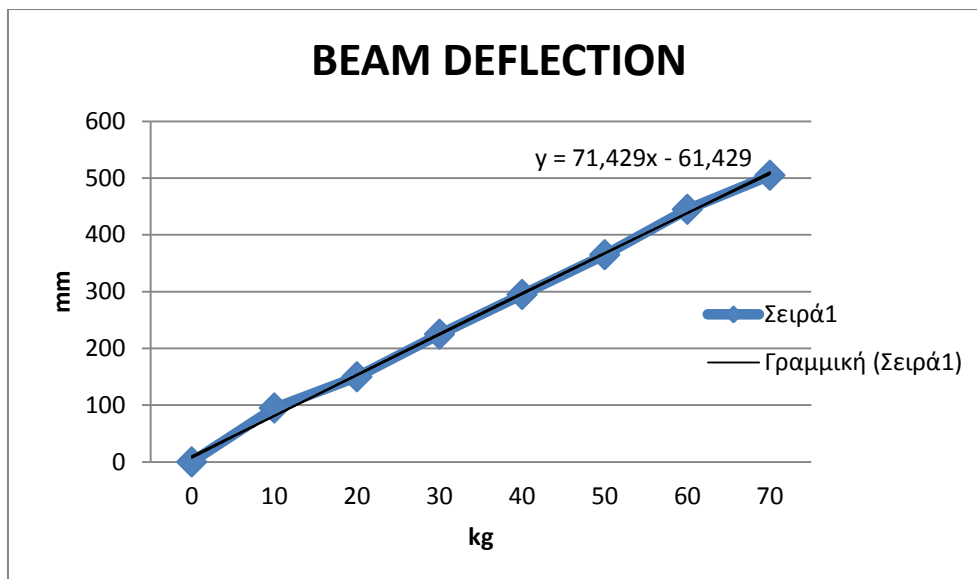
Αναλυτικότερα, το πρώτο πείραμα που διεξήχθη στις 12/2/2016 χρησιμοποιούσε έναν απλό μηχανισμό στήριξης της αναλογικής ζυγαριάς η οποία μέσω ενός υδραυλικού ανυψωτήρα έδειχνε το φορτίο σε κιλά που ασκούνταν κάθε φορά στην άκρη της πτέρυγας, με φορά από κάτω προς τα πάνω.

Τα αποτελέσματα του πειράματος φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

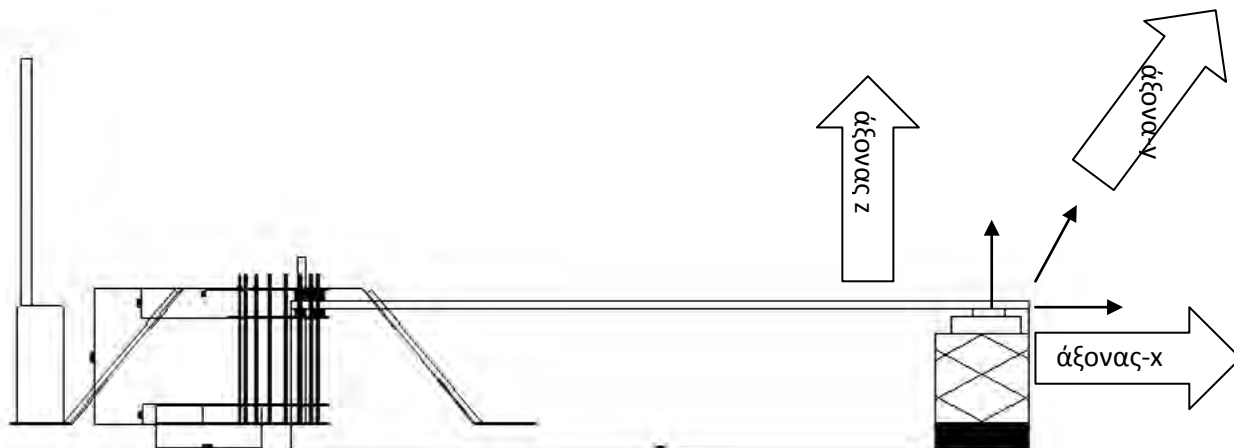
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1

ΦΟΡΤΙΟ P (kg)	ΒΕΛΟΣ ΚΑΜΨΗΣ A.C. (mm) ΘΕΩΡΩΝΤΑΣ ΤΑ 1025mm ΩΣ ΜΗΔΕΝΙΚΟ ΒΕΛΟΣ ΚΑΜΨΗΣ	ΒΕΛΟΣ ΚΑΜΨΗΣ A.C. (mm) ΑΠΟ ΤΟ ΕΔΑΦΟΣ
0	0	1025
10	95	1120
20	150	1175
30	225	1250
40	295	1320
50	365	1390
60	445	1470
70	505	1530

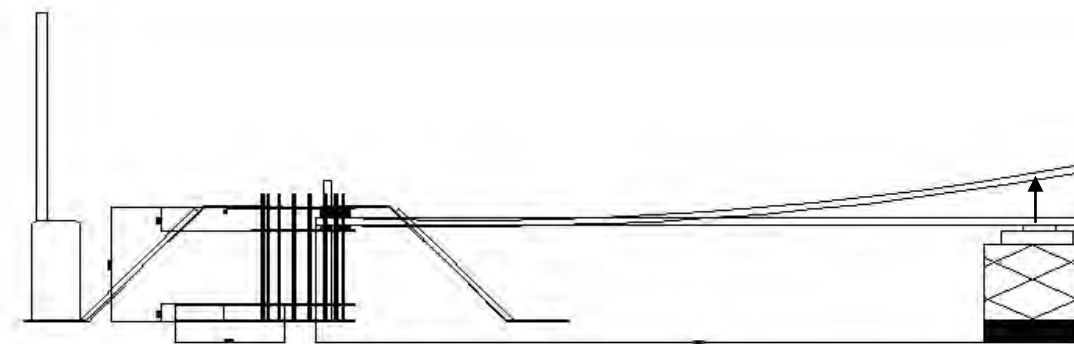
Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα του βέλους κάμψεως συναρτήσει του φορτίου από τον ανυψωτήρα που ασκείται στην άκρη της πτέρυγας καθώς και η πειραματική διάταξη σχεδιασμένη στο AutoCAD.



Σχήμα 5.1. Απεικόνιση γραφήματος του βέλους κάμψεως συναρτήσεως του φορτίου που ασκείται στην άκρη της δοκού.



Σχήμα 5.2. Απεικόνιση του πρώτου στατικού πειράματος, στην άκρη της πτέρυγας φαίνεται ο υδραυλικός ανυψωτήρας και η ζυγαριά, σχεδιασμένο στο AutoCad.



Σχήμα 5.3. Απεικόνιση του βέλους κάμψεως του πρώτου στατικού πειράματος, σχεδιασμένο στο AutoCad.

Αν θεωρήσουμε τη πτέρυγα ως αβαρή δοκό, τότε ισχύει ο τύπος της ελαστικής γραμμής για συγκεντρωμένο φορτίο στην άκρη της δοκού, όπως περιγράφεται στη σελίδα 24:  $u_B = PL^3/3EI$  και συνεπώς αντικαθιστώντας για

συγκεκριμένο φορτίο και μετατόπιση, προκύπτει το μέτρο ελαστικότητας E, όπως παρακάτω με I γνωστό από σελ.36:

$$E = \frac{PL^3}{3Iu_B} = \frac{(kg * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * u_B} \Rightarrow$$

$$E|_{10kg} = \frac{(10 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,095} = 1,80256 * 10^{10} Pa = 18,02 GPa$$

$$E|_{20kg} = \frac{(20 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,150} = 2,28324 * 10^{10} Pa = 22,83 GPa$$

$$E|_{30kg} = \frac{(30 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,225} = 2,28324 * 10^{10} Pa = 22,83 GPa$$

$$E|_{40kg} = \frac{(40 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,295} = 2,32194 * 10^{10} Pa = 23,21 GPa$$

$$E|_{50kg} = \frac{(50 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,365} = 2,3458 * 10^{10} Pa = 23,45 GPa$$

$$E|_{60kg} = \frac{(60 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,445} = 2,3089 * 10^{10} Pa = 23,08 GPa$$

$$E|_{70kg} = \frac{(70 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,505} = 2,37367 * 10^{10} Pa = 23,37 GPa$$

Αν λάβουμε τον σταθμισμένο μέσο όρο, θα έχουμε:

$$\frac{18,02 + 2 * 22,83 + 23,21 + 23,45 + 23,08 + 23,37}{7} = \frac{156,79}{7} = 22,398 = 22,4 GPa$$

Το αποτέλεσμα πλησιάζει στο μέτρο ελαστικότητας ξύλου και σύνθετου πολυμερούς υλικού ενισχυμένο με ίνες υάλου.

## 5.2 ΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟ ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Το δεύτερο πείραμα της σειράς στατικών πειραμάτων διεξήχθη στις 1/3/2016. Στο συγκεκριμένο πείραμα ασκήθηκε στατικό φορτίο στο αεροδυναμικό κέντρο της αεροτομής και σε απόσταση 6cm από την άκρη της πτέρυγας, στη θέση Νο.1. Η ζυγαριά τοποθετήθηκε μέσα σε έναν ειδικό μεταλλικό κλωβό, όπου στη κορυφή του υπήρχε μεταλλικό έλασμα για την εξασφάλιση της όσο το δυνατό ελάχιστης εκκεντρότητας κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων. Μέσω του υδραυλικού ανυψωτήρα ασκήθηκε φορτίο μέγιστης έντασης 80 κιλών με φορά από κάτω προς τα επάνω. Μετρήθηκε το βέλος κάμψης από το έδαφος σε 5 θέσεις της πτέρυγας, στην ακμή προσβολής και στην ακμή φυγής αυτών, όπως φαίνεται και στο σχετικό σκαρίφημα.

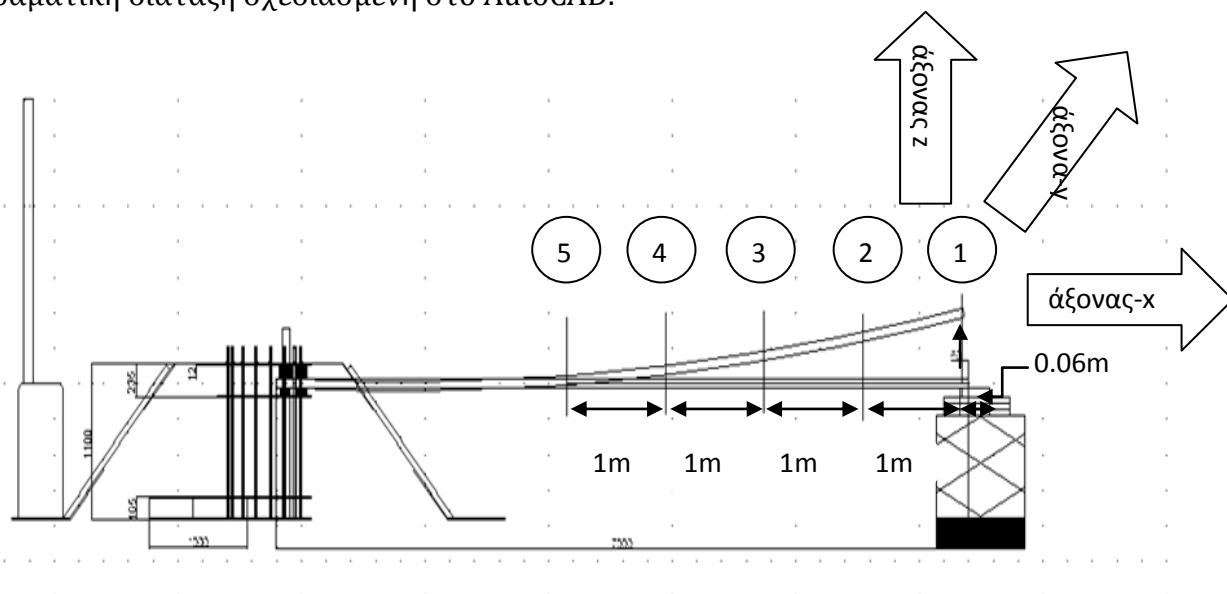
Τα αποτελέσματα του πειράματος φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2

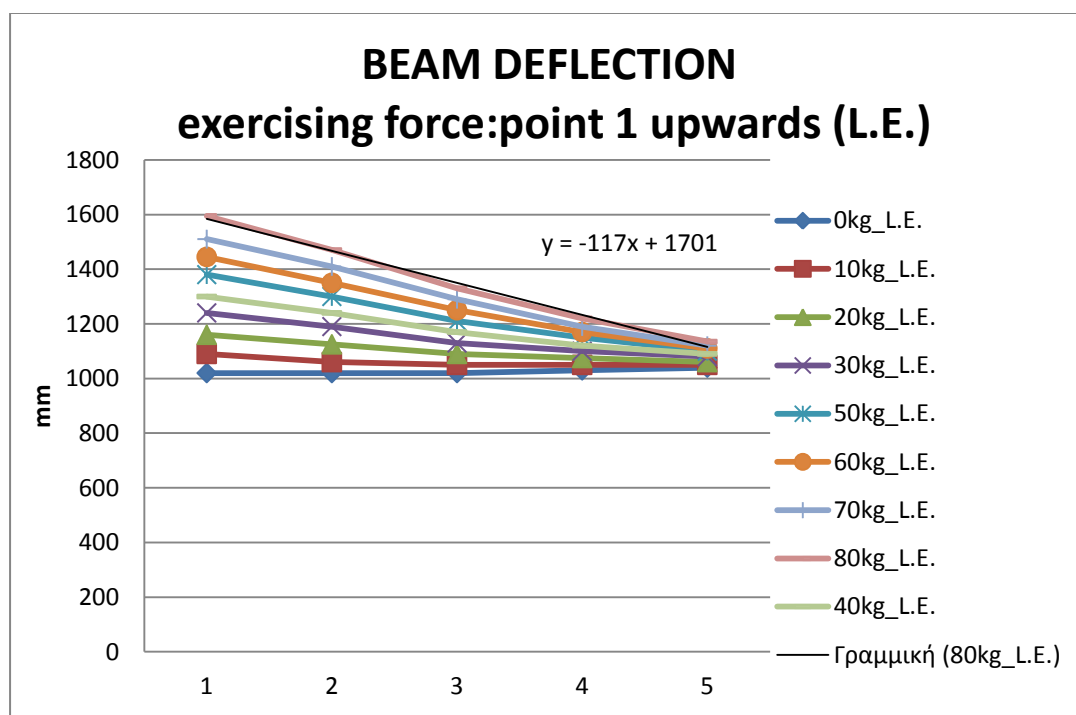
ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΕΩΣ -ΑΠΟΛΥΤΗ ΜΕΤΡΗΣΗ (mm)						
Φορτίο P (kg)\pos.	1	2	3	4	5	
0	1020	1020	1020	1030	1040	L.E.
	930	930	940	970	1000	T.E
10	1090	1060	1050	1050	1050	L.E.
	1000	980	980	990	1010	T.E
20	1160	1125	1090	1075	1060	L.E.
	1070	1040	1020	1015	1025	T.E
30	1240	1190	1130	1100	1080	L.E.
	1150	1100	1060	1040	1030	T.E
40	1300	1240	1170	1120	1090	L.E.
	1210	1140	1100	1065	1045	T.E
50	1380	1300	1210	1150	1100	L.E.
	1290	1200	1140	1090	1060	T.E
60	1445	1350	1250	1170	1110	L.E.
	1350	1250	1180	1110	1070	T.E
70	1510	1410	1290	1190	1120	L.E.
	1420	1305	1215	1140	1080	T.E
80	1595	1470	1330	1220	1135	L.E.
	1500	1365	1255	1160	1090	T.E



Παρακάτω, παρουσιάζονται τα διαγράμματα της ελαστικής γραμμής της πτέρυγας, καθώς και τα διαγράμματα του βέλους κάμψεως συναρτήσει του βάρους που ασκείται στην θέση No.1 της πτέρυγας για κάθε μία από τις 5 θέσεις καθώς και η πειραματική διάταξη σχεδιασμένη στο AutoCAD.

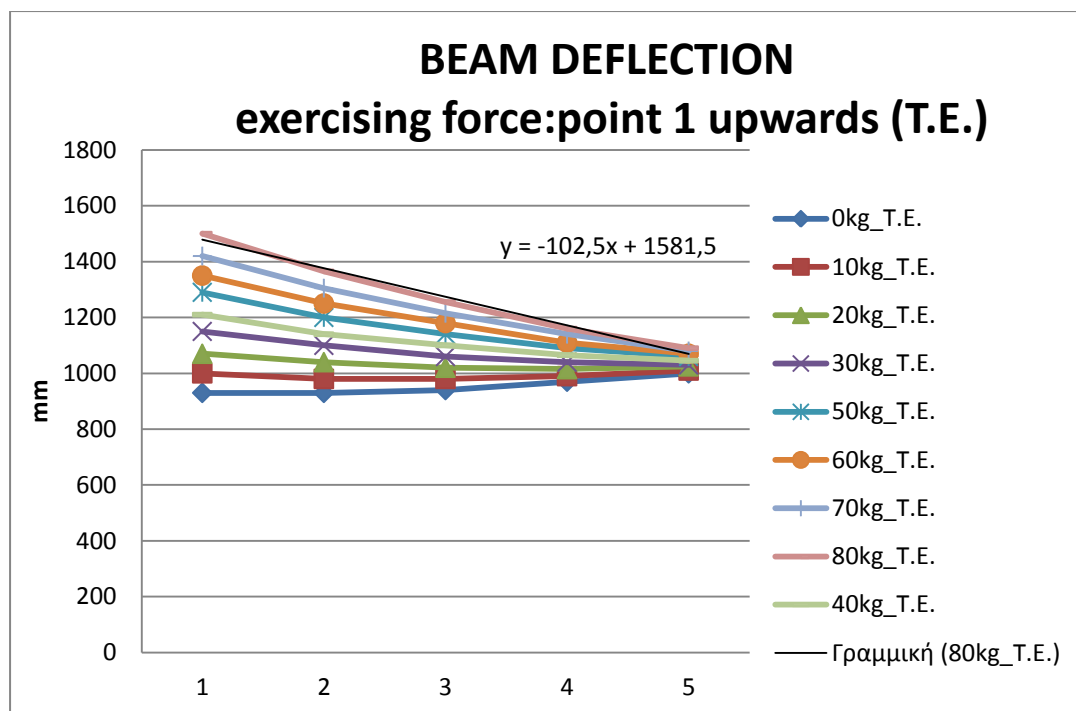


Σχήμα 5.4. Απεικόνιση του δεύτερου στατικού πειράματος, των θέσεων μέτρησης του βέλους κάμψεως καθώς και της θέσεως εφαρμογής του φορτίου, σχεδιασμένο στο AutoCad.

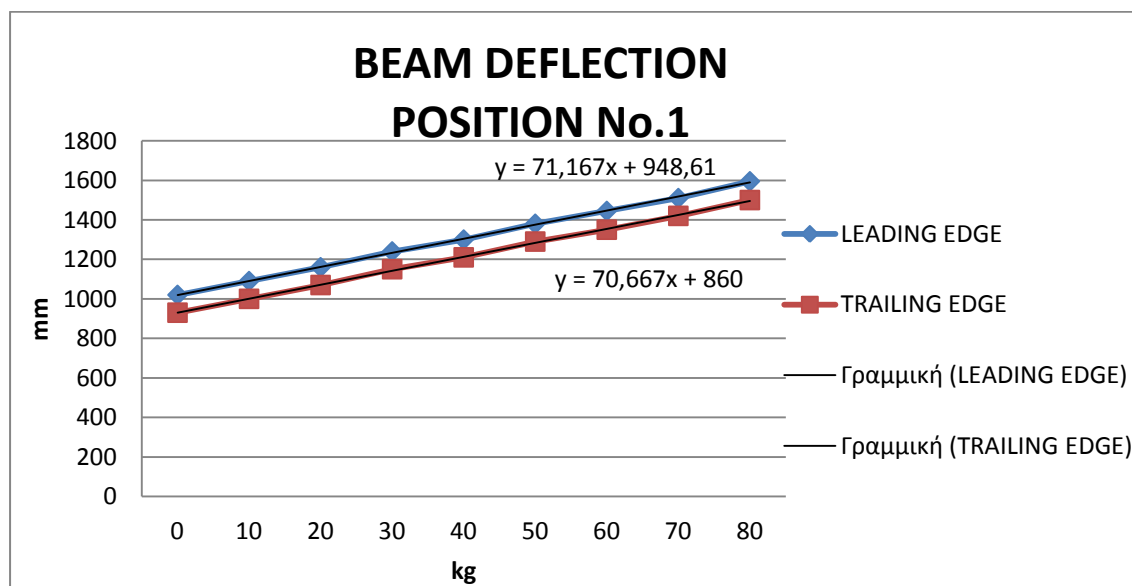


Σχήμα 5.5. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής προσβολής για ασκούμενο φορτίο στη θέση No.1 .

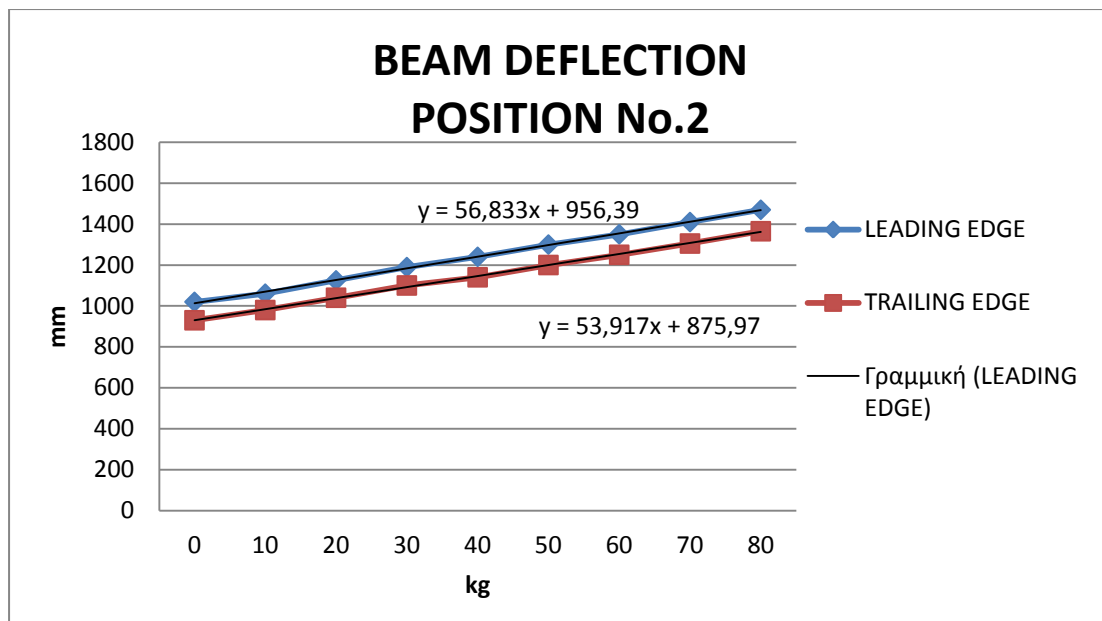




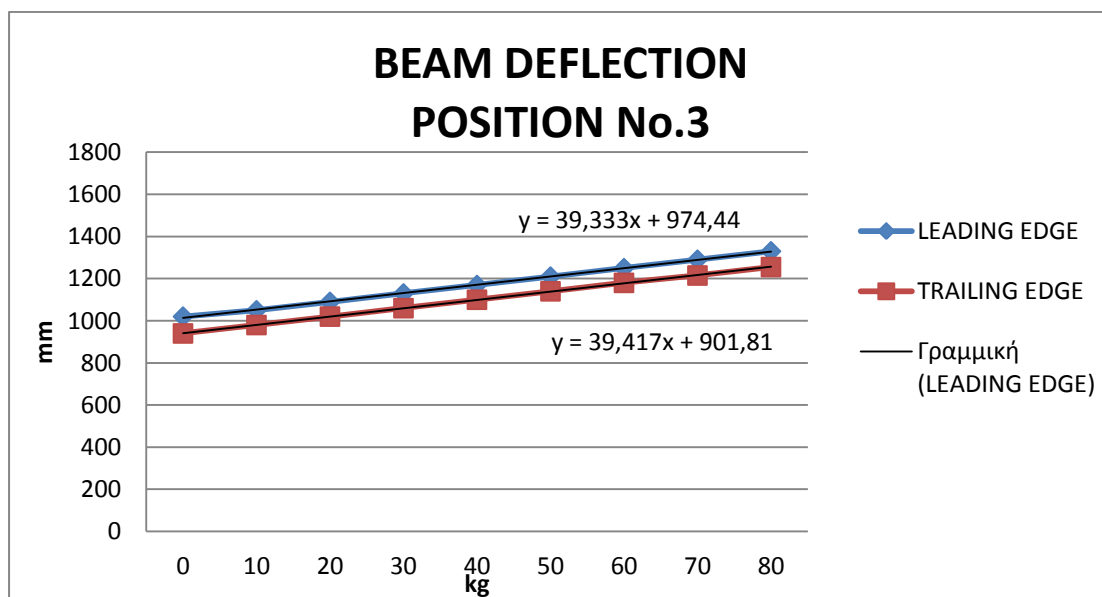
Σχήμα 5.6. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής φυγής για ασκούμενο φορτίο στη θέση No.1 .



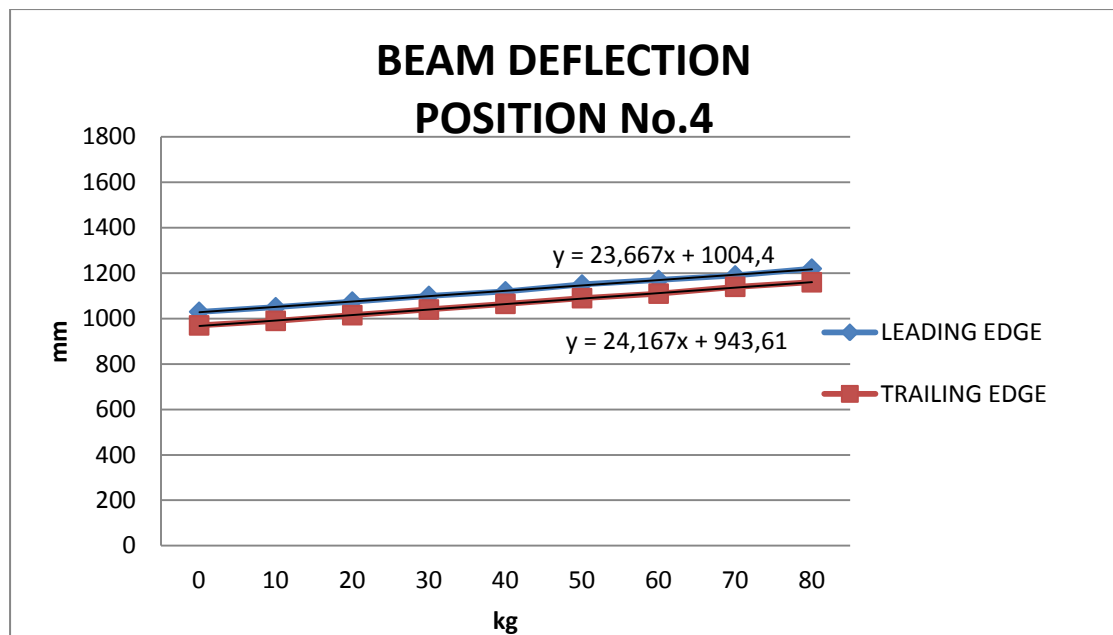
Σχήμα 5.7. Απεικόνιση γραφήματος του βέλους κάμψεως της θέσης No.1 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:1).



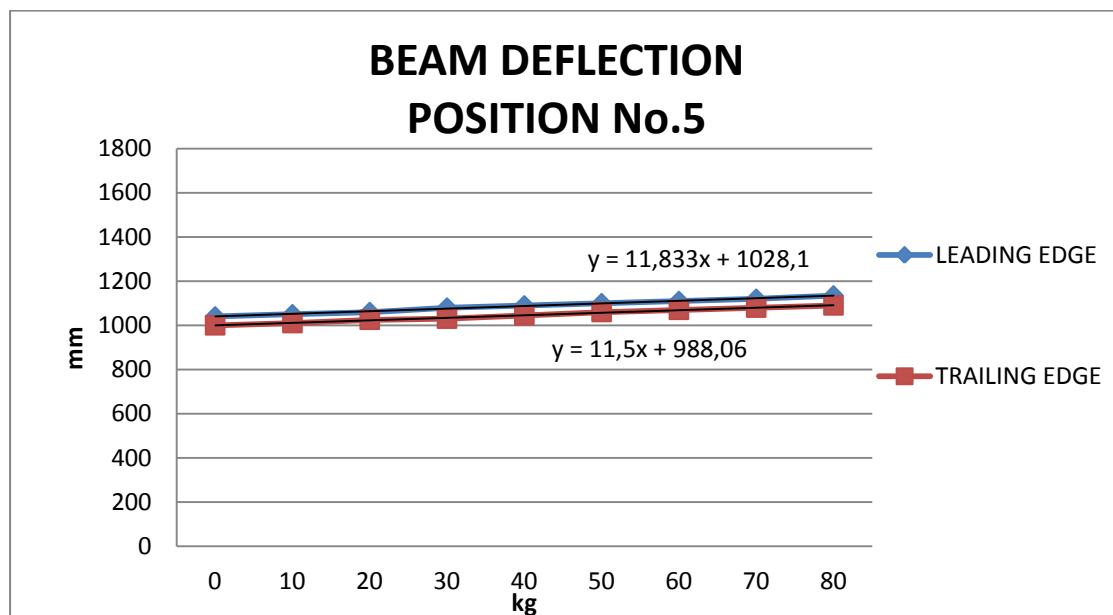
Σχήμα 5.8. Απεικόνιση γραφήματος του βέλους κάμψεως της θέσης No.2 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:1).



Σχήμα 5.9. Απεικόνιση γραφήματος του βέλους κάμψεως της θέσης No.3 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:1).



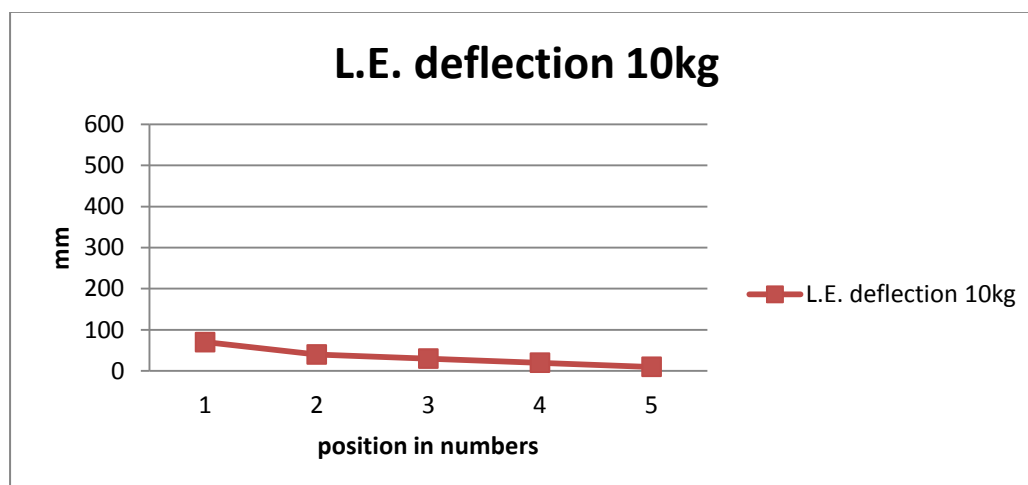
Σχήμα 5.10. Απεικόνιση γραφήματος του βέλους κάμψεως της θέσης No.4 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:1).



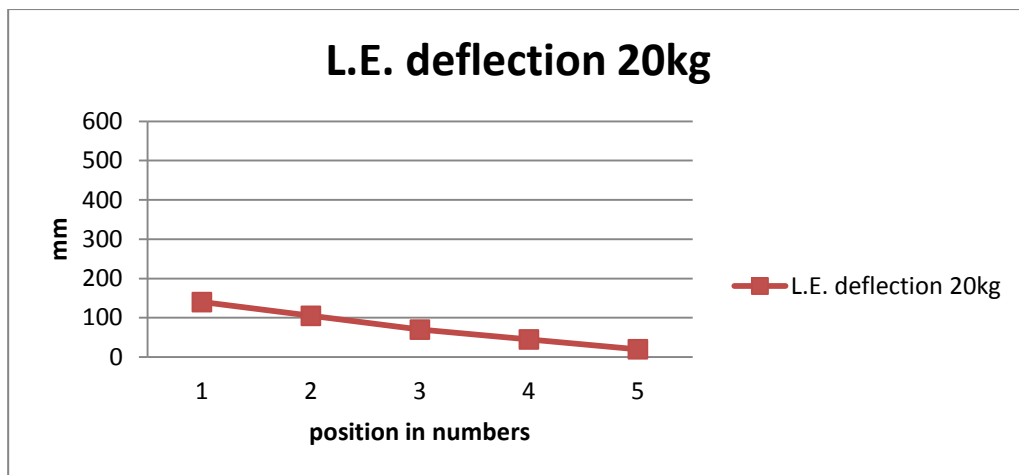
Σχήμα 5.11. Απεικόνιση γραφήματος του βέλους κάμψεως της θέσης No.5 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:1).

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3

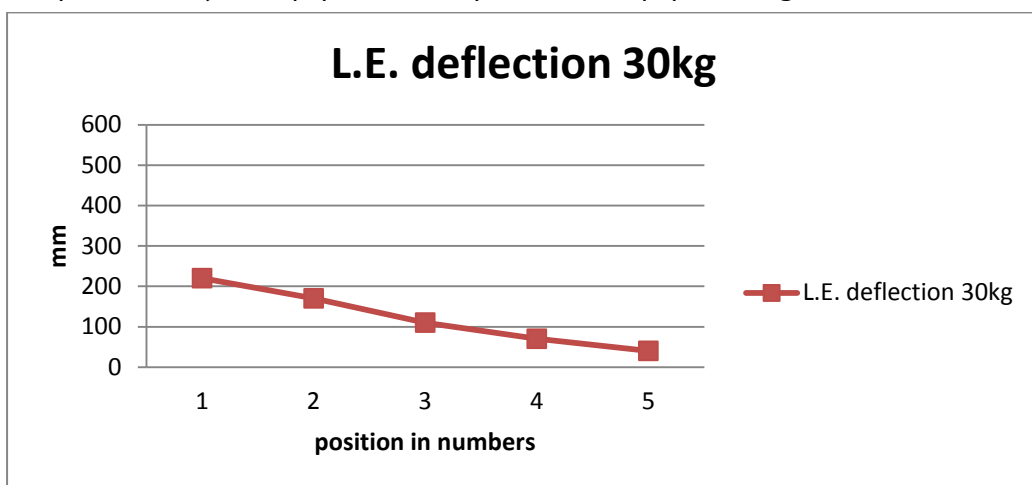
ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΕΩΣ $\Delta h=u$ (mm)						
Φορτίο P kg\pos.	1	2	3	4	5	
0	0	0	0	0	0	L.E.
	0	0	0	0	0	T.E
10	70	40	30	20	10	L.E.
	70	50	40	20	10	T.E
20	140	105	70	45	20	L.E.
	140	110	80	45	25	T.E
30	220	170	110	70	40	L.E.
	220	170	120	70	30	T.E
40	280	220	150	90	50	L.E.
	280	210	160	95	45	T.E
50	360	280	190	120	60	L.E.
	360	270	200	120	60	T.E
60	425	330	230	140	70	L.E.
	420	320	240	140	70	T.E
70	490	390	270	160	80	L.E.
	490	375	275	170	80	T.E
80	575	450	310	190	95	L.E.
	570	435	315	190	90	T.E



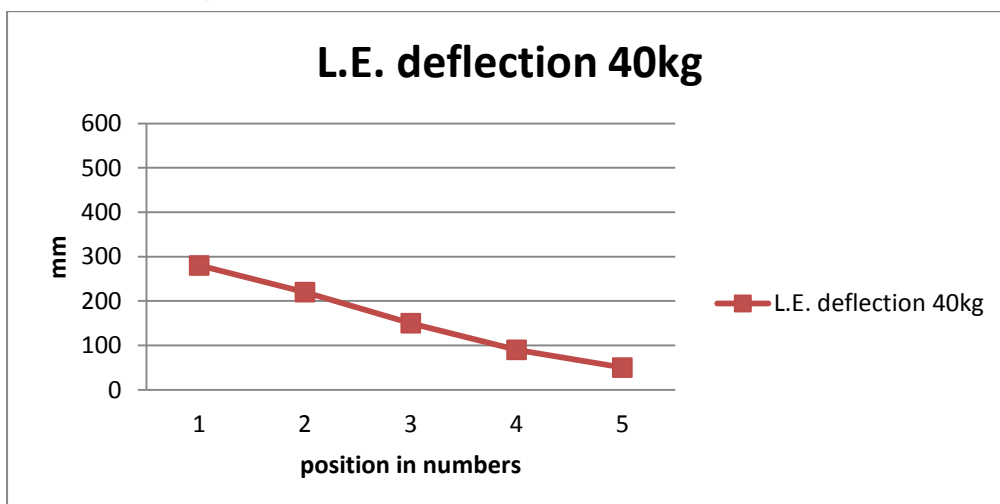
Σχήμα 5.12.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.1 και το φορτίο 10kg.



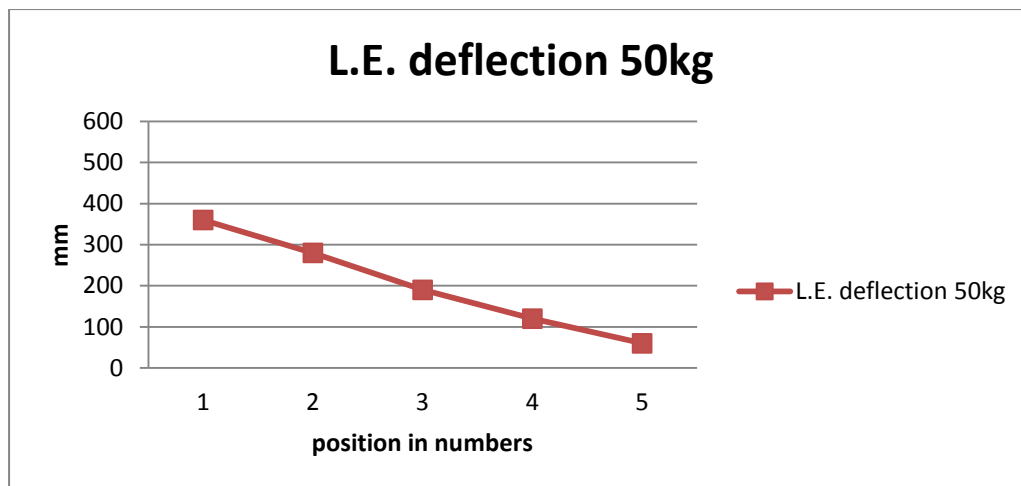
Σχήμα 5.13. Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 20kg.



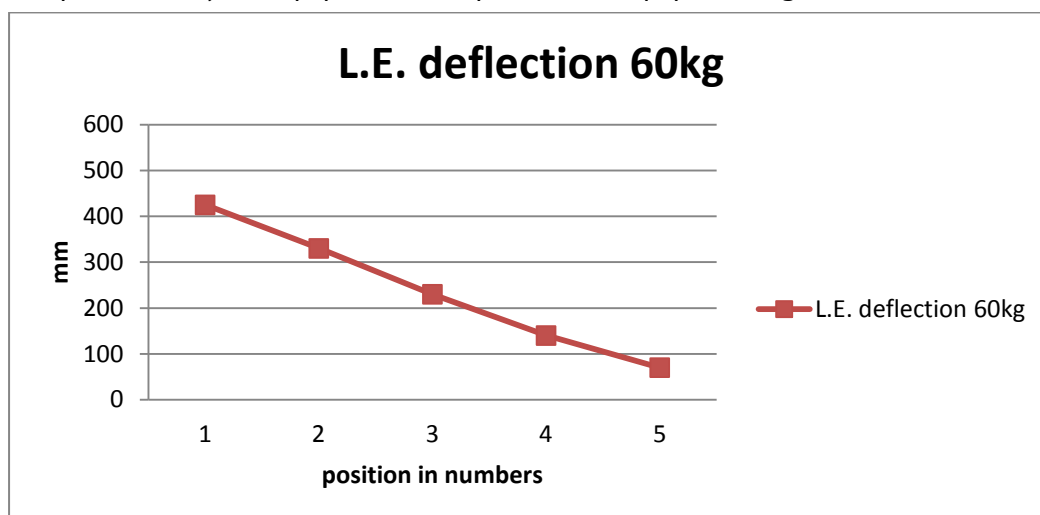
Σχήμα 5.14. Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 30kg.



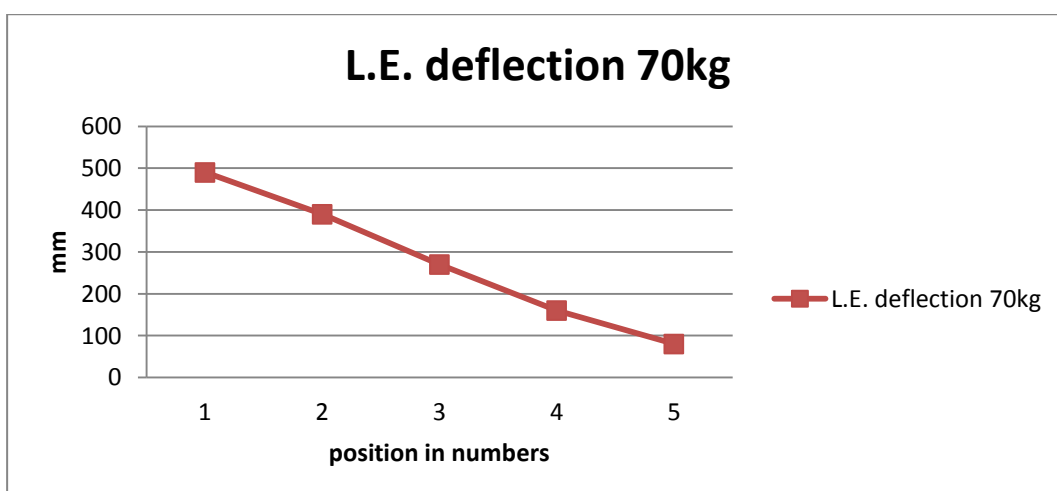
Σχήμα 5.15. Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την ακμή προσβολής όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 40kg.



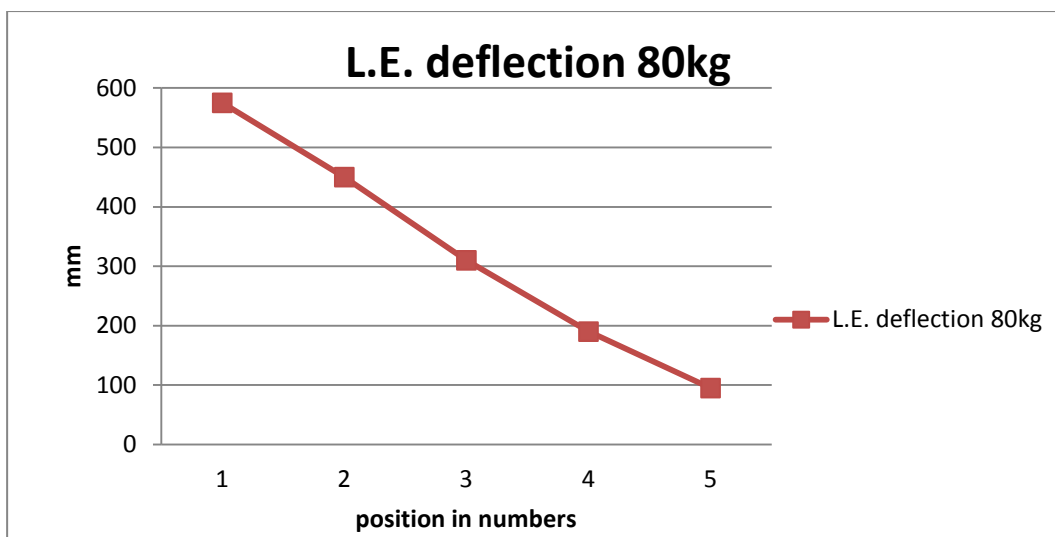
Σχήμα 5.16. Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 50kg.



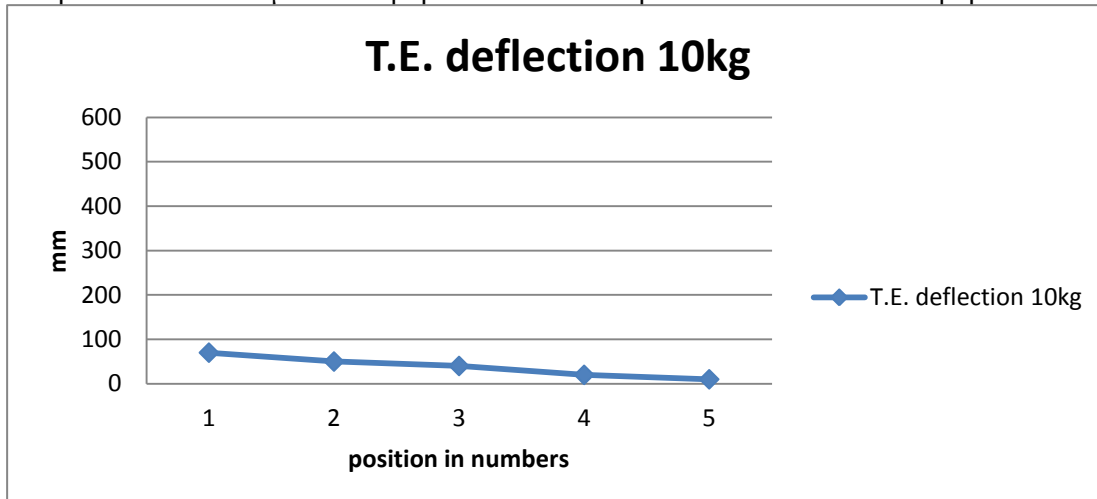
Σχήμα 5.17. Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 60kg.



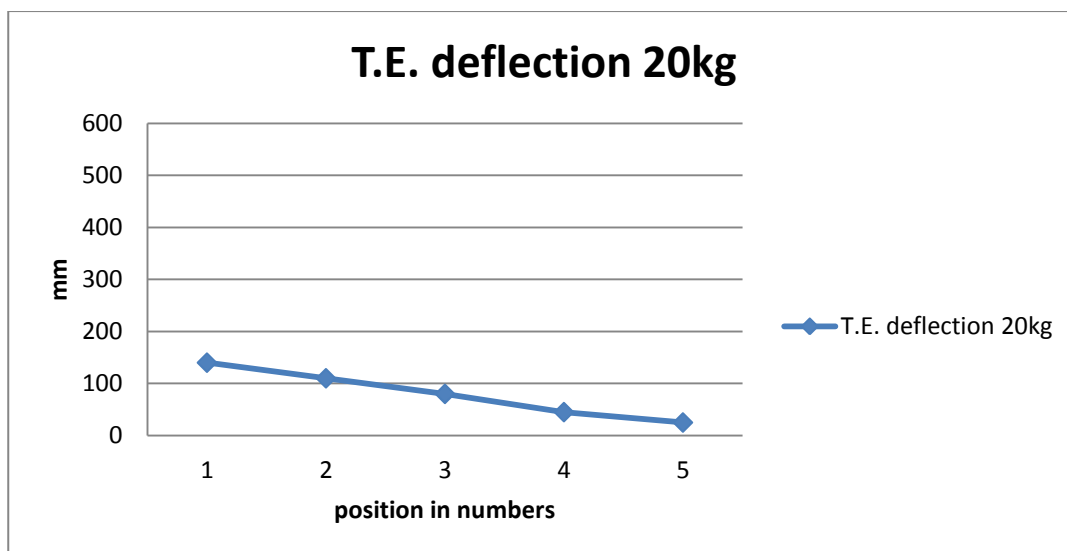
Σχήμα 5.18. Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 70kg.



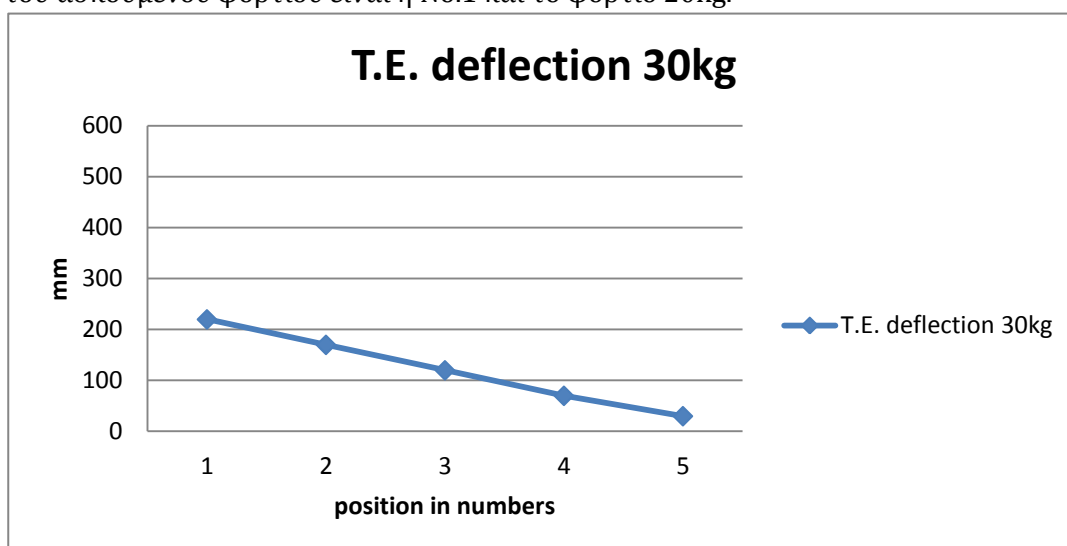
Σχήμα 5.19.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 80kg.



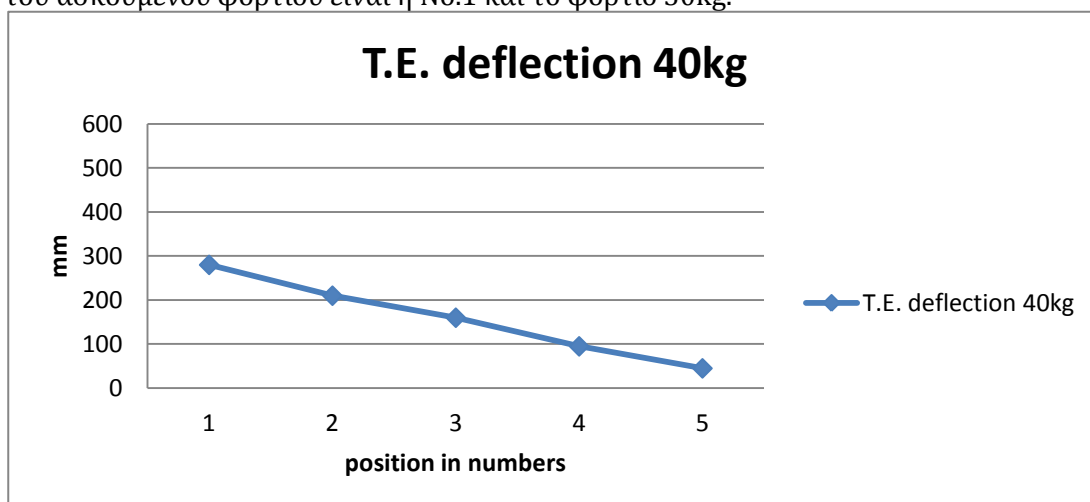
Σχήμα 5.20.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 10kg.



Σχήμα 5.21.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.1 και το φορτίο 20kg.

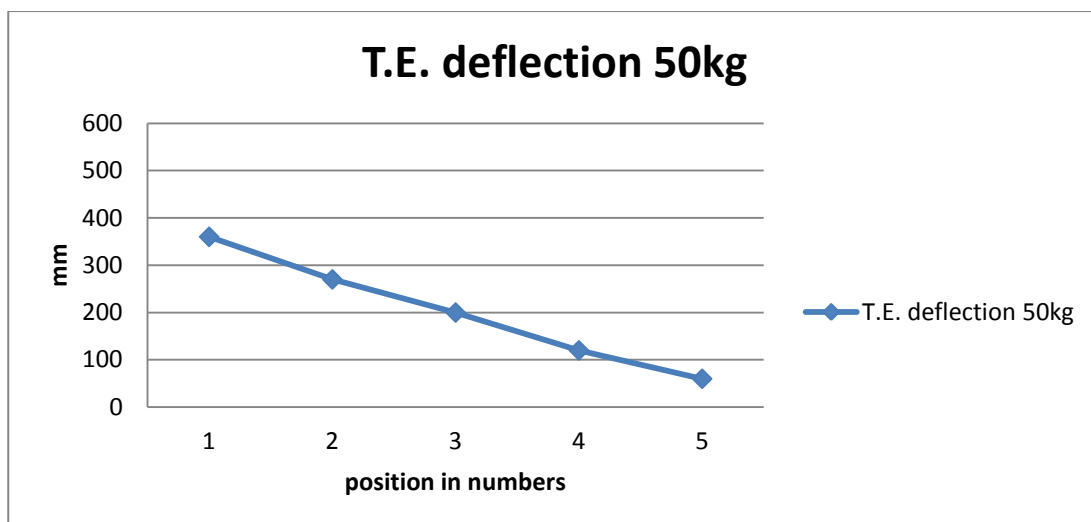


Σχήμα 5.22.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.1 και το φορτίο 30kg.

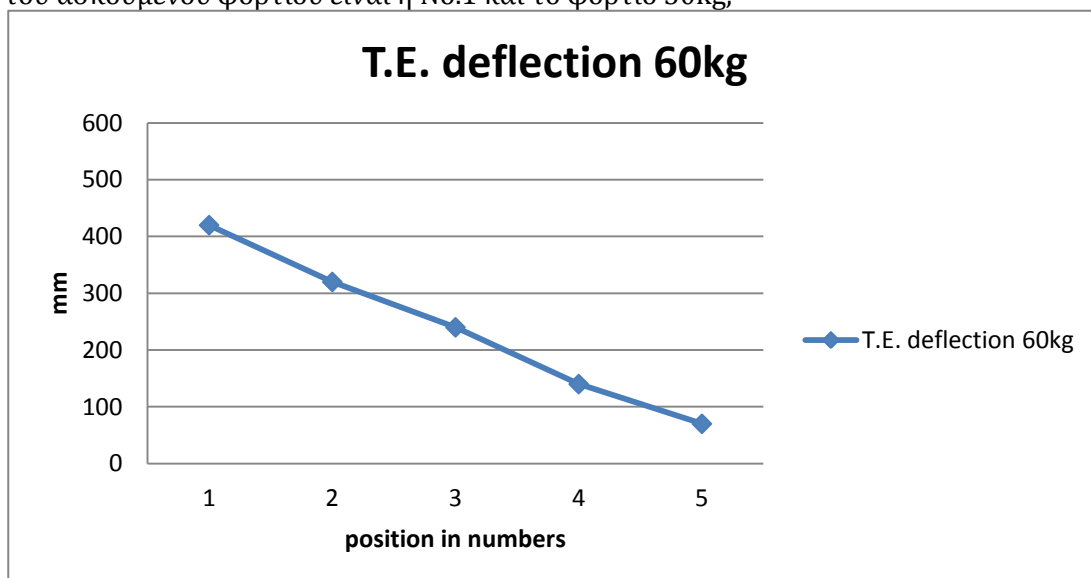


Σχήμα 5.23.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.1 και το φορτίο 40kg.

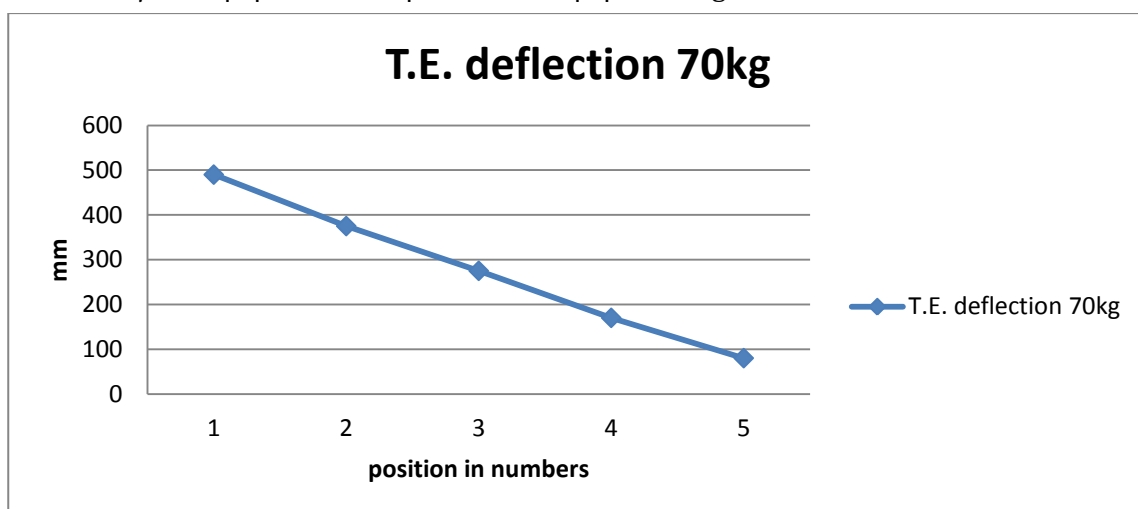




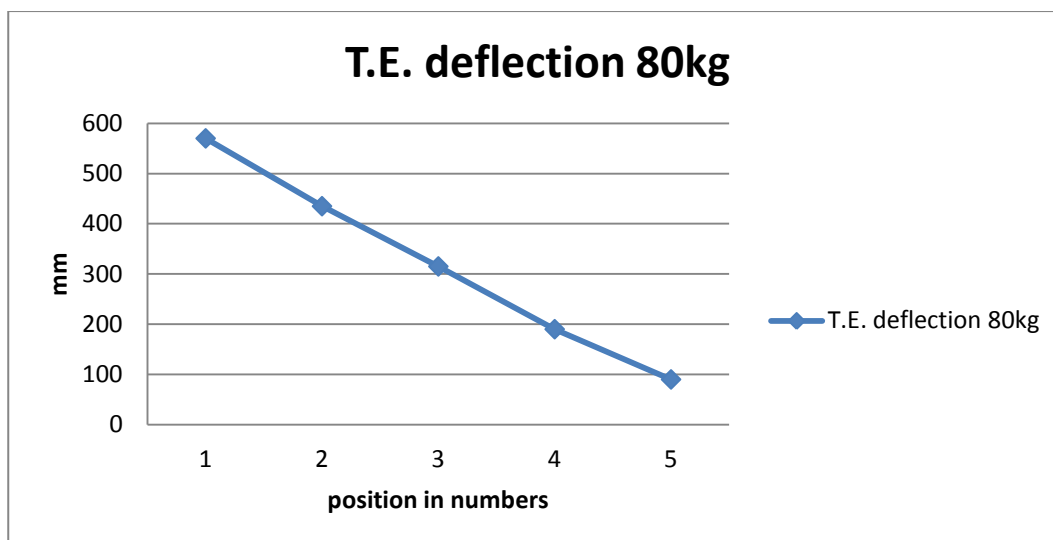
Σχήμα 5.24.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 50kg,



Σχήμα 5.25.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 60kg.



Σχήμα 5.26.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 70kg.



Σχήμα 5.27.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.1 και το φορτίο 80kg.

### 5.3 ΤΟ ΤΡΙΤΟ ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Το τρίτο πείραμα της σειράς των στατικών πειραμάτων πραγματοποιήθηκε στις 15/3/2016. Στο συγκεκριμένο πείραμα ασκήθηκε στατικό φορτίο στο αεροδυναμικό κέντρο της αεροτομής, στη θέση No.2, η οποία απέχει 1m από τη θέση No.1 και 1,06m από το ελεύθερο άκρο πτέρυγας. Η ζυγαριά τοποθετήθηκε πάλι μέσα σε έναν ειδικό μεταλλικό κλωβό, όπου στη κορυφή του υπήρχε μεταλλικό έλασμα για την εξασφάλιση της όσο το δυνατό ελάχιστης εκκεντρότητας κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων. Μέσω του υδραυλικού ανυψωτήρα ασκήθηκε φορτίο μέγιστης έντασης 80 κιλών με φορά από κάτω προς τα επάνω. Μετρήθηκε το βέλος κάμψης από το έδαφος σε 5 θέσεις της πτέρυγας, στην ακμή προσβολής και στην ακμή φυγής αυτών, όπως φαίνεται και στο σχετικό σκαρίφημα.

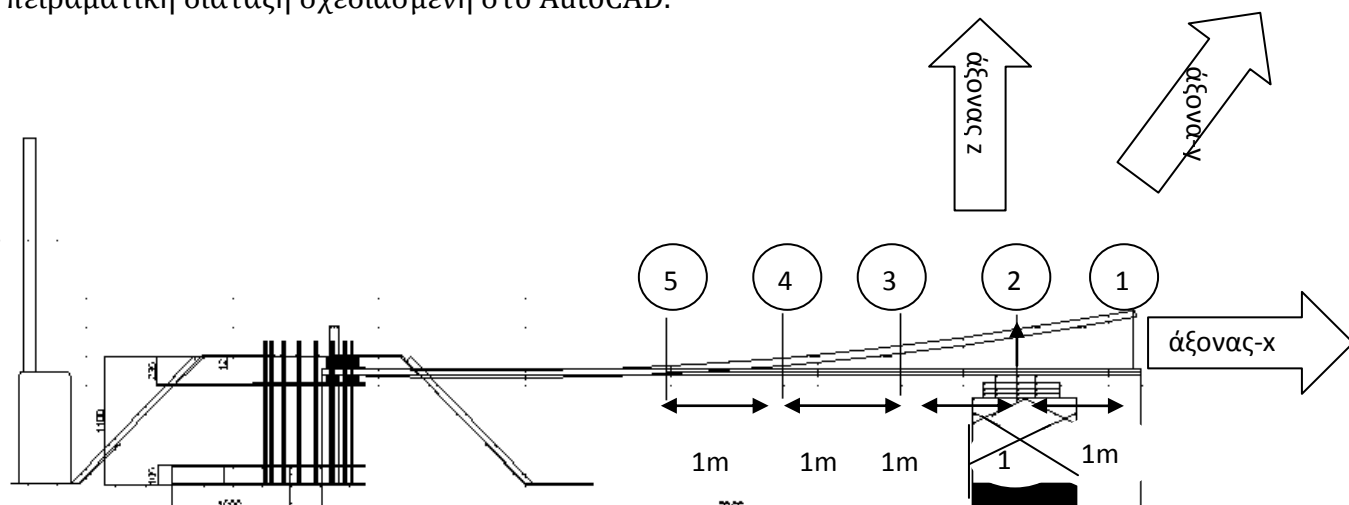
Τα αποτελέσματα του πειράματος φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4

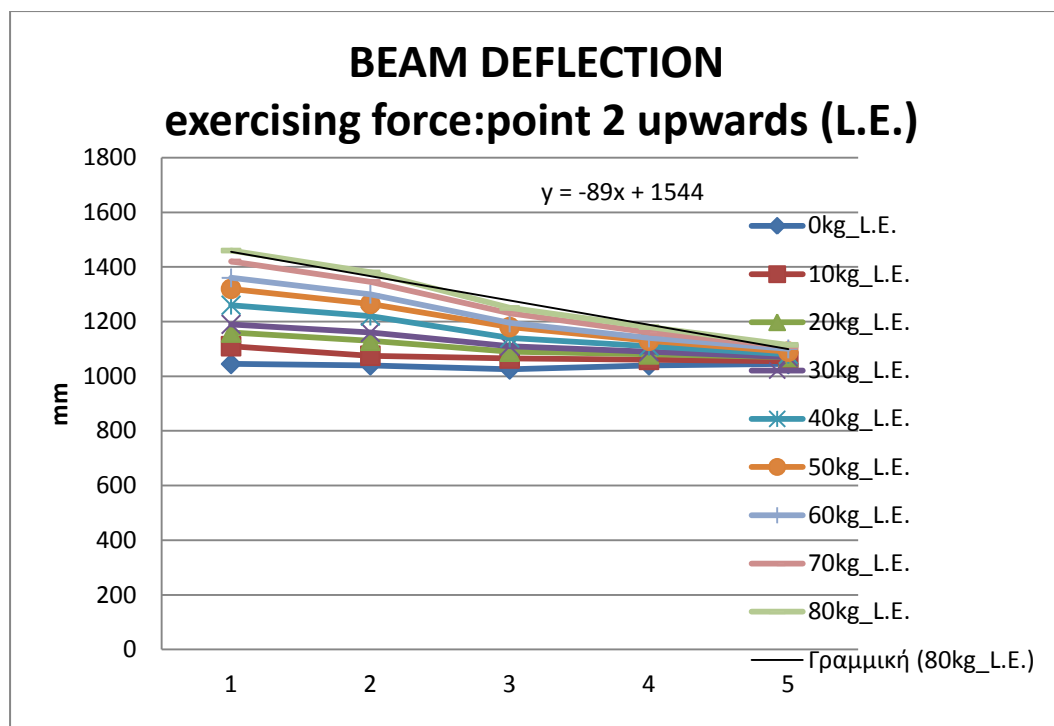
ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΕΩΣ-ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ (mm)							
N	kg\pos.	1	2	3	4	5	
0	0	1045	1040	1025	1040	1045	L.E.
		950	950	955	980	1000	T.E
98,7	10	1110	1075	1065	1060	1055	L.E.
		1015	1000	990	1000	1010	T.E
197,4	20	1160	1130	1090	1080	1070	L.E.
		1060	1030	1020	1020	1020	T.E

296,1	30	1190	1160	1110	1090	1070	L.E.
		1100	1060	1040	1030	1030	T.E
394,8	40	1260	1220	1140	1110	1080	L.E.
		1160	1100	1070	1050	1040	T.E
493,5	50	1320	1265	1180	1130	1090	L.E.
		1220	1150	1110	1070	1050	T.E
592,2	60	1360	1300	1195	1140	1100	L.E.
		1260	1170	1120	1080	1055	T.E
690,9	70	1420	1345	1230	1160	1110	L.E.
		1320	1220	1160	1100	1065	T.E
789,6	80	1460	1380	1250	1180	1115	L.E.
		1360	1250	1180	1125	1070	T.E

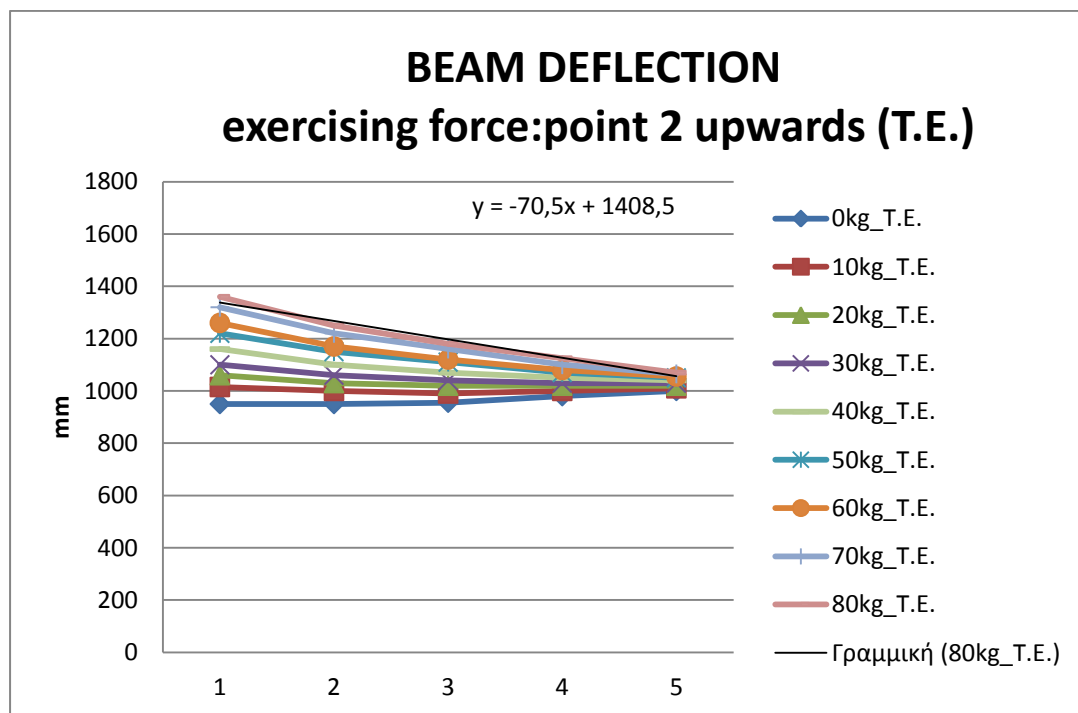
Παρακάτω, παρουσιάζονται τα διαγράμματα της ελαστικής γραμμής της πτέρυγας, καθώς και τα διαγράμματα του βέλους κάμψεως συναρτήσει του βάρους που ασκείται στην θέση Νο.2 της πτέρυγας για κάθε μία από τις 5 θέσεις καθώς και η πειραματική διάταξη σχεδιασμένη στο AutoCAD.



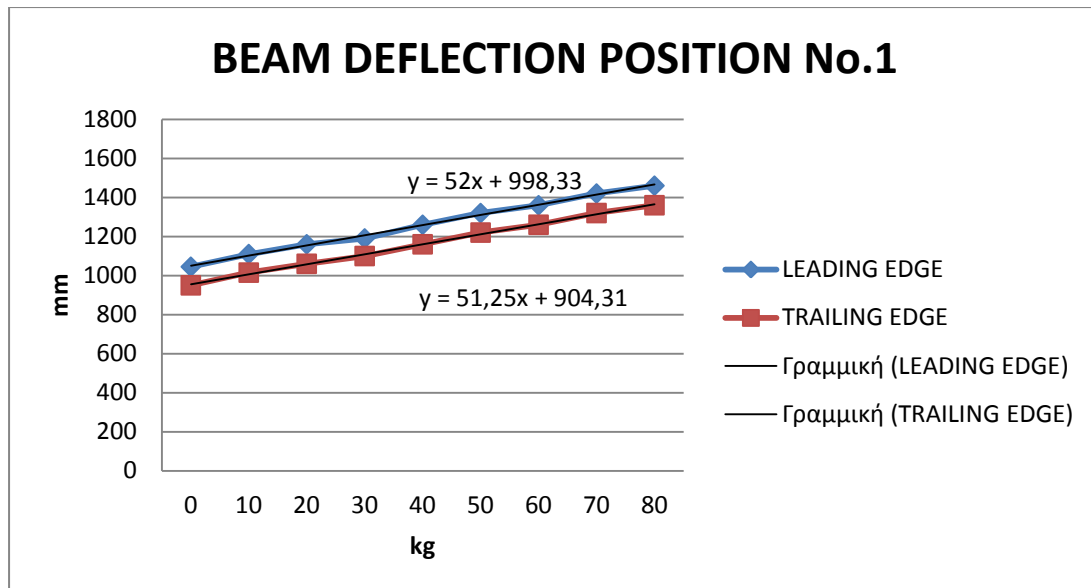
Σχήμα 5.28.Απεικόνιση του τρίτου στατικού πειράματος, των θέσεων μέτρησης του βέλους κάμψεως καθώς και της θέσεως εφαρμογής του φορτίου, σχεδιασμένο στο AutoCad.



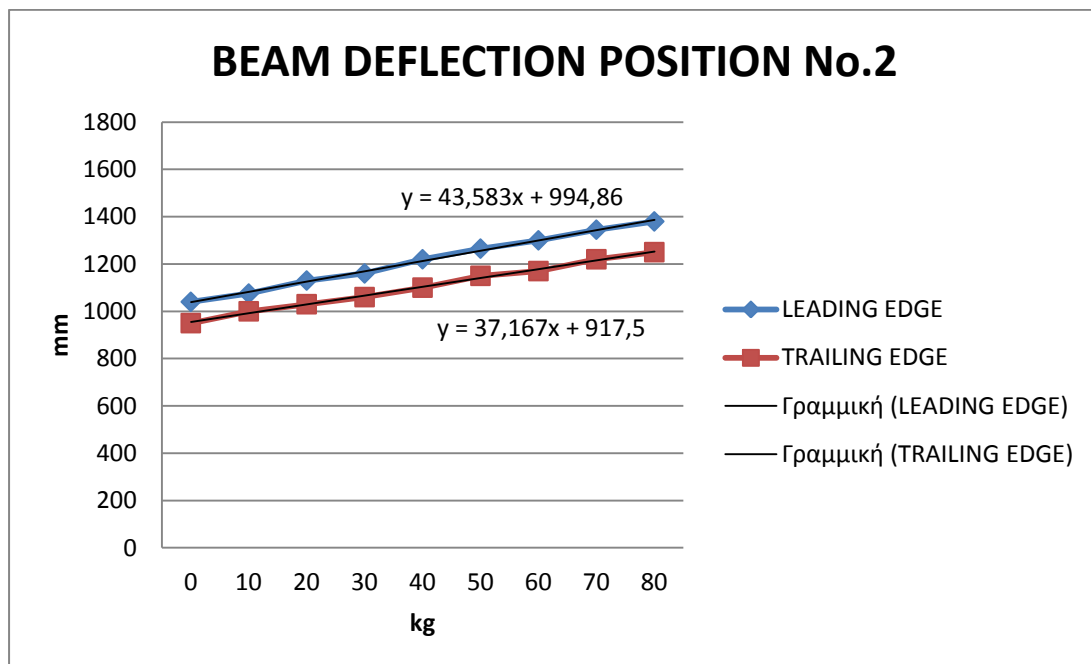
Σχήμα 5.29. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής φυγής για ασκούμενο φορτίο στη θέση No.2 .



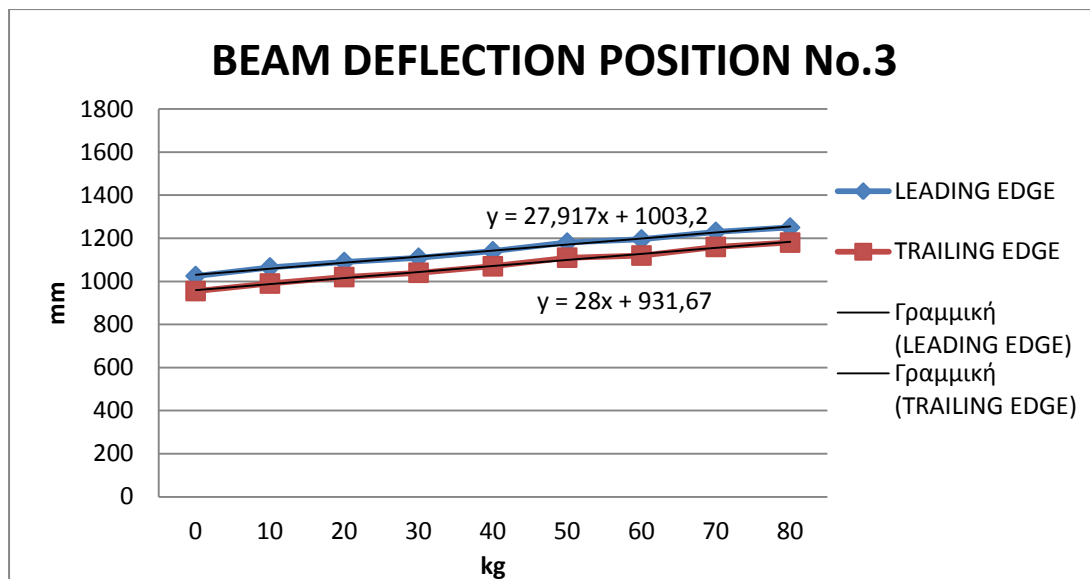
Σχήμα 5.30. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής προσβολής για ασκούμενο φορτίο στη θέση No.2 .



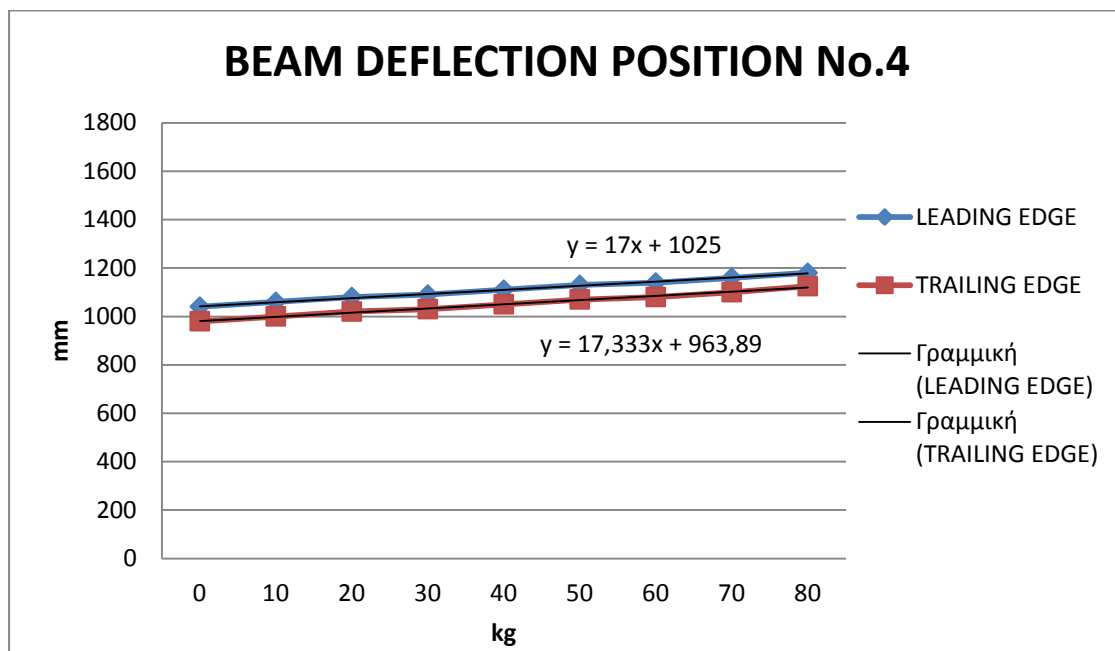
Σχήμα 5.31.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.1 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:2).



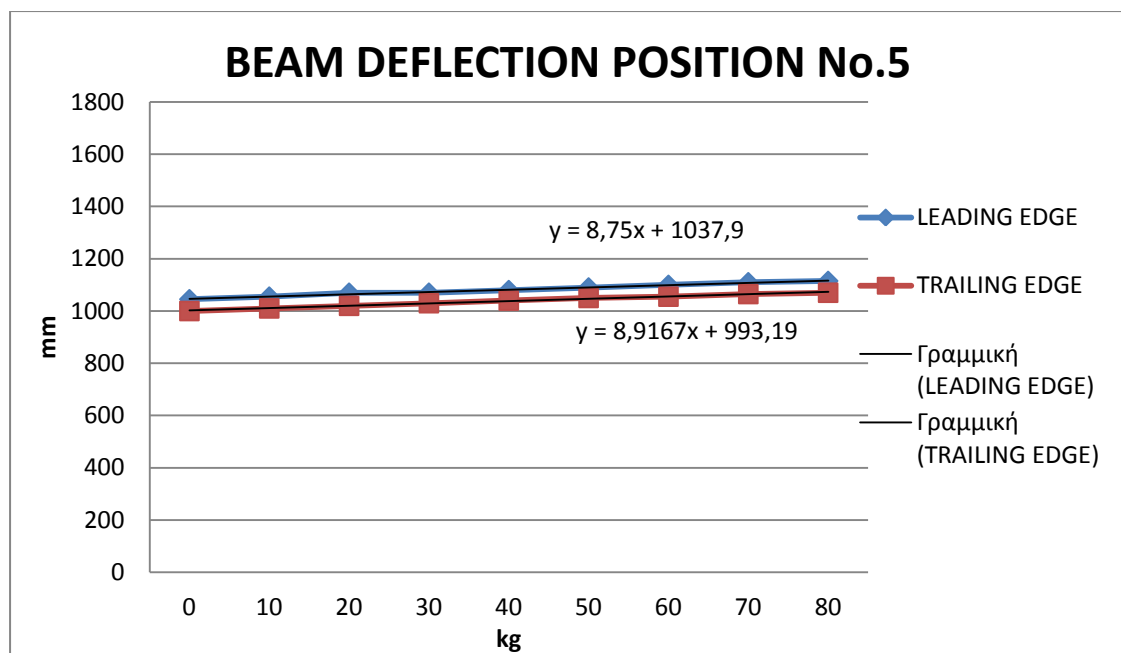
Σχήμα 5.32.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.2 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:2) .



Σχήμα 5.33.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.3 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:2).



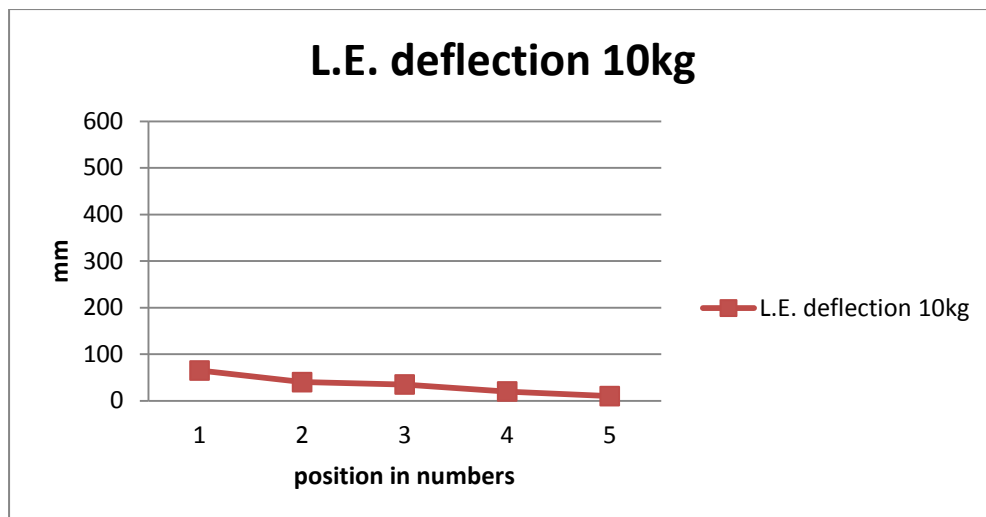
Σχήμα 5.34.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.4 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:2).



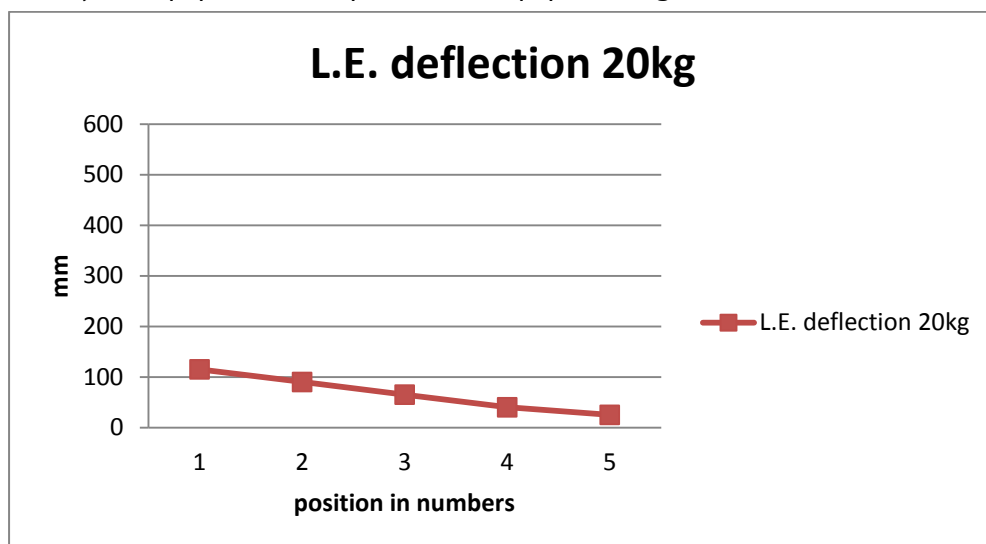
Σχήμα 5.35.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.5 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:2).

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.5

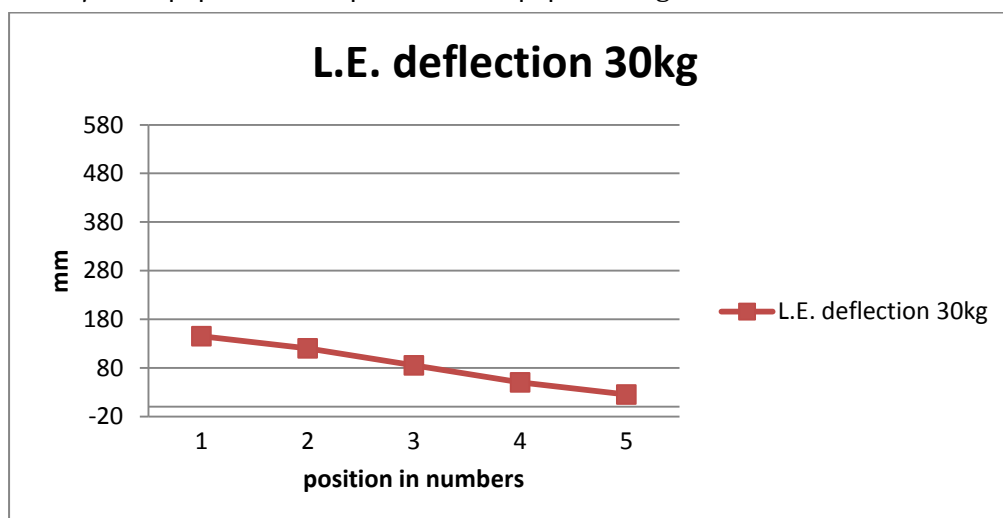
ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΕΩΣ Δh=u(mm)						
Φορτίο P kg\pos.	1	2	3	4	5	
0	0	0	0	0	0	L.E.
	0	0	0	0	0	T.E
10	65	40	35	20	10	L.E.
	65	50	35	20	10	T.E
20	115	90	65	40	25	L.E.
	110	80	65	40	20	T.E
30	145	120	85	50	25	L.E.
	150	110	85	50	30	T.E
40	215	180	115	70	35	L.E.
	210	150	115	70	40	T.E
50	275	225	155	90	45	L.E.
	270	200	155	90	50	T.E
60	315	260	170	100	55	L.E.
	310	220	165	100	55	T.E
70	375	305	205	120	65	L.E.
	370	270	205	120	65	T.E
80	415	340	225	140	70	L.E.
	410	300	225	145	70	T.E



Σχήμα 5.36.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 10kg.

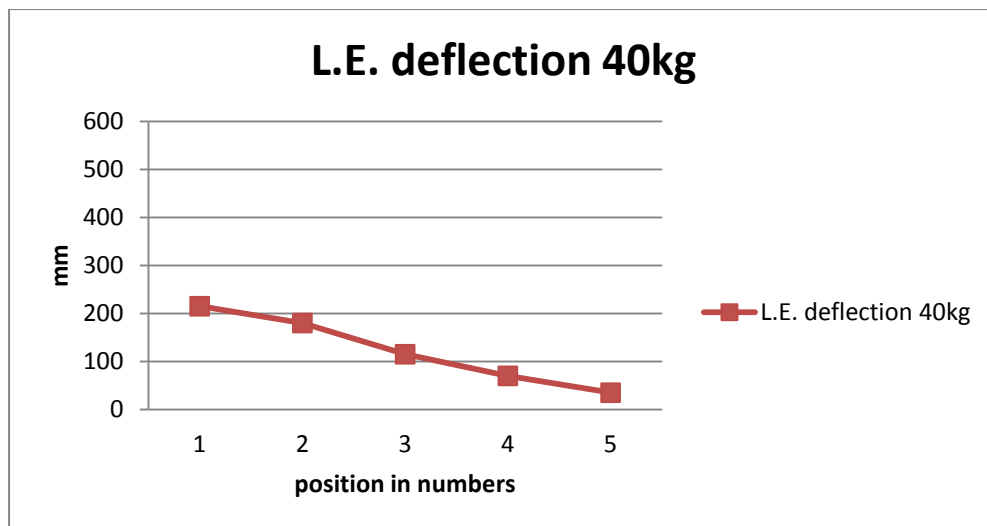


Σχήμα 5.37.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 20kg.

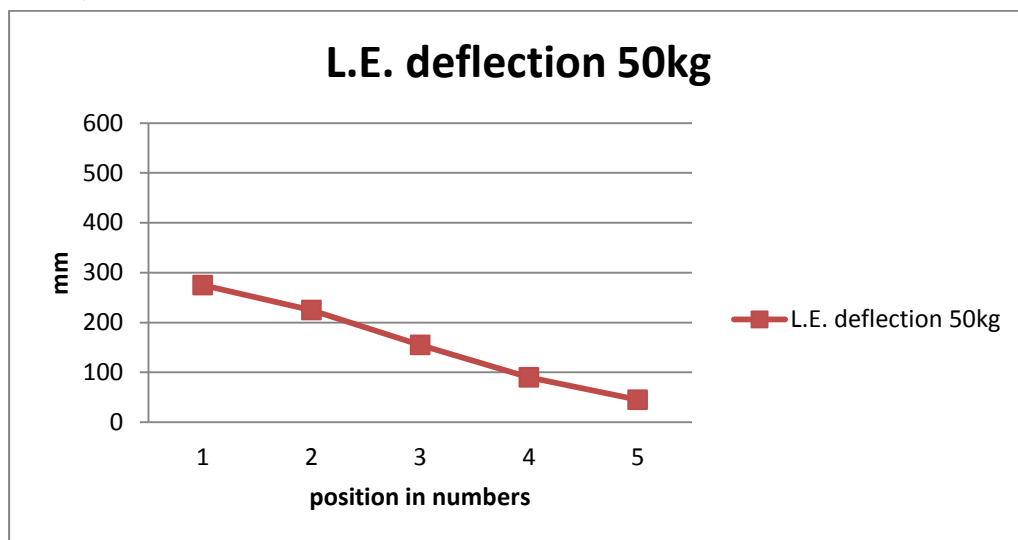


Σχήμα 5.38.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 30kg.

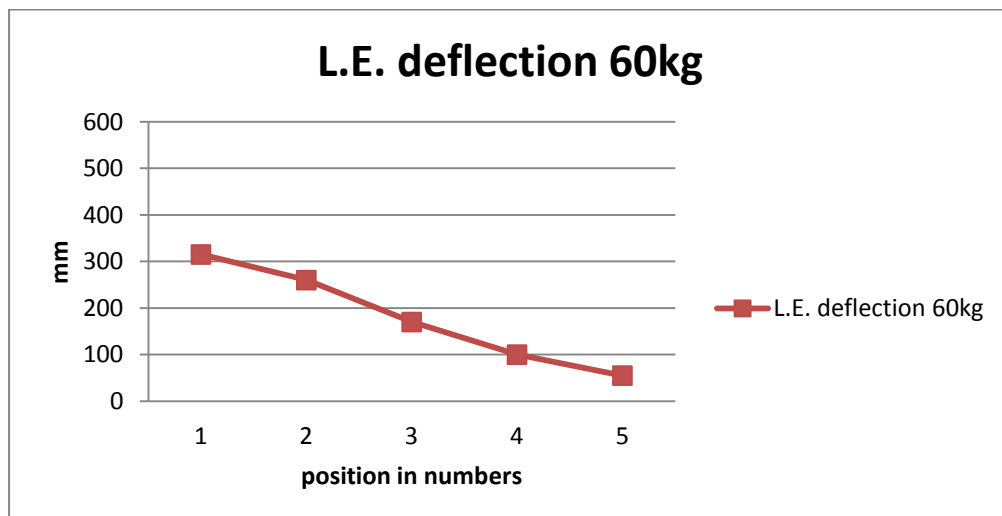




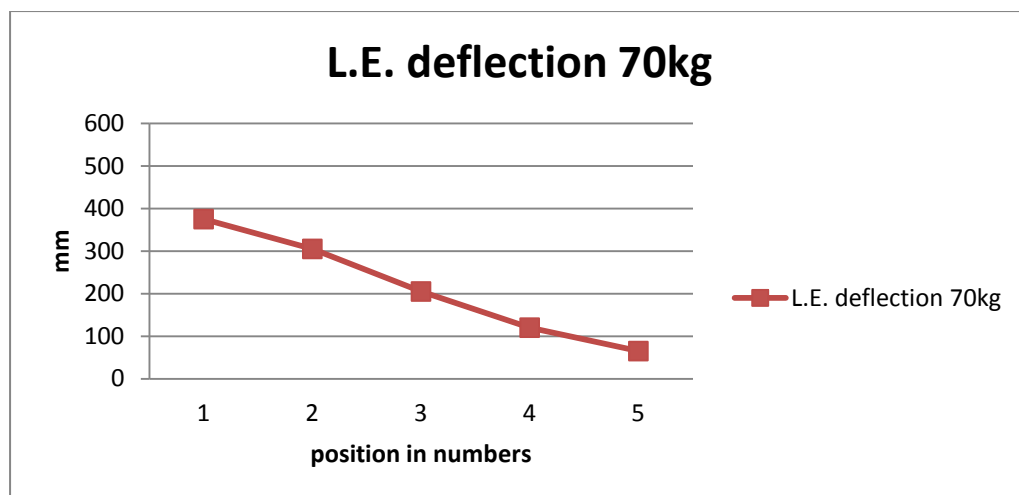
Σχήμα 5.39.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 40kg.



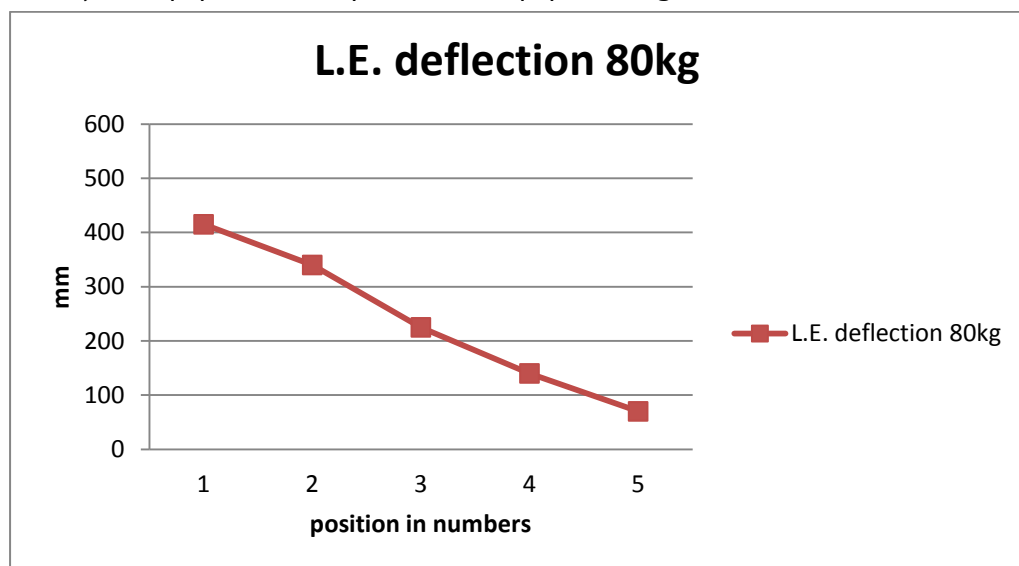
Σχήμα 5.40.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 50kg.



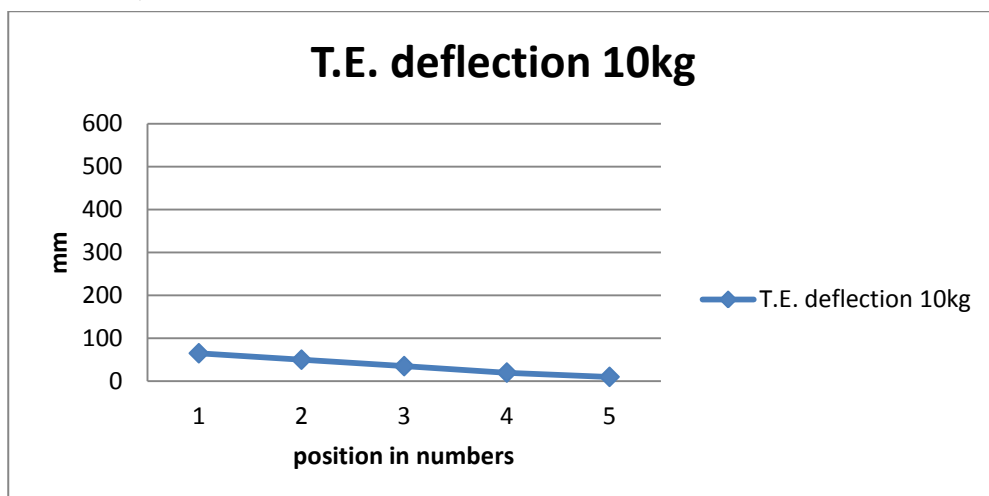
Σχήμα 5.41.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 60kg.



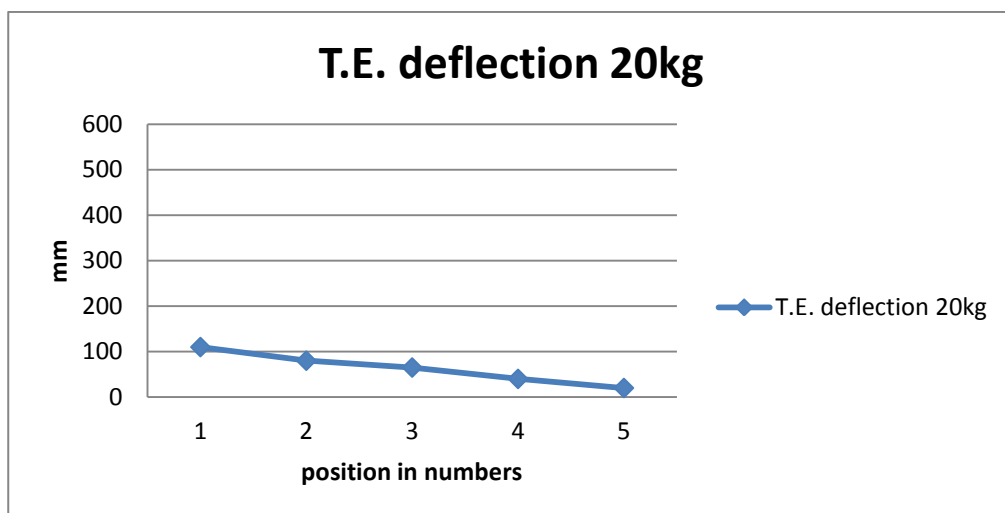
Σχήμα 5.42.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 70kg.



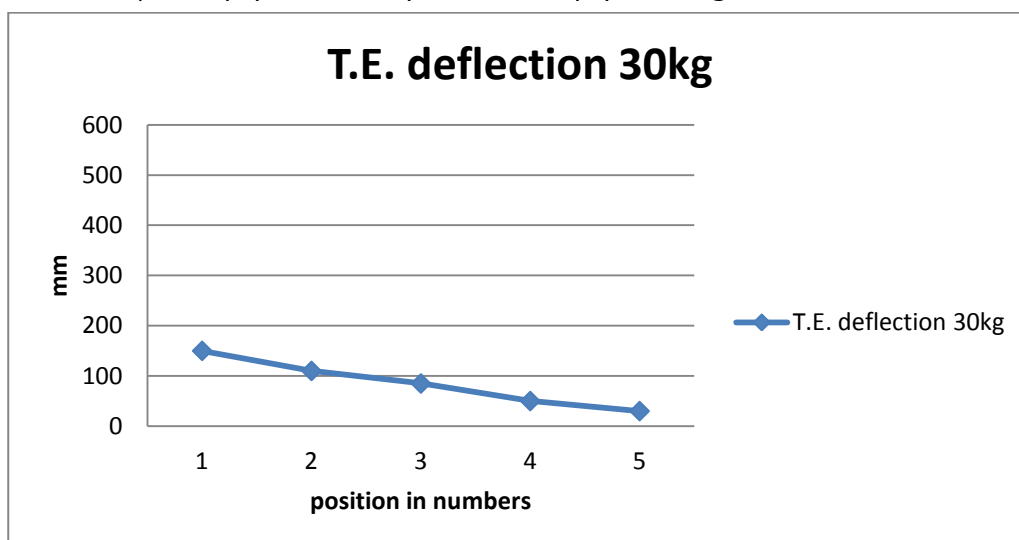
Σχήμα 5.43.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 80kg.



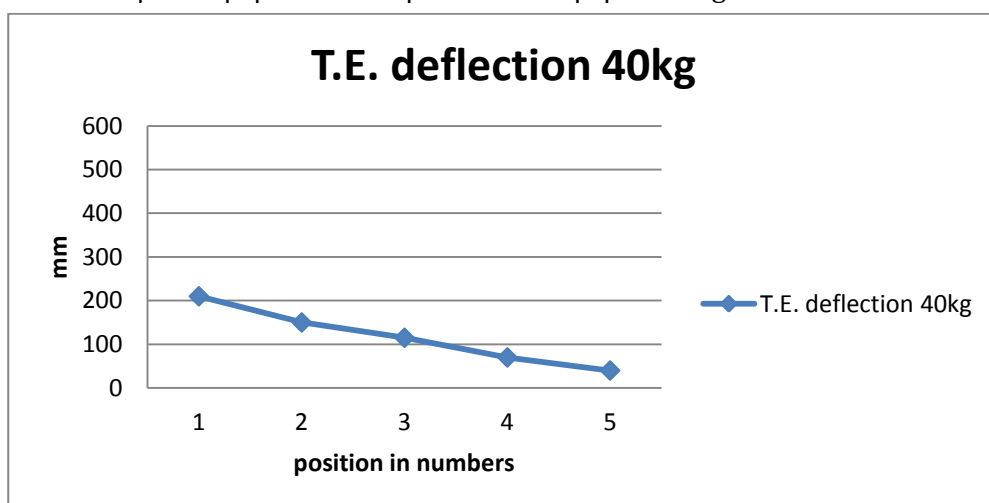
Σχήμα 5.44.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 10kg.



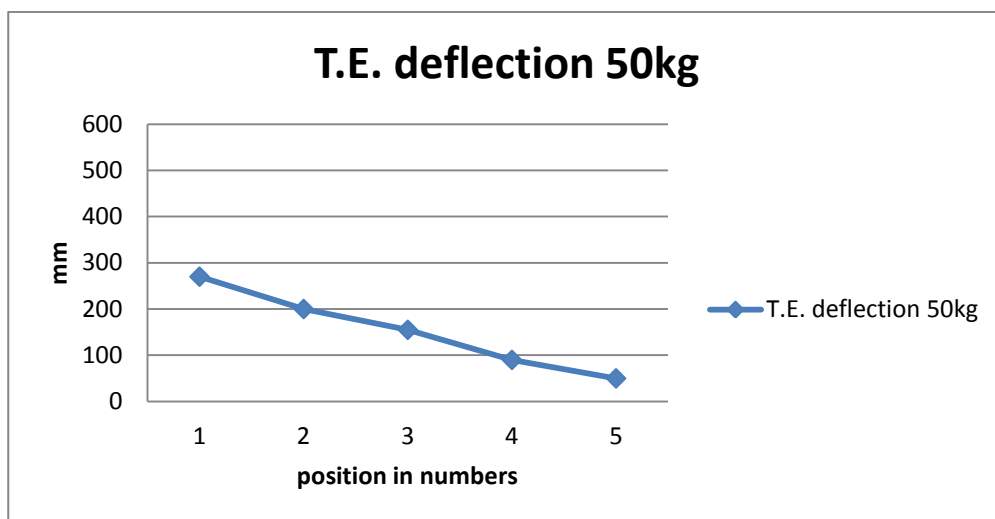
Σχήμα 5.45.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 20kg.



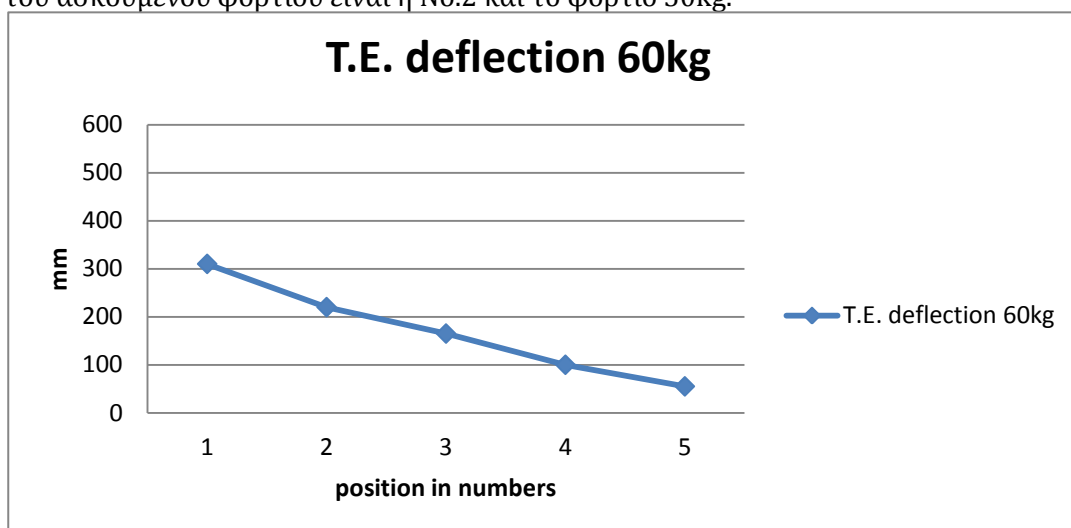
Σχήμα 5.46.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 30kg.



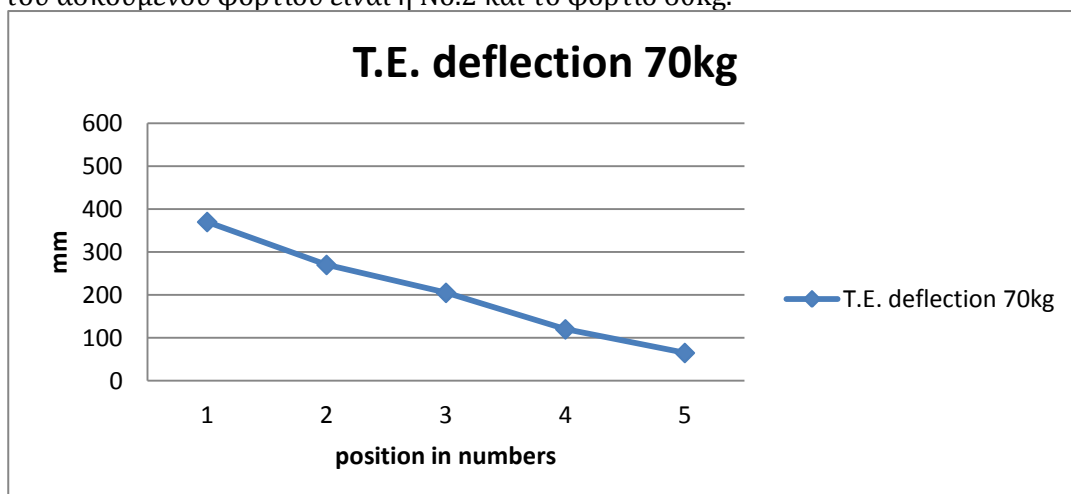
Σχήμα 5.47.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 40kg.



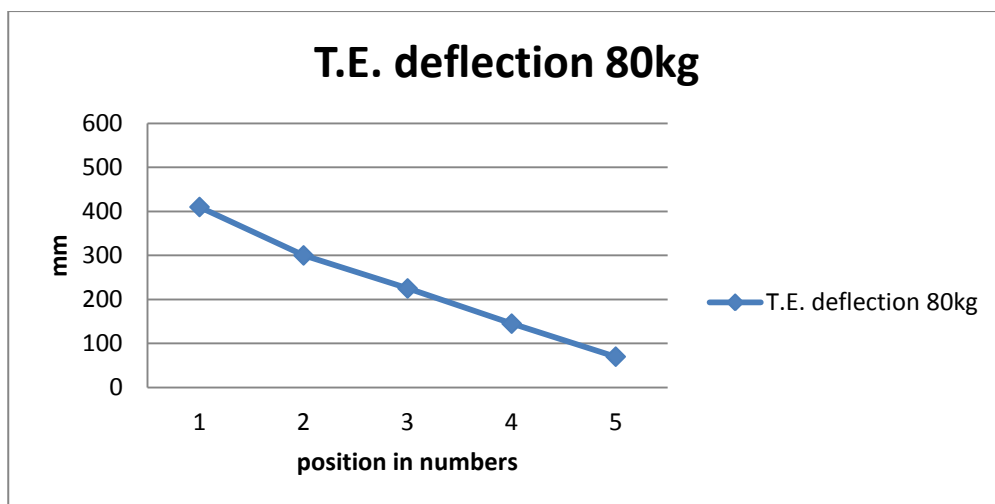
Σχήμα 5.48.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 50kg.



Σχήμα 5.49.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 60kg.



Σχήμα 5.50.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 70kg.



Σχήμα 5.51.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.2 και το φορτίο 80kg.

## 5.4 ΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Το τέταρτο πείραμα της σειράς των στατικών πειραμάτων πραγματοποιήθηκε στις 17/3/2016. Στο συγκεκριμένο πείραμα ασκήθηκε στατικό φορτίο στο αεροδυναμικό κέντρο της αεροτομής, στη θέση No.3, η οποία απέχει 1m από τη θέση No.2 και 2,06m από το ελεύθερο άκρο πτέρυγας. Η ζυγαριά τοποθετήθηκε μέσα σε έναν ειδικό μεταλλικό κλωβό, όπου στη κορυφή του υπήρχε μεταλλικό έλασμα για την εξασφάλιση της όσο το δυνατό ελάχιστης εκκεντρότητας κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων. Μέσω του υδραυλικού ανυψωτήρα ασκήθηκε φορτίο μέγιστης έντασης 70 κιλών με φορά από κάτω προς τα επάνω. Μετρήθηκε το βέλος κάμψης από το έδαφος σε 5 θέσεις της πτέρυγας, στην ακμή προσβολής και στην ακμή φυγής αυτών, όπως φαίνεται και στο σχετικό σκαρίφημα.

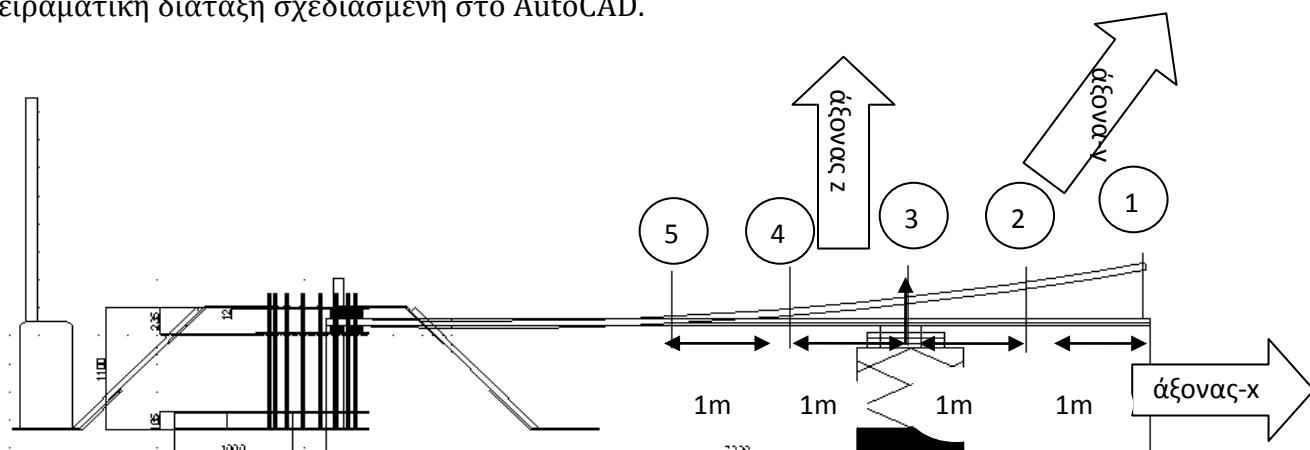
Τα αποτελέσματα του πειράματος φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.6

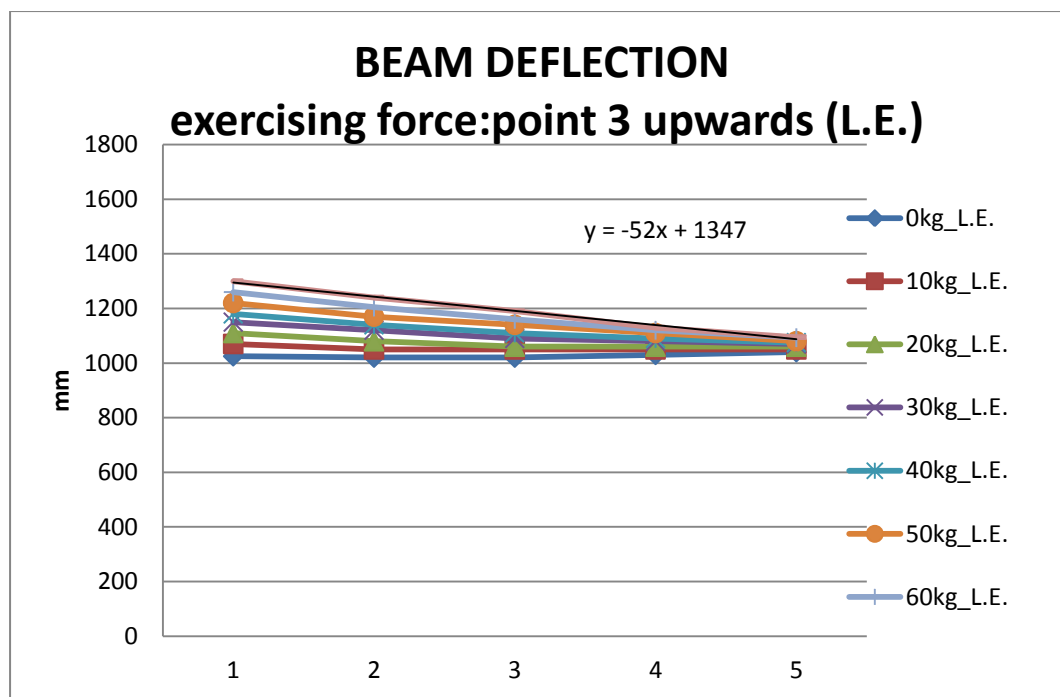
ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΕΩΣ - ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ (mm)							
N	kg\pos.	1	2	3	4	5	
0	0	1025	1020	1020	1030	1040	L.E.
		930	935	950	970	1000	T.E
98,7	10	1070	1050	1050	1050	1050	L.E.
		970	965	965	990	1010	T.E
197,4	20	1110	1080	1060	1060	1060	L.E.
		1010	1000	1000	1000	1015	T.E
296,1	30	1150	1120	1090	1080	1070	L.E.
		1050	1030	1020	1020	1020	T.E

394,8	40	1180	1140	1110	1090	1075	L.E.
		1080	1060	1040	1030	1030	T.E
493,5	50	1220	1170	1140	1110	1080	L.E.
		1125	1090	1050	1040	1040	T.E
592,2	60	1260	1205	1160	1120	1093	L.E.
		1165	1110	1070	1060	1045	T.E
690,9	70	1300	1240	1190	1130	1095	L.E.
		1205	1150	1100	1070	1050	T.E

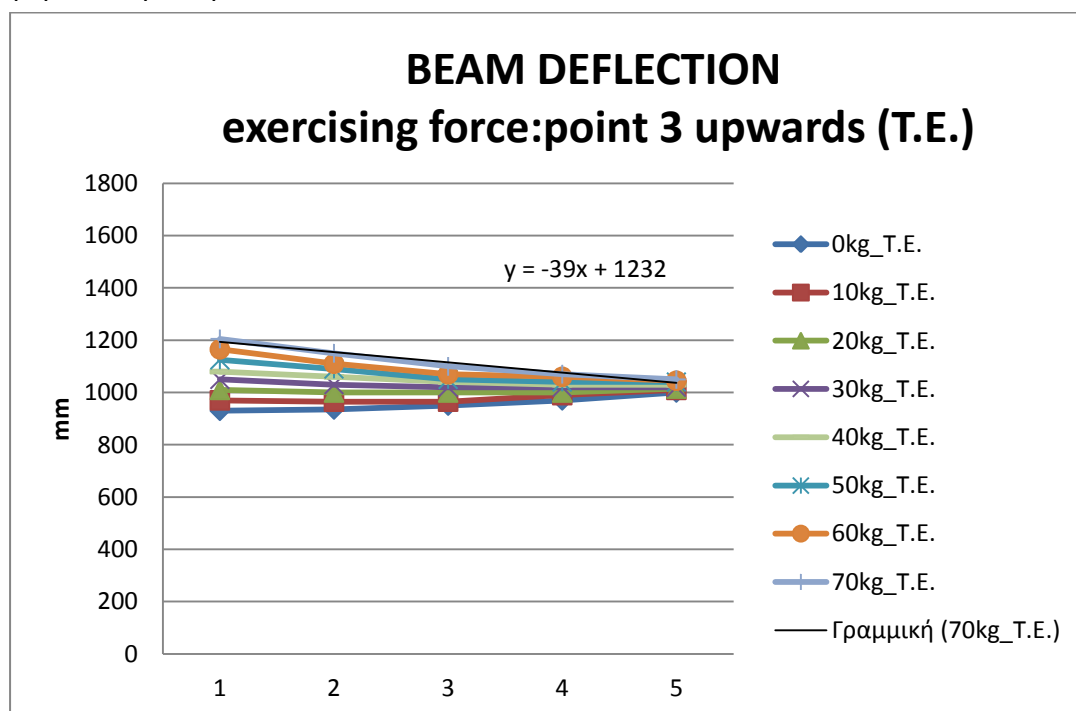
Παρακάτω, παρουσιάζονται τα διαγράμματα της ελαστικής γραμμής της πτέρυγας, καθώς και τα διαγράμματα του βέλους κάμψεως συναρτήσει του βάρους που ασκείται στην θέση Νο.3 της πτέρυγας για κάθε μία από τις 5 θέσεις καθώς και η πειραματική διάταξη σχεδιασμένη στο AutoCAD.



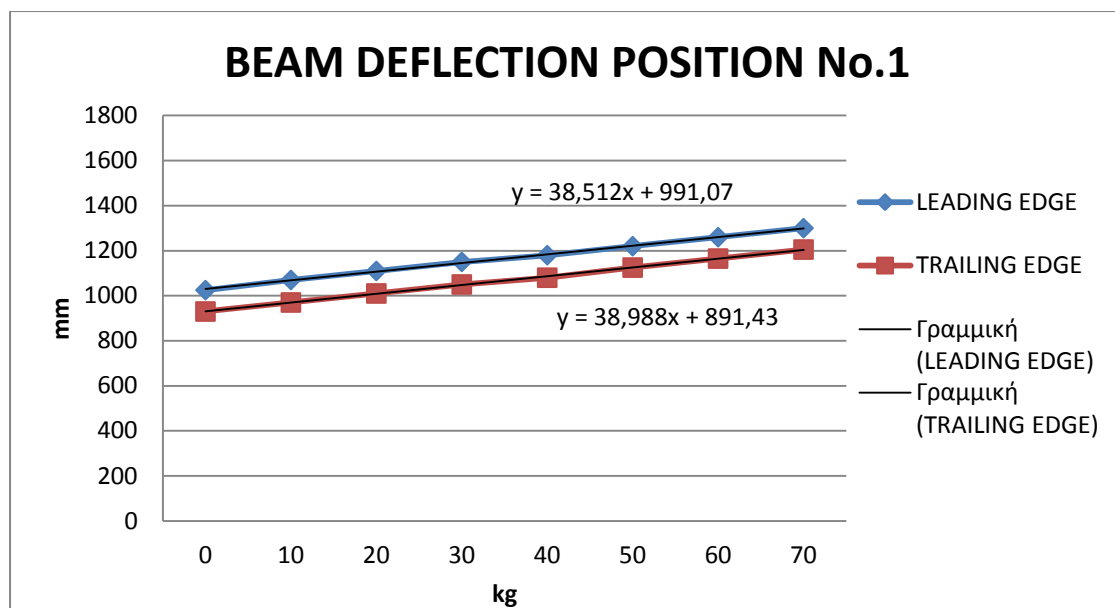
Σχήμα 5.52.Απεικόνιση του τέταρτου στατικού πειράματος, των θέσεων μέτρησης του βέλους κάμψεως καθώς και της θέσεως εφαρμογής του φορτίου, σχεδιασμένο στο AutoCad.



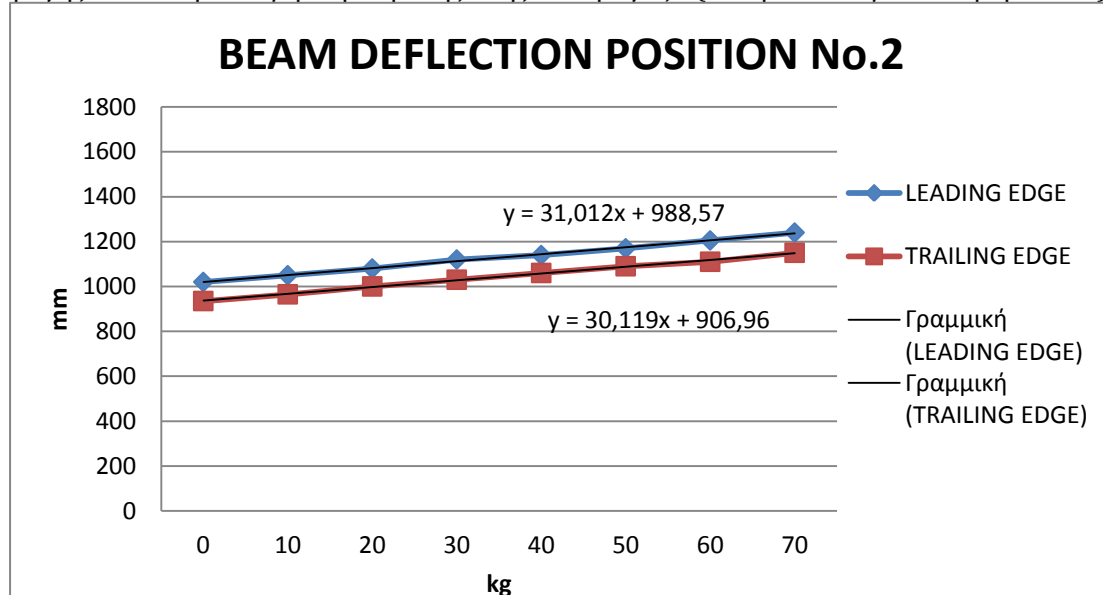
Σχήμα 5.53. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής προσβολής για ασκούμενο φορτίο στη θέση No.3 .



Σχήμα 5.54. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής φυγής για ασκούμενο φορτίο στη θέση No.3 .

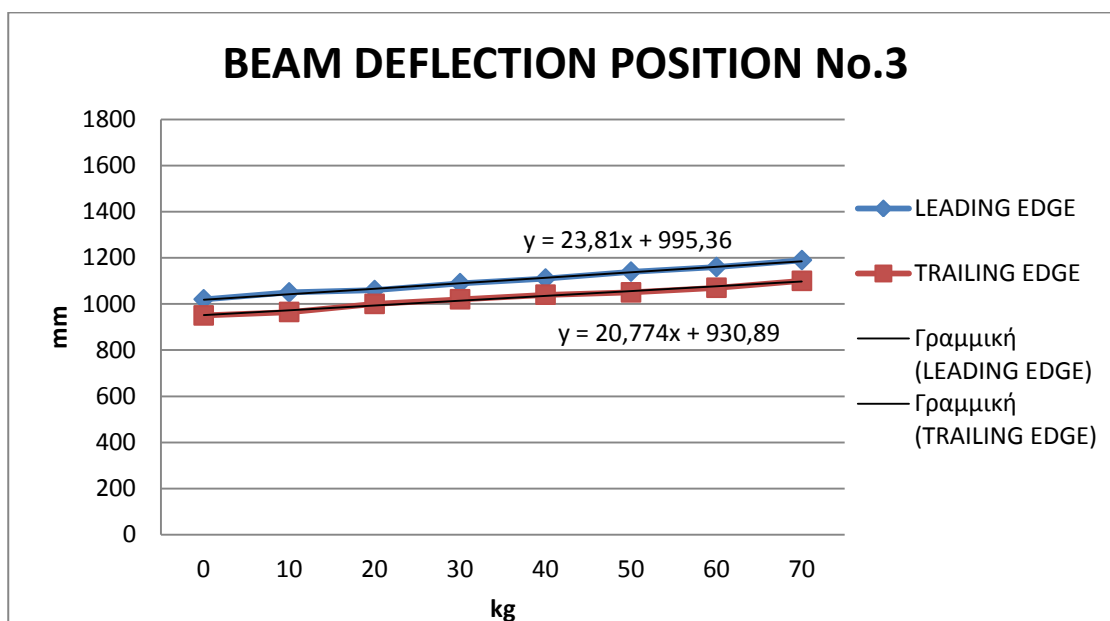


Σχήμα 5.55.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.1 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:3).

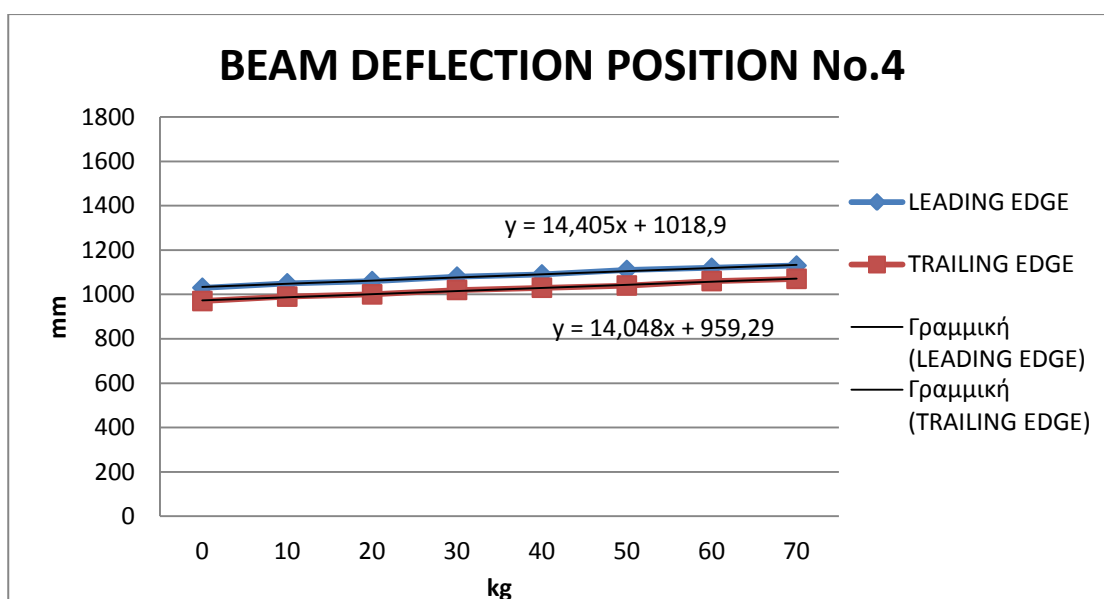


Σχήμα 5.56.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.2 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:3).

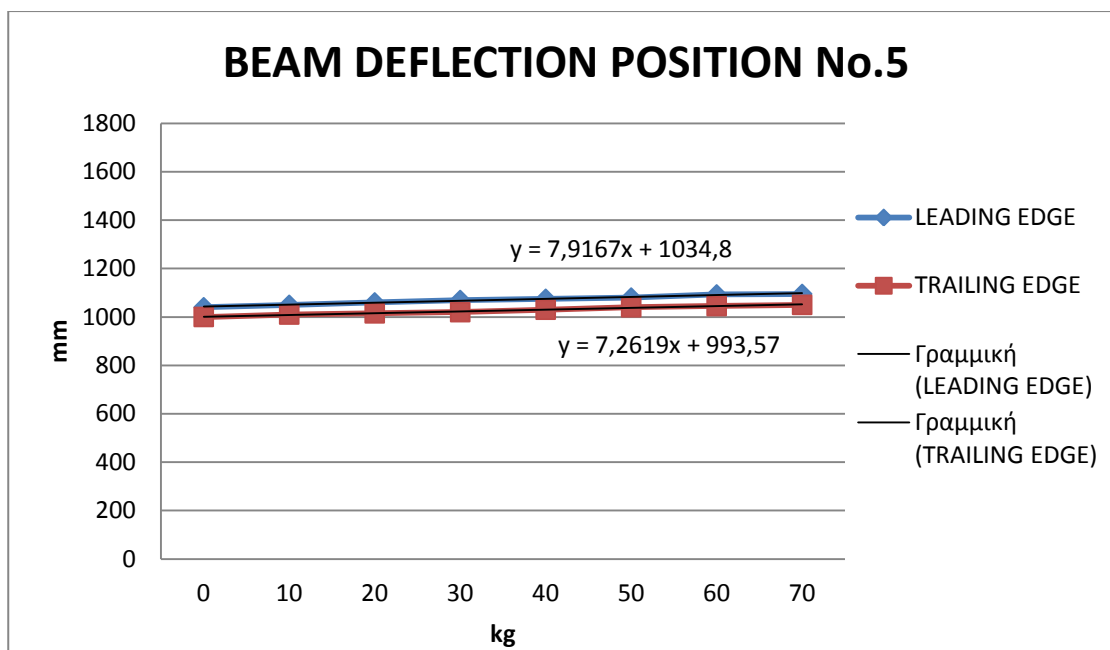




Σχήμα 5.57.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως Νο.3 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:3).



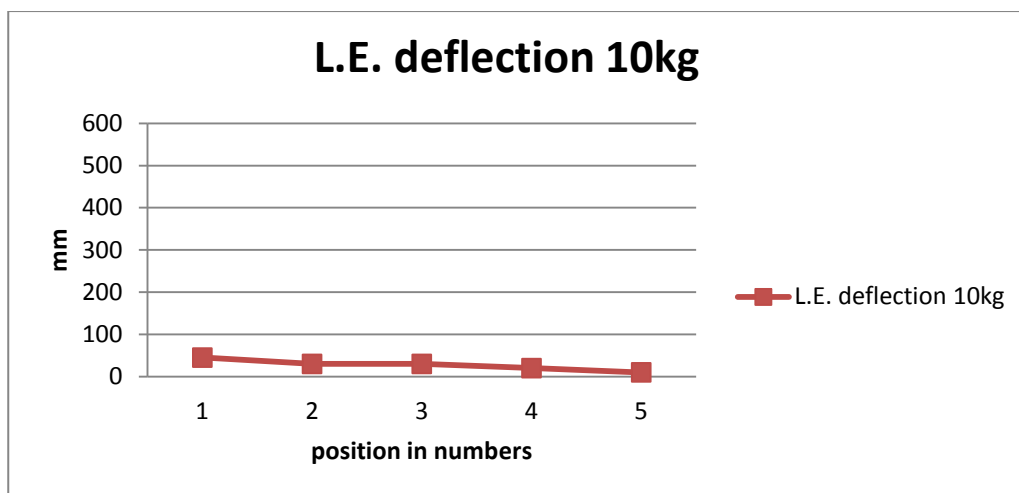
Σχήμα 5.58.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως Νο.4 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:3).



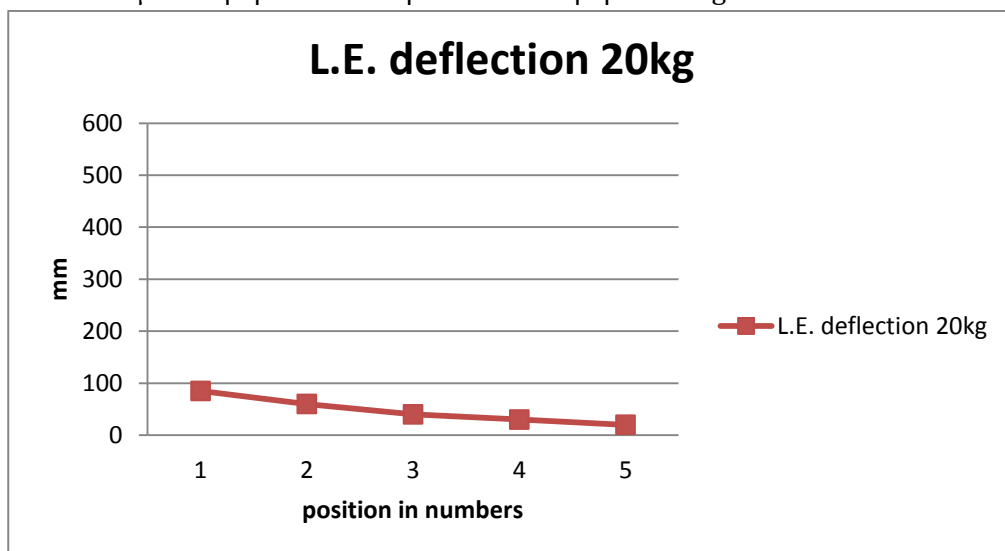
Σχήμα 5.59.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως Νο.5 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:3).

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.7

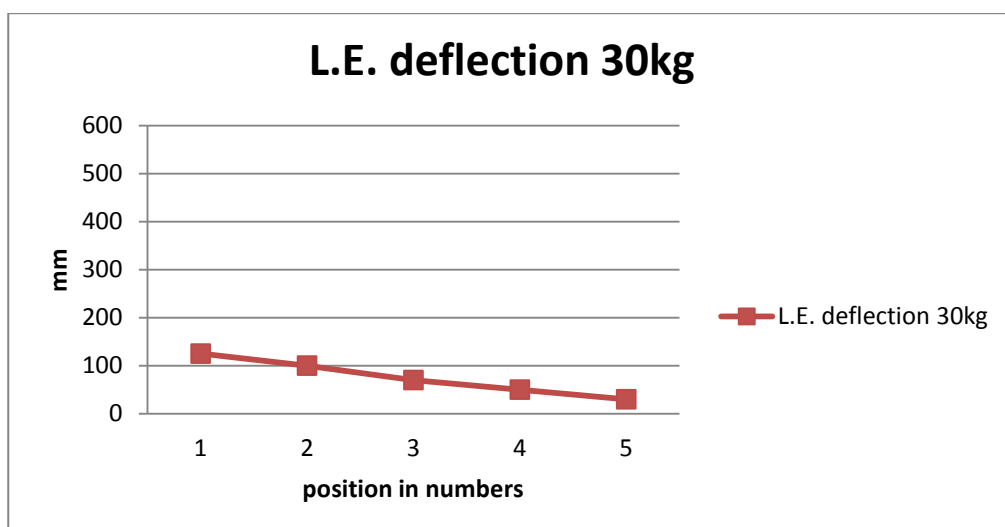
ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΕΩΣ Δh=u (mm)						
kg\pos.	1	2	3	4	5	
0	1025	1020	1020	1030	1040	L.E.
	930	935	950	970	1000	T.E
10	45	30	30	20	10	L.E.
	40	30	30	20	10	T.E
20	85	60	40	30	20	L.E.
	80	65	50	30	15	T.E
30	125	100	70	50	30	L.E.
	120	95	70	50	20	T.E
40	155	120	90	60	35	L.E.
	150	125	90	60	30	T.E
50	195	150	120	80	40	L.E.
	195	155	100	70	40	T.E
60	235	185	140	90	53	L.E.
	235	175	120	90	45	T.E
70	275	220	170	100	55	L.E.
	275	215	150	100	50	T.E



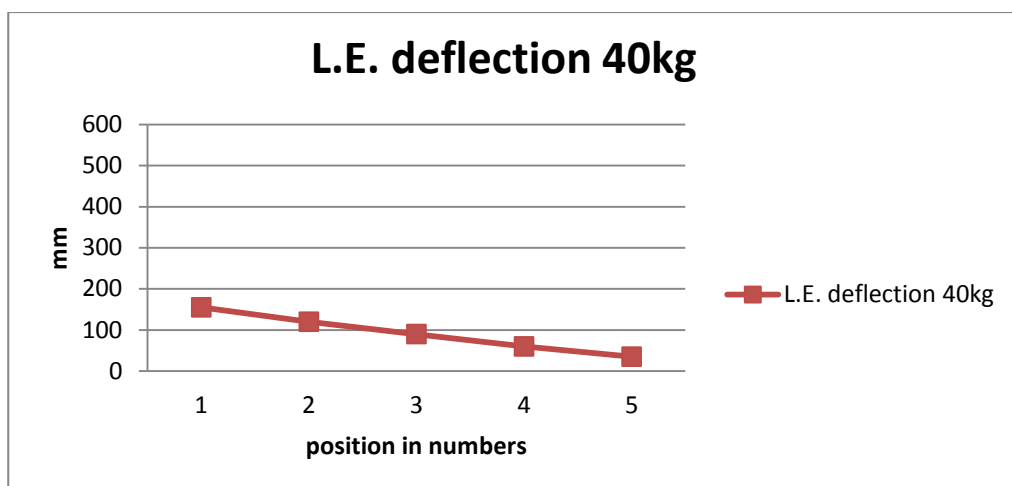
Σχήμα 5.60.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.3 και το φορτίο 10kg.



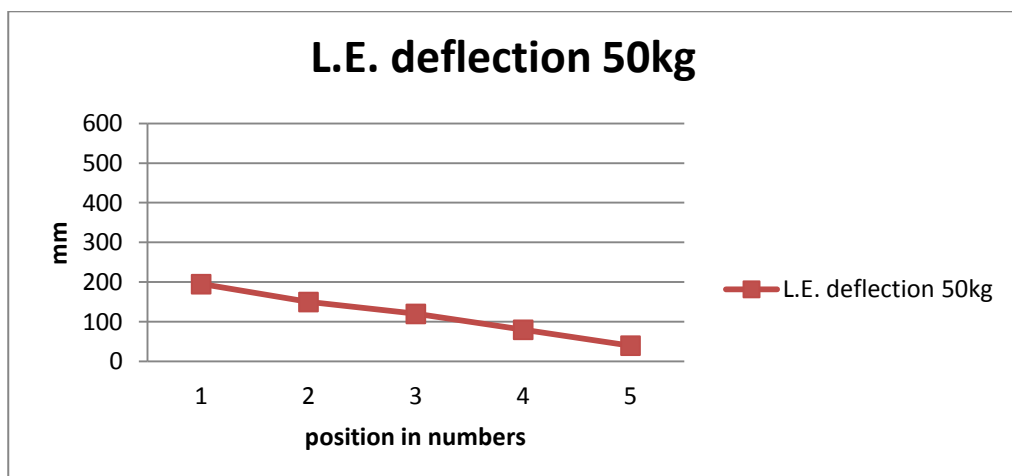
Σχήμα 5.61Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.3 και το φορτίο 20kg.



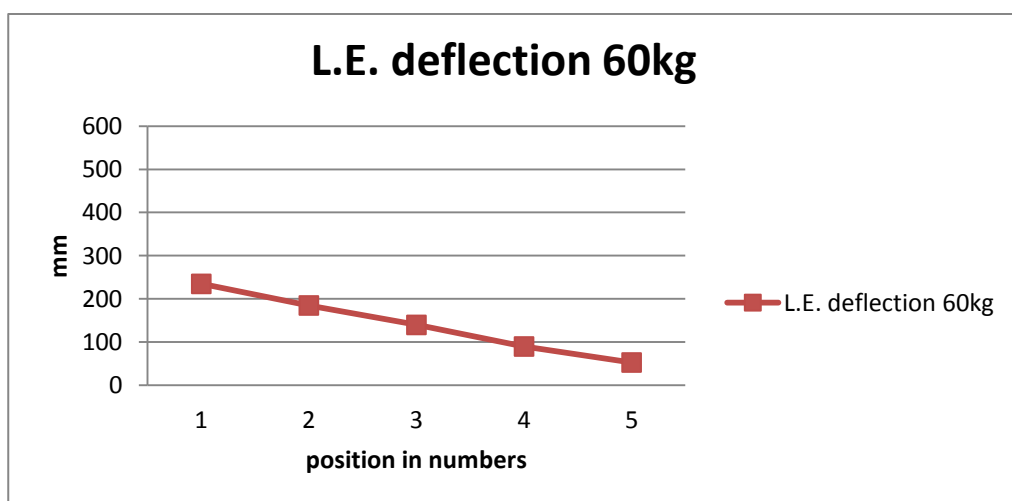
Σχήμα 5.62Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.3 και το φορτίο 30kg.



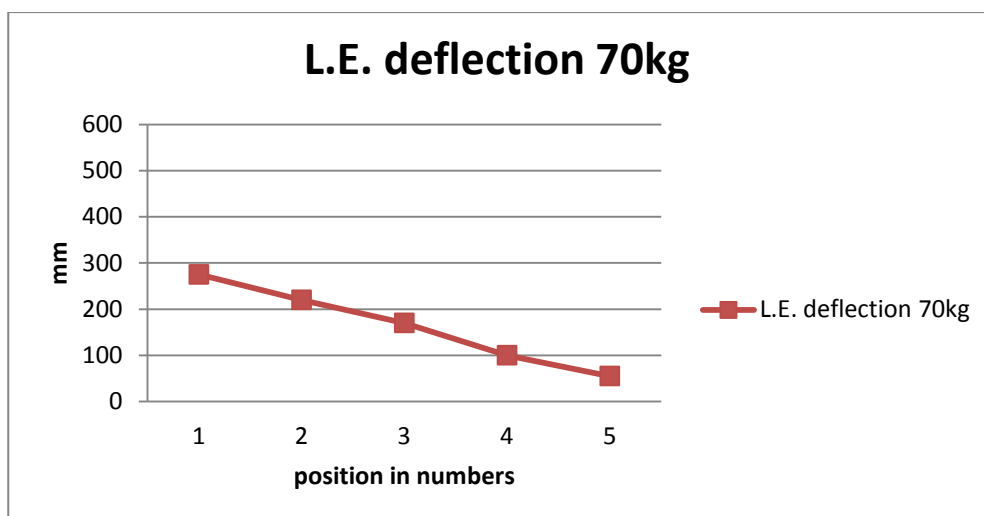
Σχήμα 5.63 Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.3 και το φορτίο 40kg.



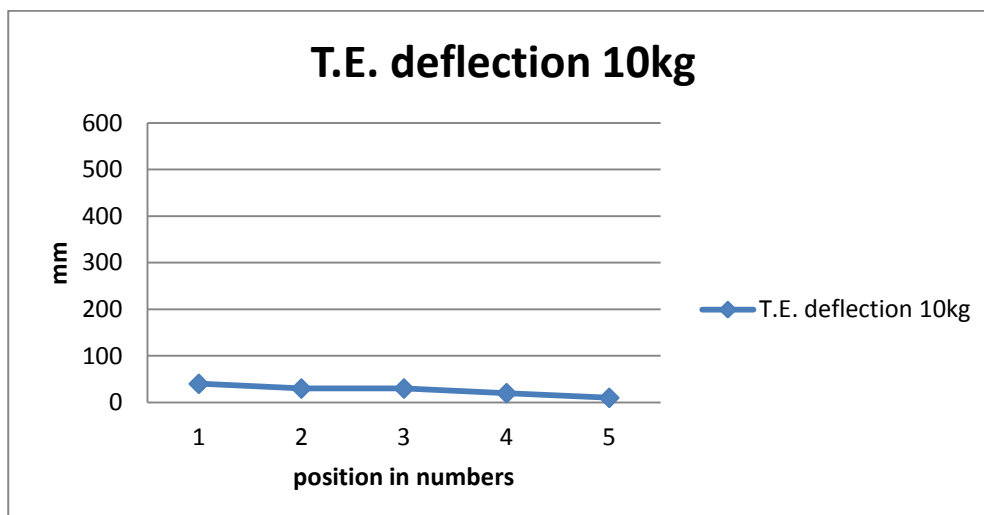
Σχήμα 5.64 Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.3 και το φορτίο 50kg.



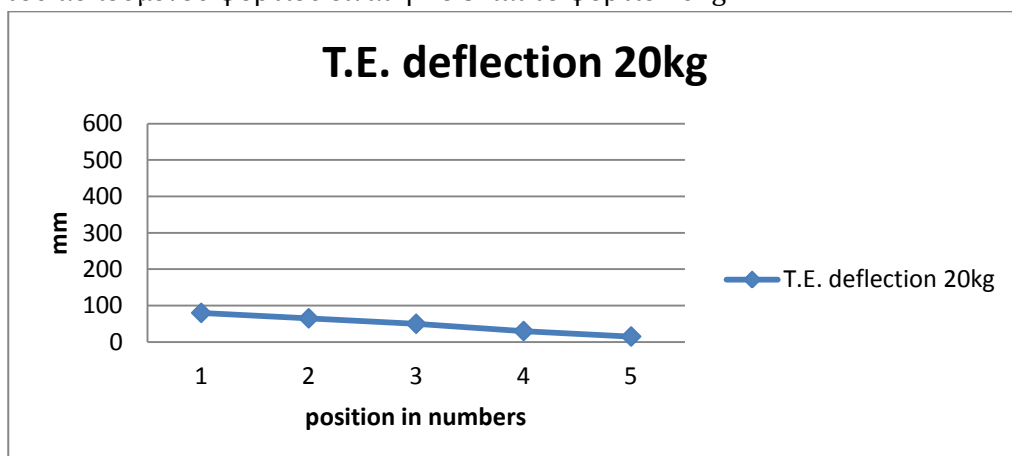
Σχήμα 5.65 Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.3 και το φορτίο 60kg.



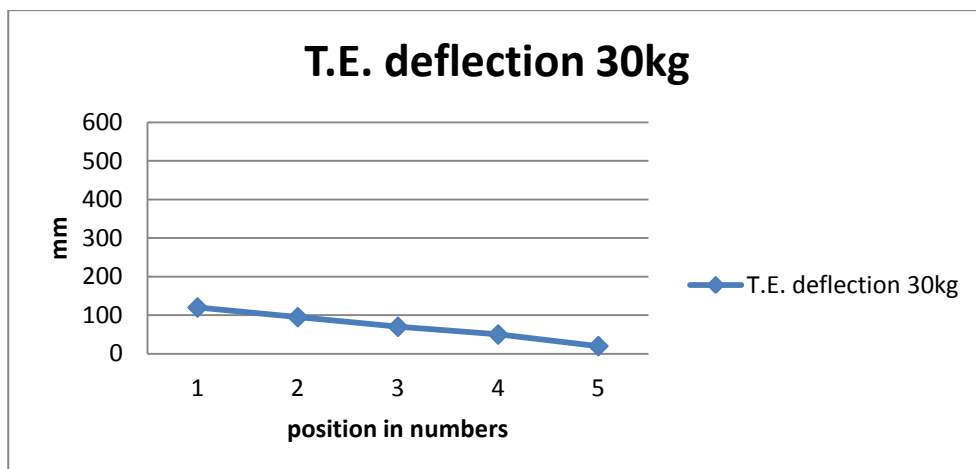
Σχήμα 5.66.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.3 και το φορτίο 70kg.



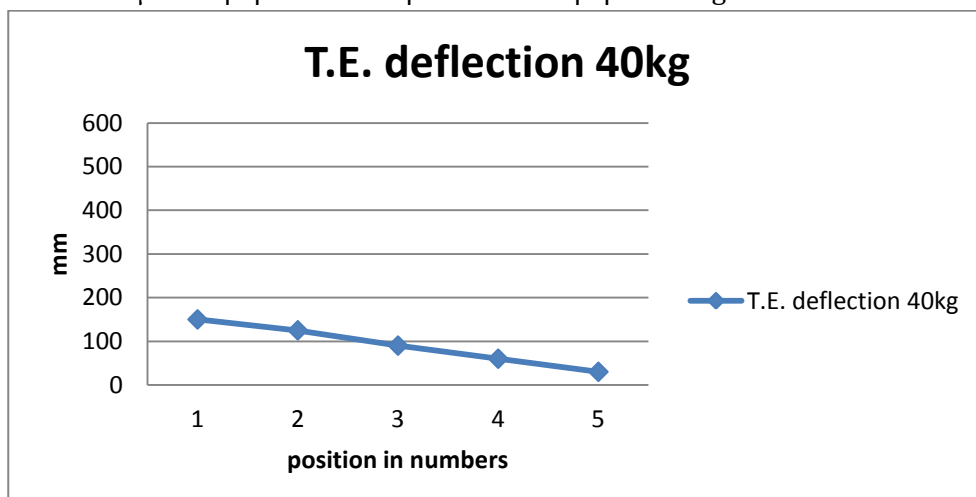
Σχήμα 5.67.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.3 και το φορτίο 10kg.



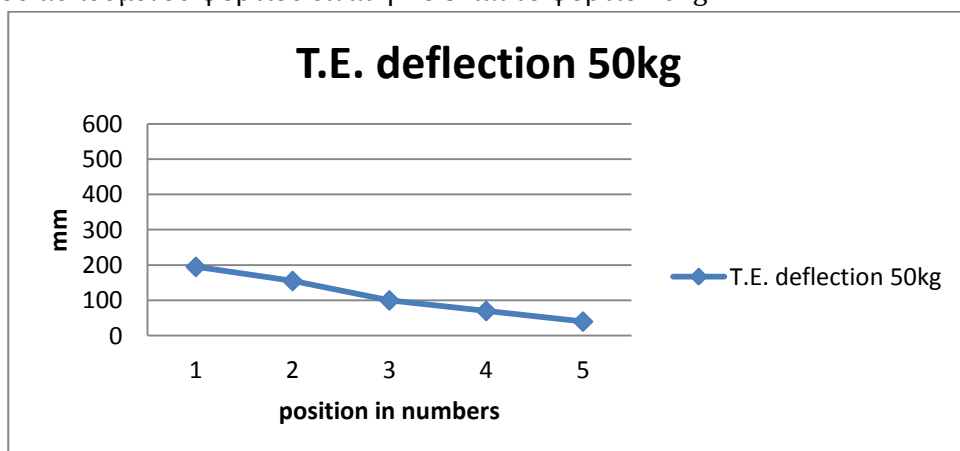
Σχήμα 5.68.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.3 και το φορτίο 20kg.



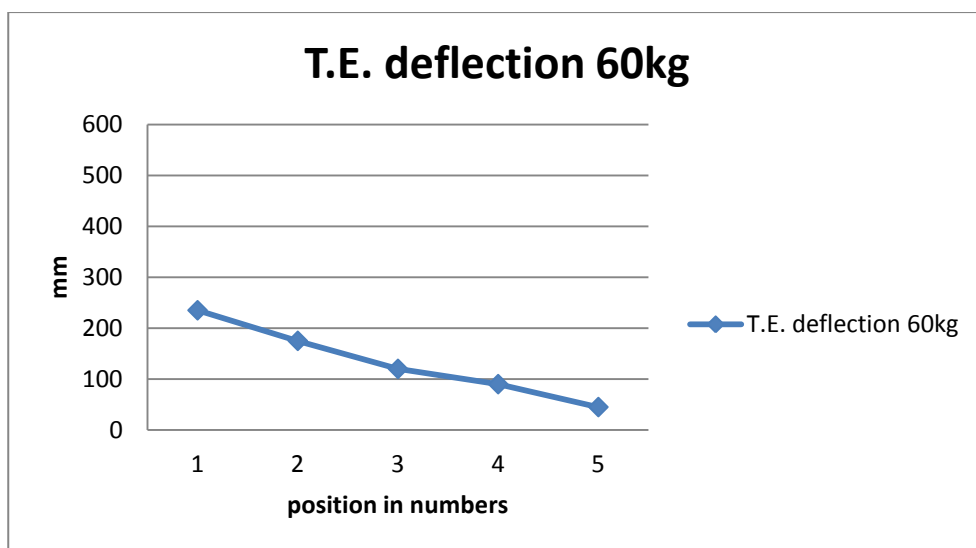
Σχήμα 5.69.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.3 και το φορτίο 30kg.



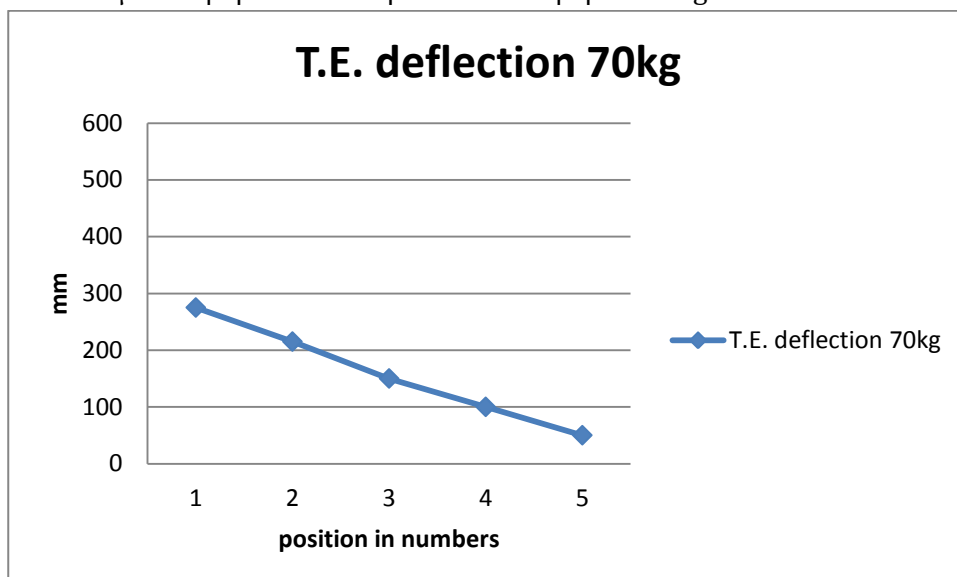
Σχήμα 5.70.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.3 και το φορτίο 40kg.



Σχήμα 5.71.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.3 και το φορτίο 50kg.



Σχήμα 5.72.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.3 και το φορτίο 60kg.



Σχήμα 5.73.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.3 και το φορτίο 70kg.

## 5.5 ΤΟ ΠΕΜΠΤΟ ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

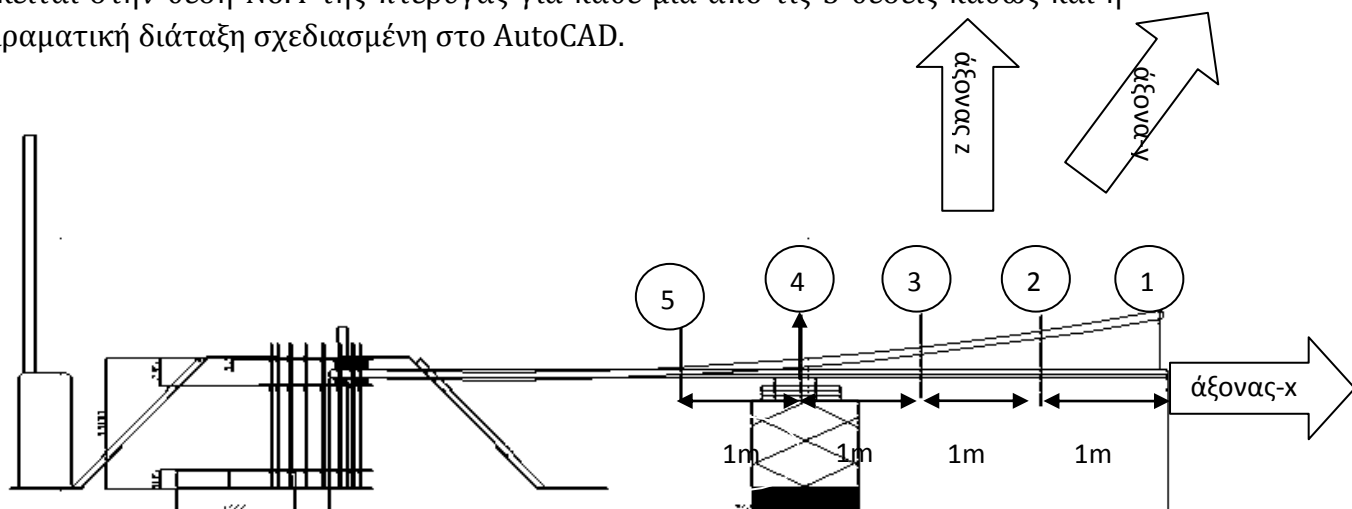
Το πέμπτο πείραμα της σειράς των στατικών πειραμάτων διεξήχθη στις 17/3/2016. Στο συγκεκριμένο πείραμα ασκήθηκε στατικό φορτίο στο αεροδυναμικό κέντρο της αεροτομής, στη θέση Νο.4, η οποία απέχει 1m από τη θέση Νο.3 και 3,06m από το ελεύθερο άκρο πτέρυγας. Η ζυγαριά τοποθετήθηκε πάλι μέσα σε έναν ειδικό μεταλλικό κλωβό, όπου στη κορυφή του υπήρχε μεταλλικό έλασμα για την εξασφάλιση της όσο το δυνατό ελάχιστης εκκεντρότητας κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων. Μέσω του υδραυλικού ανυψωτήρα ασκήθηκε φορτίο μέγιστης έντασης 60 κιλών με φορά από κάτω προς τα επάνω. Μετρήθηκε το βέλος κάμψης από το έδαφος σε 5 θέσεις της πτέρυγας, στην ακμή προσβολής και στην ακμή φυγής αυτών, όπως φαίνεται και στο σχετικό σκαρίφημα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.8

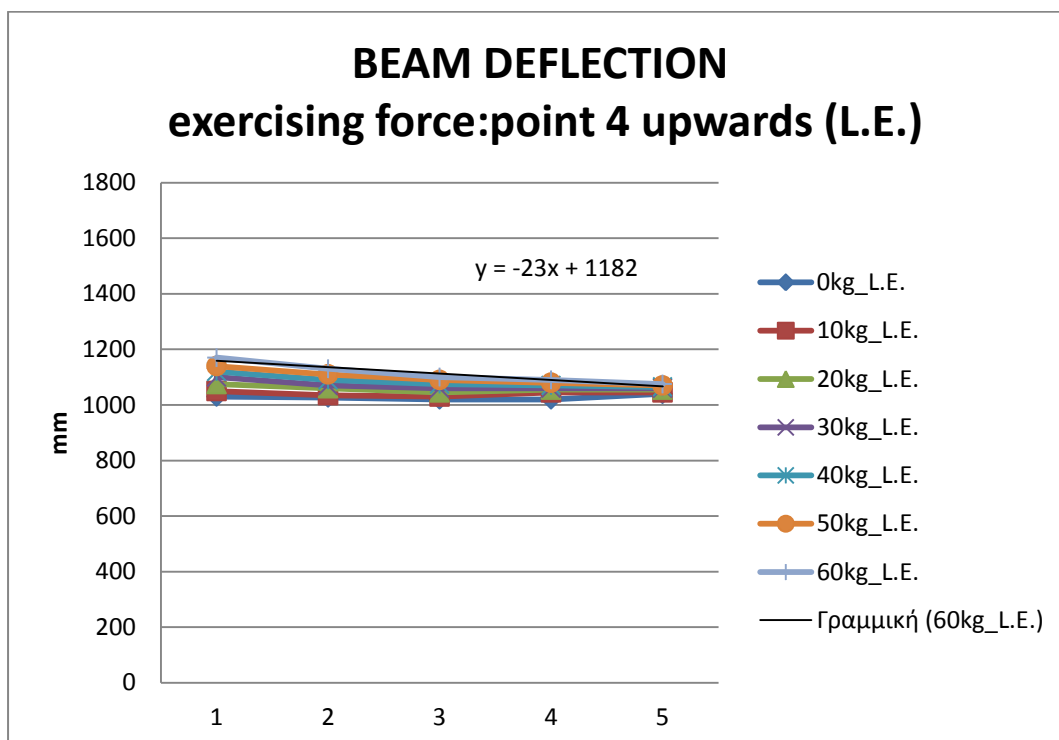
ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΕΩΣ –ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ (mm)						
Φορτίο P kg\pos.	1	2	3	4	5	
0	1030	1027	1020	1020	1040	L.E.
	930	940	940	980	1000	T.E
10	1050	1035	1030	1045	1045	L.E.
	955	955	960	990	1003	T.E
20	1075	1060	1045	1055	1055	L.E.
	980	975	980	1000	1010	T.E
30	1100	1070	1060	1060	1060	L.E.
	1000	990	990	1000	1012	T.E
40	1120	1090	1075	1070	1065	L.E.
	1025	1010	1000	1015	1020	T.E
50	1140	1110	1090	1080	1070	L.E.
	1050	1020	1015	1020	1030	T.E
60	1170	1130	1100	1090	1075	L.E.
	1070	1040	1030	1030	1030	T.E



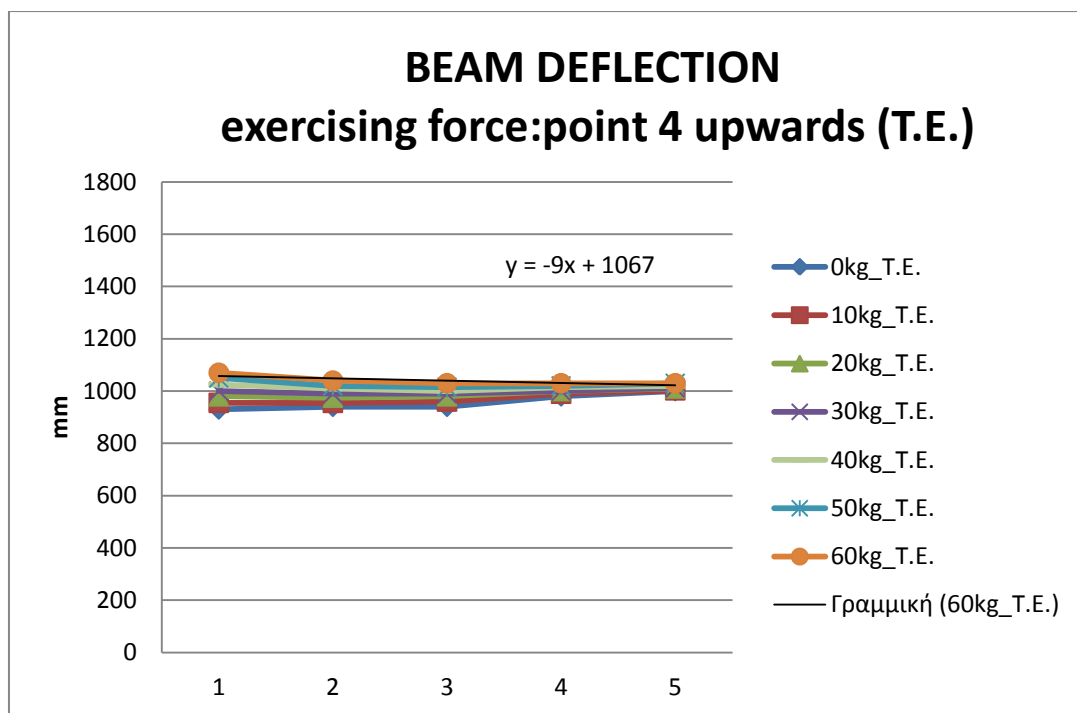
Παρακάτω, παρουσιάζονται τα διαγράμματα ελαστικής γραμμής της πτέρυγας καθώς και τα διαγράμματα του βέλους κάμψεως συναρτήσει του βάρους που ασκείται στην θέση No.4 της πτέρυγας για κάθε μία από τις 5 θέσεις καθώς και η πειραματική διάταξη σχεδιασμένη στο AutoCAD.



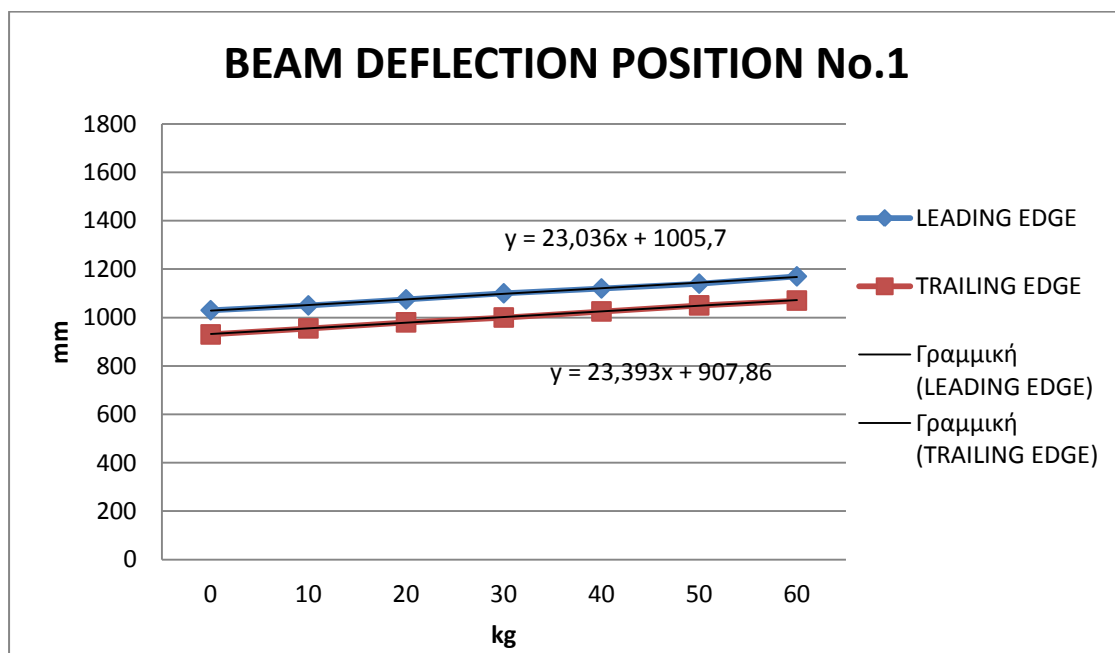
Σχήμα 5.74.Απεικόνιση του πέμπτου στατικού πειράματος, των θέσεων μέτρησης του βέλους κάμψεως καθώς και της θέσεως εφαρμογής του φορτίου, σχεδιασμένο στο AutoCad.



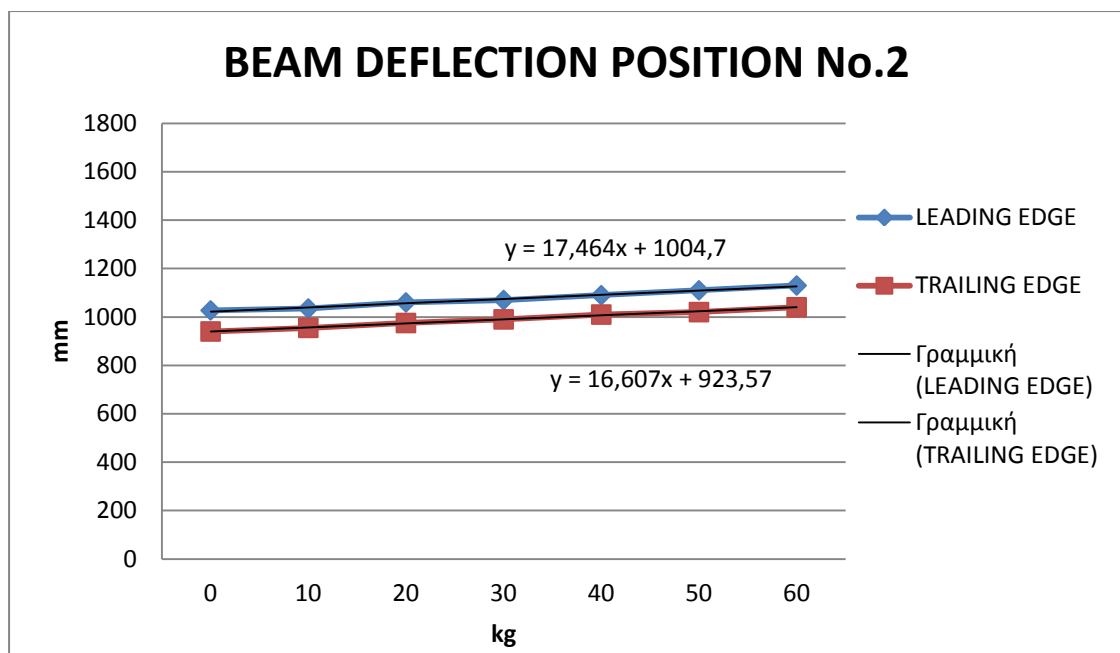
Σχήμα 5.75. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής προσβολής για ασκούμενο φορτίο στη θέση No.4 .



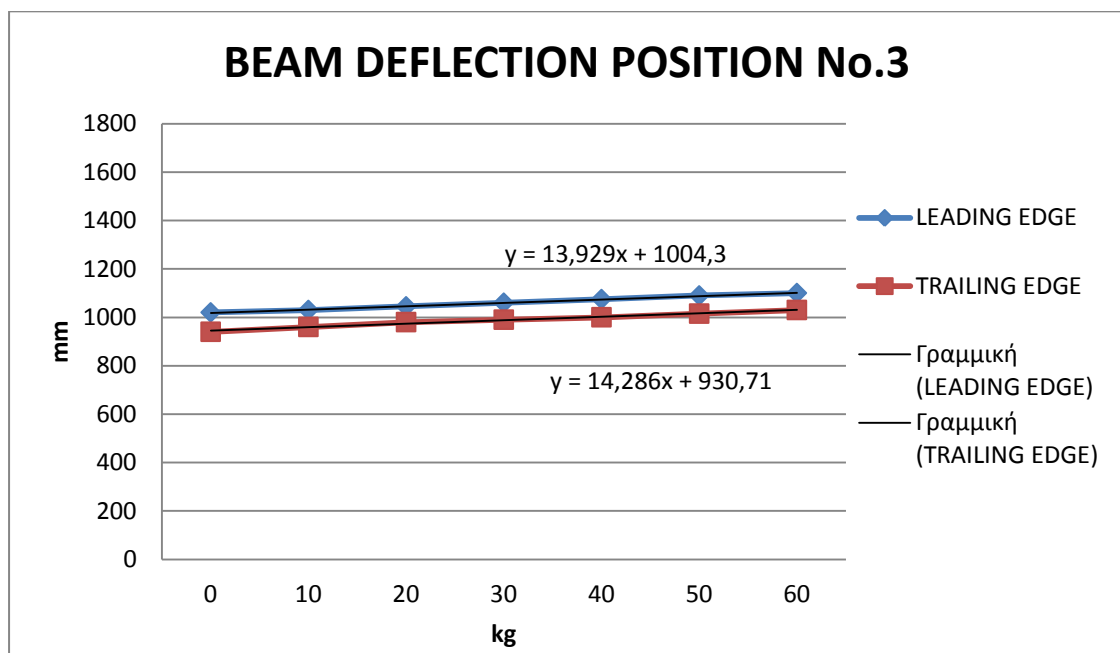
Σχήμα 5.76. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής φυγής για ασκούμενο φορτίο στη θέση No.4 .



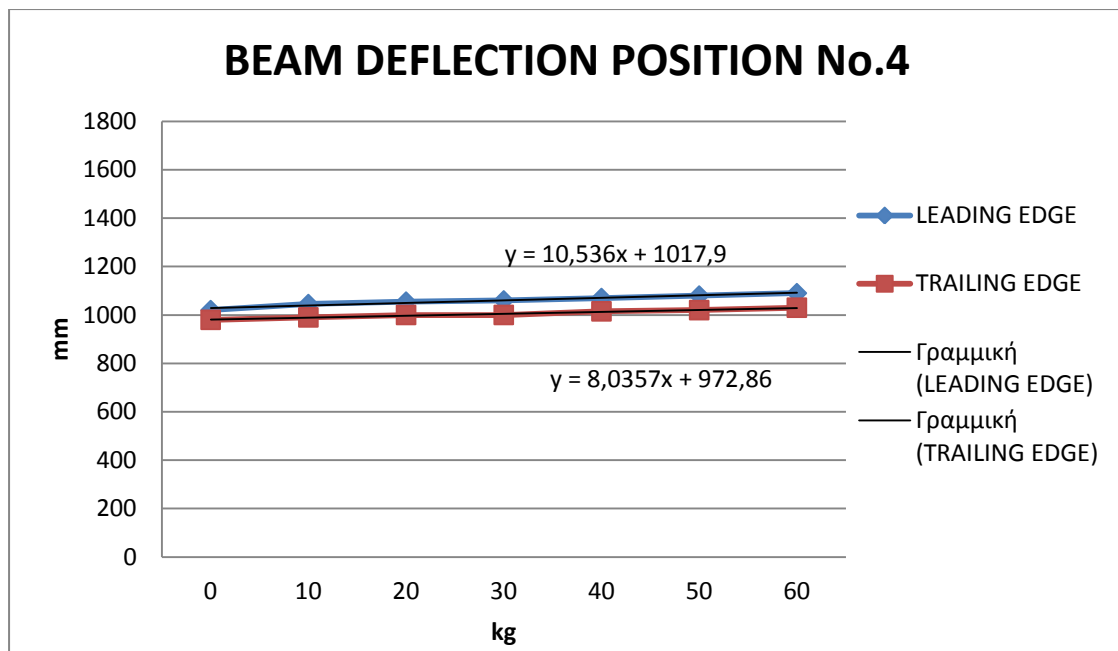
Σχήμα 5.77.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψης της θέσεως No.1 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:4).



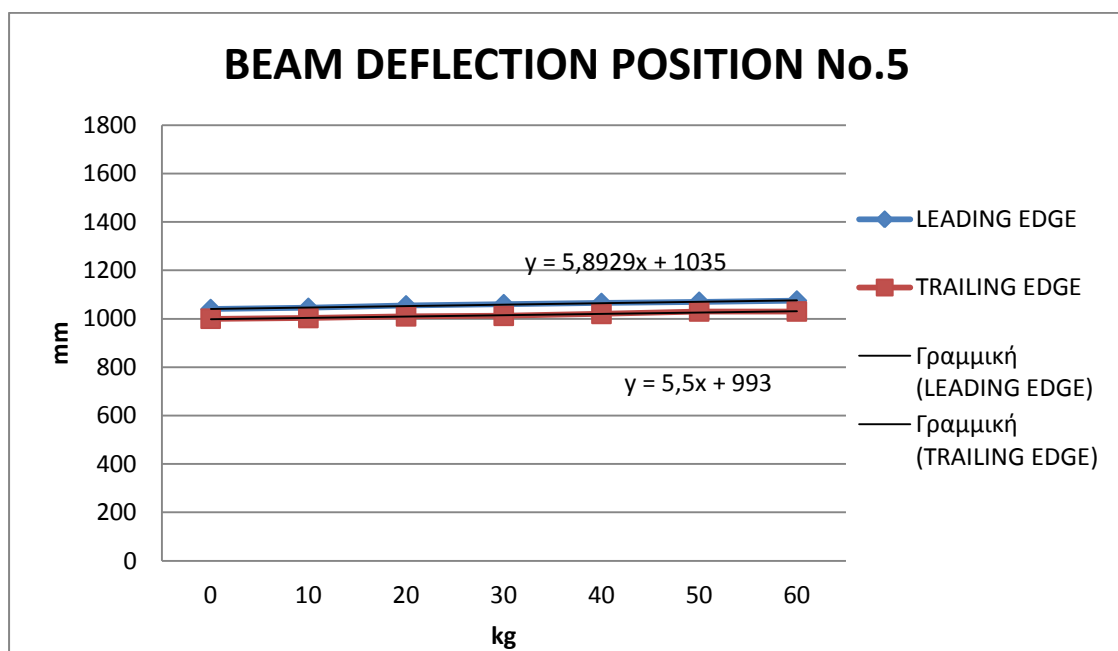
Σχήμα 5.78.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.2 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:4).



Σχήμα 5.79.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.3 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:4).



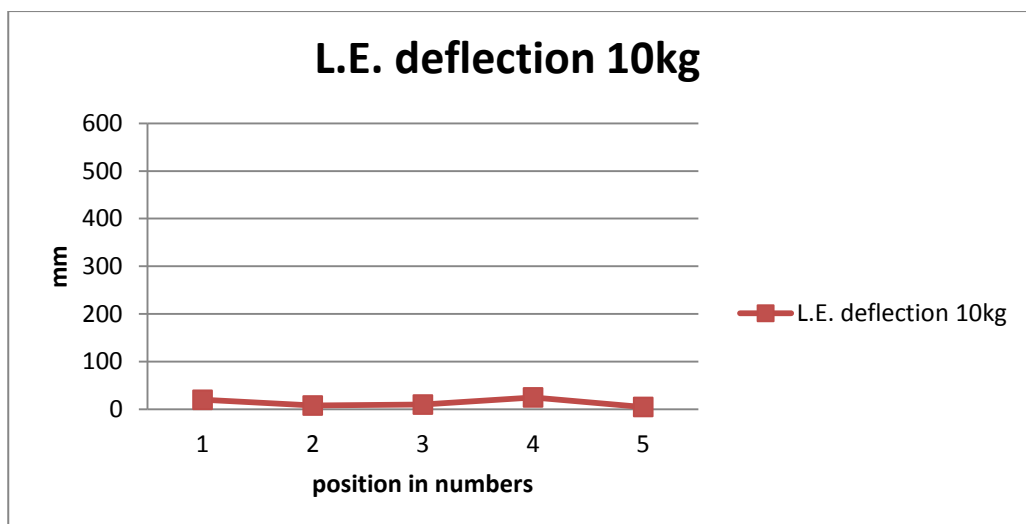
Σχήμα 5.80.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.4 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:4).



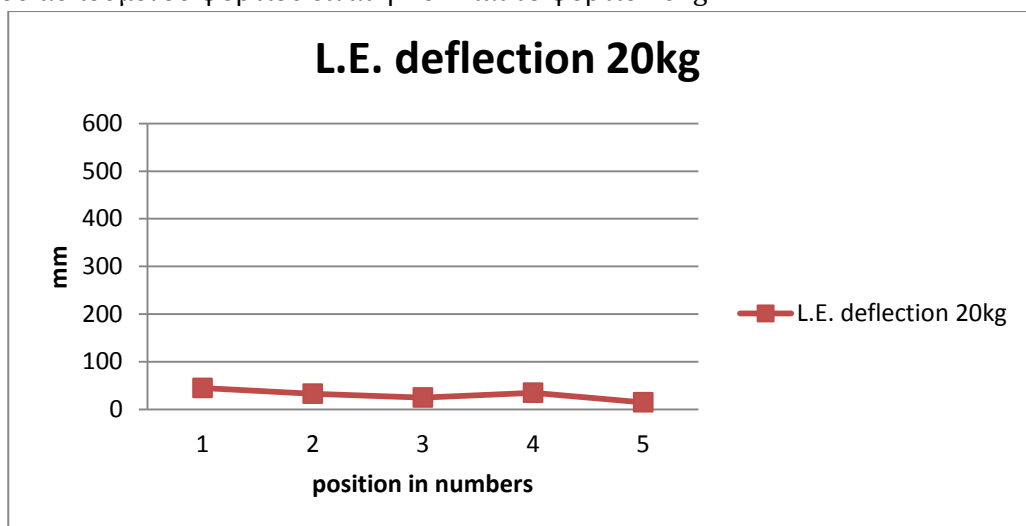
Σχήμα 5.81.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.5 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:4).

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.9

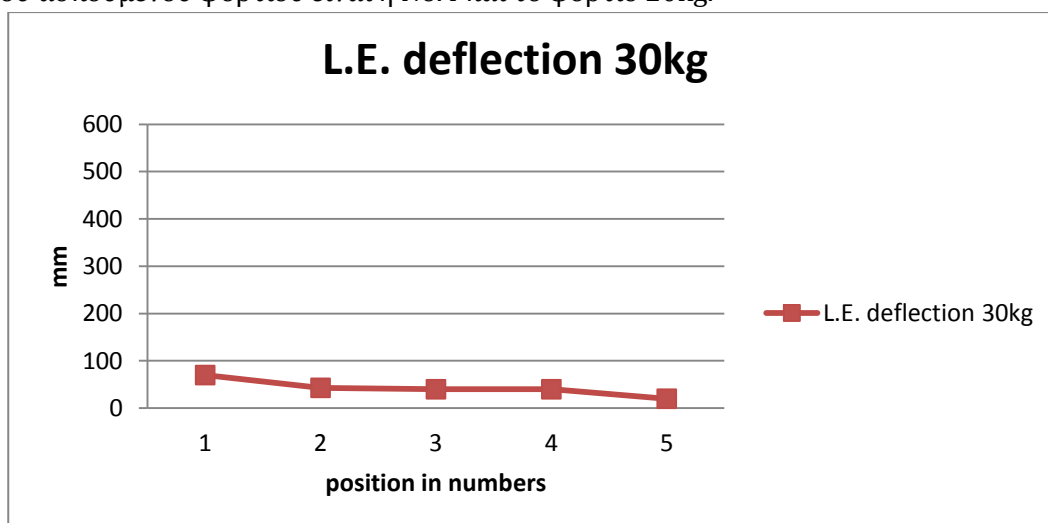
ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΕΩΣ $\Delta h=u$ (mm)						
Φορτίο P kg\pos.	1	2	3	4	5	
0	0	0	0	0	0	L.E.
	0	0	0	0	0	T.E
10	20	8	10	25	5	L.E.
	25	15	20	10	3	T.E
20	45	33	25	35	15	L.E.
	50	35	40	20	10	T.E
30	70	43	40	40	20	L.E.
	70	50	50	20	12	T.E
40	90	63	55	50	25	L.E.
	95	70	60	35	20	T.E
50	110	83	70	60	30	L.E.
	120	80	75	40	30	T.E
60	140	103	80	70	35	L.E.
	140	100	90	50	30	T.E



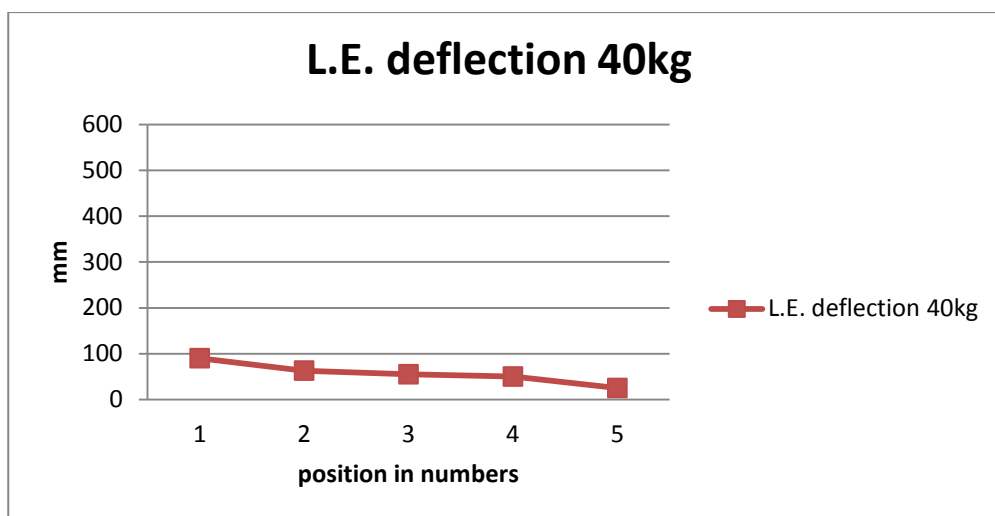
Σχήμα 5.82.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.4 και το φορτίο 10kg.



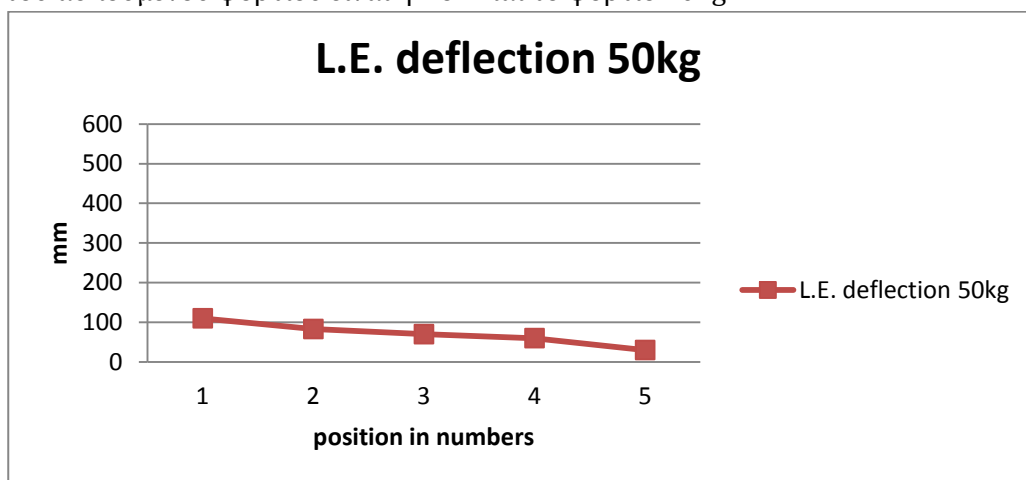
Σχήμα 5.83.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.4 και το φορτίο 20kg.



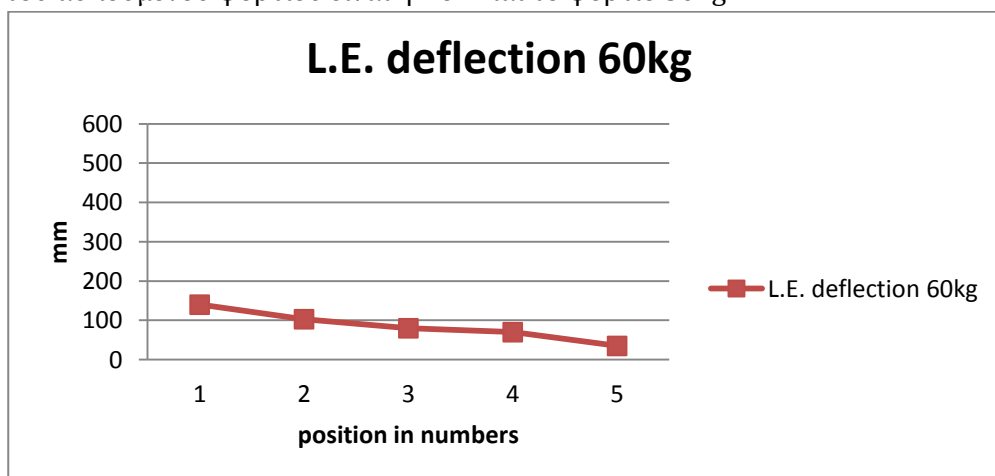
Σχήμα 5.84.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.4 και το φορτίο 30kg.



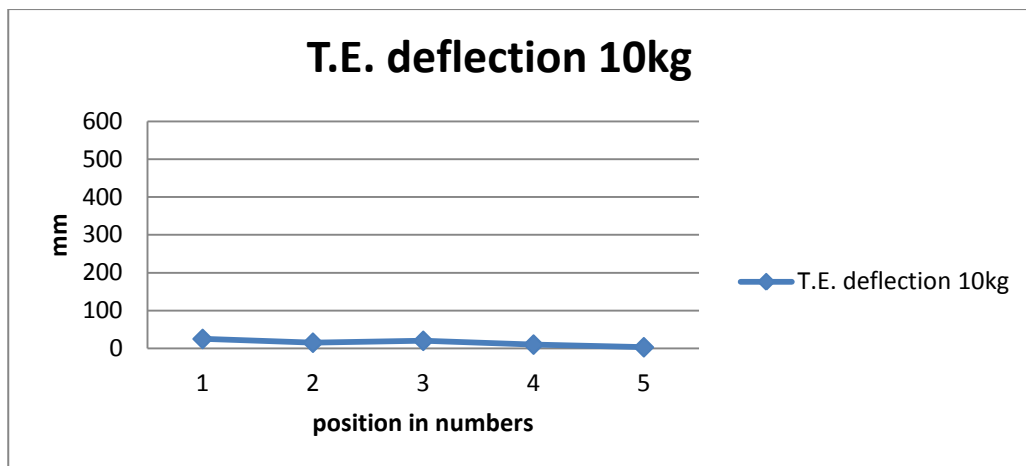
Σχήμα 5.85.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.4 και το φορτίο 40kg.



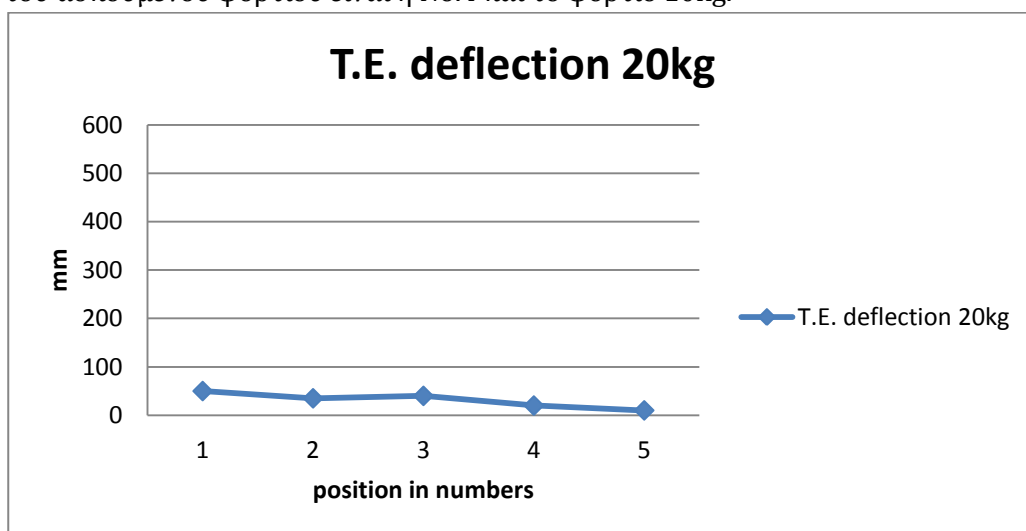
Σχήμα 5.86.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.4 και το φορτίο 50kg.



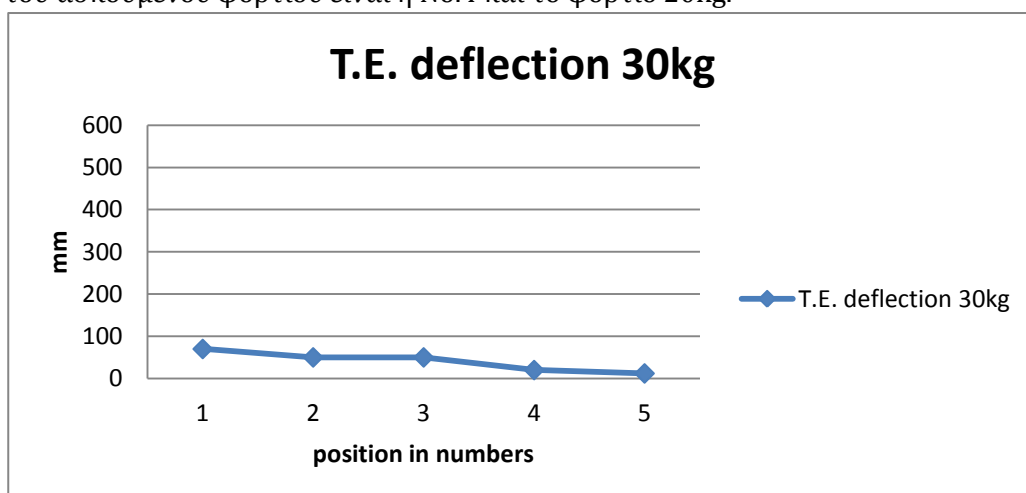
Σχήμα 5.87.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.4 και το φορτίο 60kg.



Σχήμα 5.88.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.4 και το φορτίο 10kg.

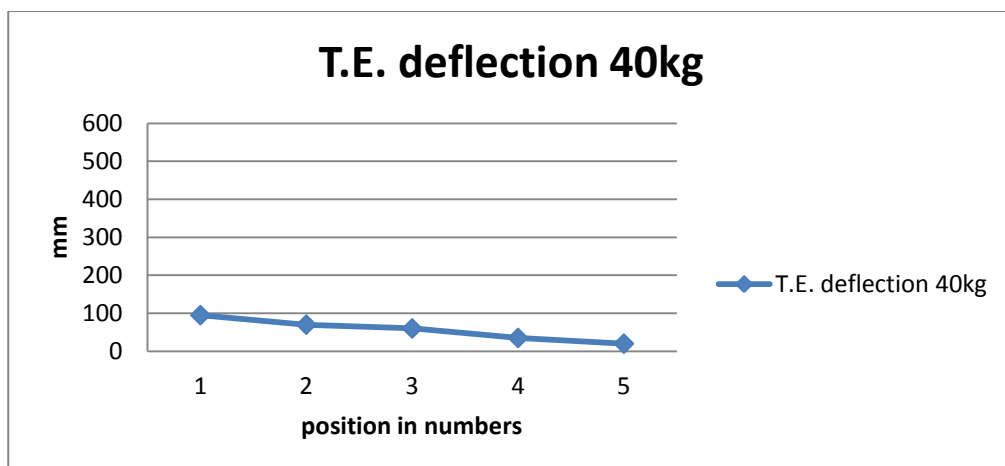


Σχήμα 5.89.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.4 και το φορτίο 20kg.

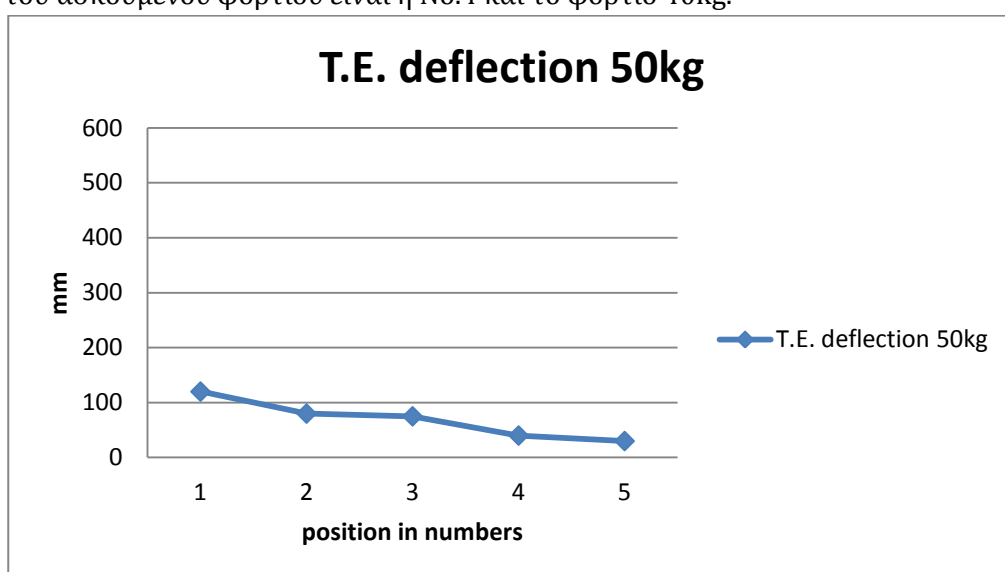


Σχήμα 5.90.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η No.4 και το φορτίο 30kg.

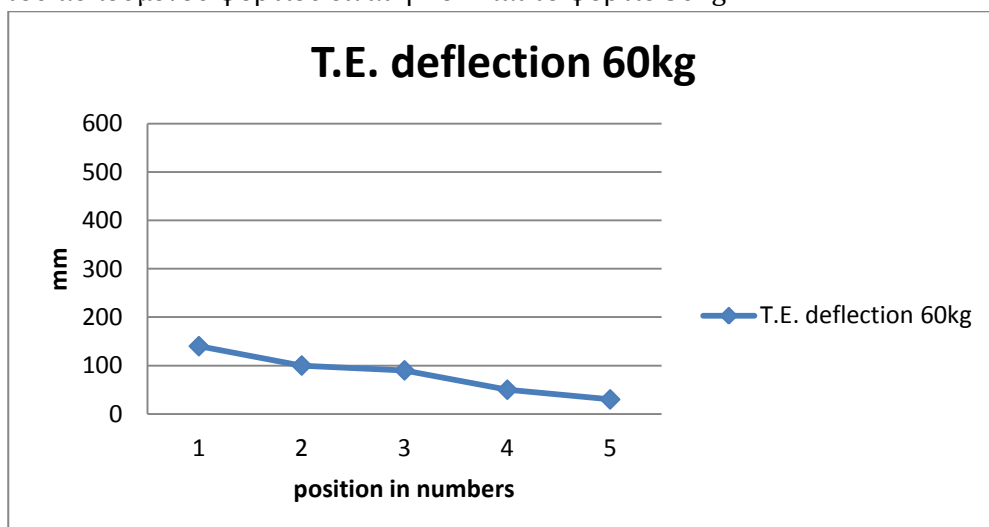




Σχήμα 5.91.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.4 και το φορτίο 40kg.



Σχήμα 5.92.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.4 και το φορτίο 50kg.



Σχήμα 5.93.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.4 και το φορτίο 60kg.

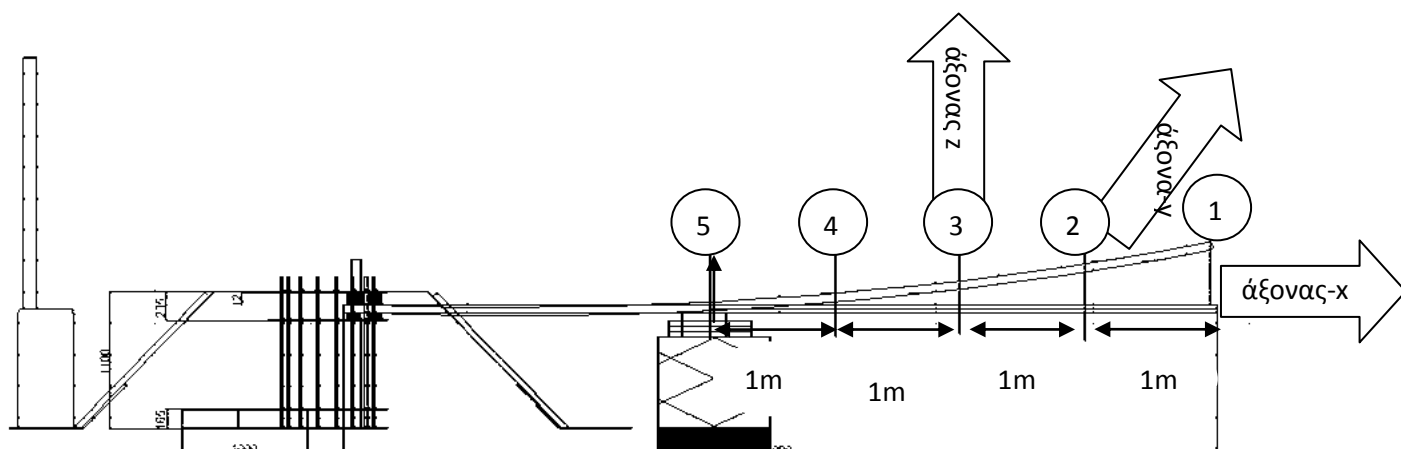
## 5.6 ΤΟ ΕΚΤΟ ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Το έκτο πείραμα της σειράς των στατικών πειραμάτων διεξήχθη στις 17/3/2016. Στο συγκεκριμένο πείραμα ασκήθηκε στατικό φορτίο στο αεροδυναμικό κέντρο της αεροτομής, στη θέση Νο.5, η οποία απέχει 1m από τη θέση Νο.4 και 4,06m από το ελεύθερο άκρο πτέρυγας. Η ζυγαριά τοποθετήθηκε και πάλι μέσα σε έναν ειδικό μεταλλικό κλωβό, όπου στη κορυφή του υπήρχε μεταλλικό έλασμα για την εξασφάλιση της όσο το δυνατό ελάχιστης εκκεντρότητας κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων. Μέσω του υδραυλικού ανυψωτήρα ασκήθηκε φορτίο μέγιστης έντασης 60 κιλών με φορά από κάτω προς τα επάνω. Μετρήθηκε το βέλος κάμψης από το έδαφος σε 5 θέσεις της πτέρυγας, στην ακμή προσβολής και στην ακμή φυγής αυτών, όπως φαίνεται και στο σχετικό σκαρίφημα.

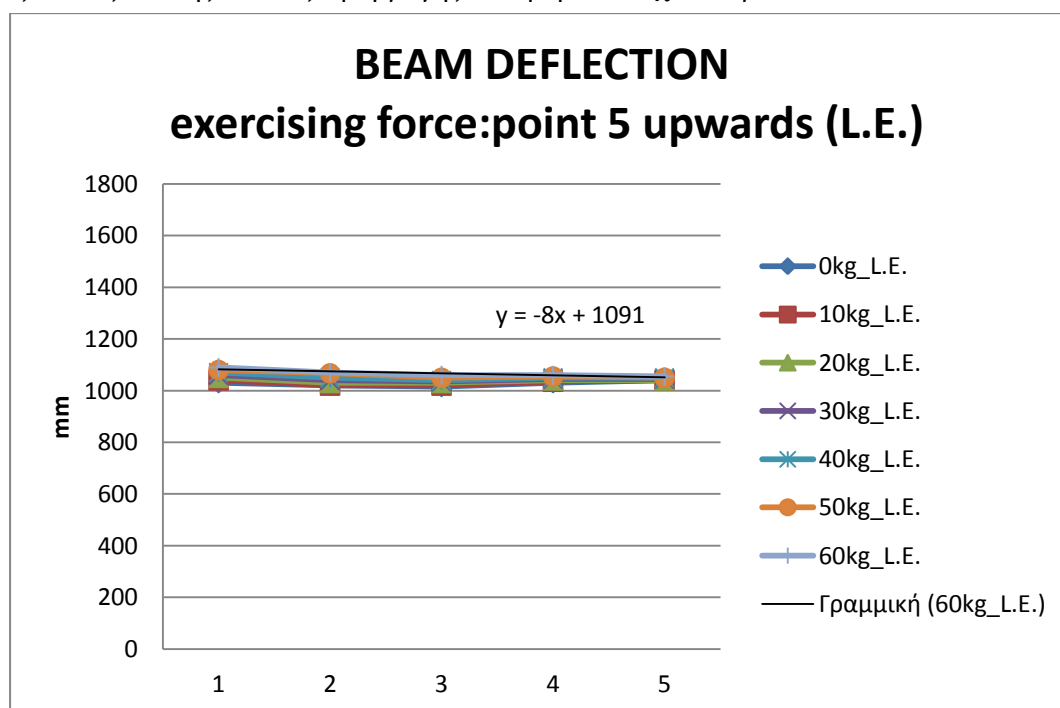
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.10

ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΕΩΣ-ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ (mm)						
Φορτίο P kg\pos.	1	2	3	4	5	
0	1030	1020	1015	1030	1040	L.E.
	930	935	945	970	1010	T.E
10	1040	1020	1020	1035	1040	L.E.
	940	940	950	980	1000	T.E
20	1050	1030	1030	1040	1040	L.E.
	950	950	960	985	1010	T.E
30	1060	1040	1035	1045	1045	L.E.
	960	960	965	990	1010	T.E
40	1070	1050	1040	1050	1050	L.E.
	970	970	970	990	1015	T.E
50	1080	1067	1050	1055	1050	L.E.
	990	980	980	1000	1015	T.E
60	1090	1070	1060	1060	1055	L.E.
	1000	990	990	1000	1020	T.E

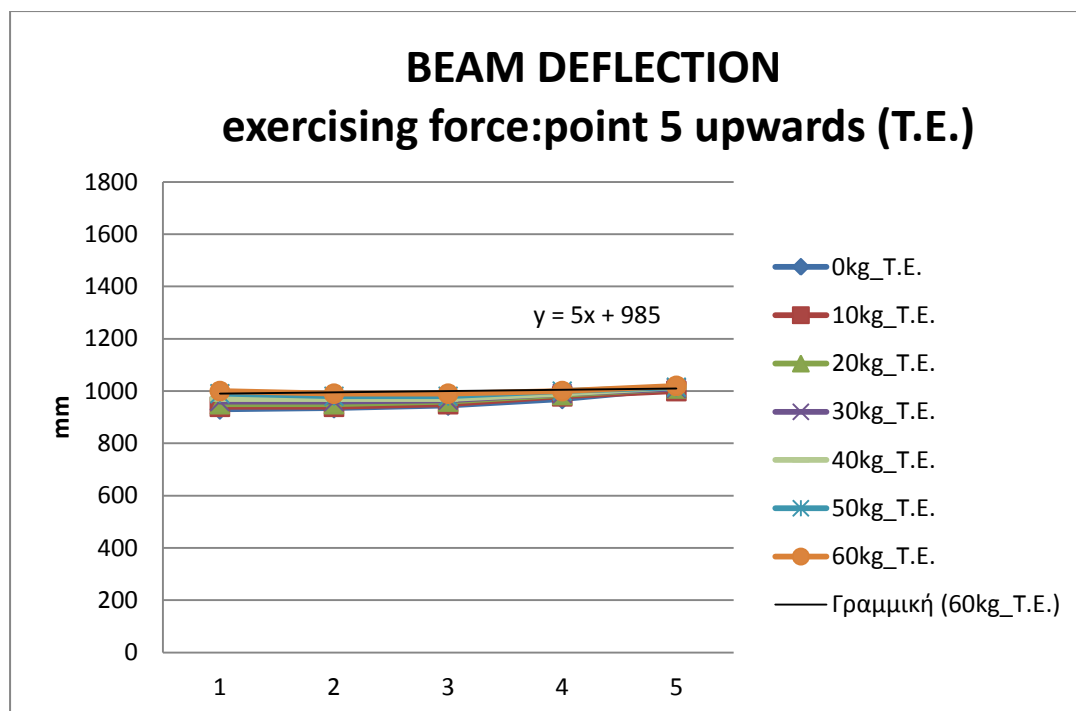
Παρακάτω, παρουσιάζονται τα διαγράμματα ελαστικής γραμμής της πτέρυγας, καθώς και τα διαγράμματα του βέλους κάμψεως συναρτήσει του βάρους που ασκείται στην θέση Νο.5 της πτέρυγας για κάθε μία από τις 5 θέσεις καθώς και η πειραματική διάταξη σχεδιασμένη στο AutoCAD.



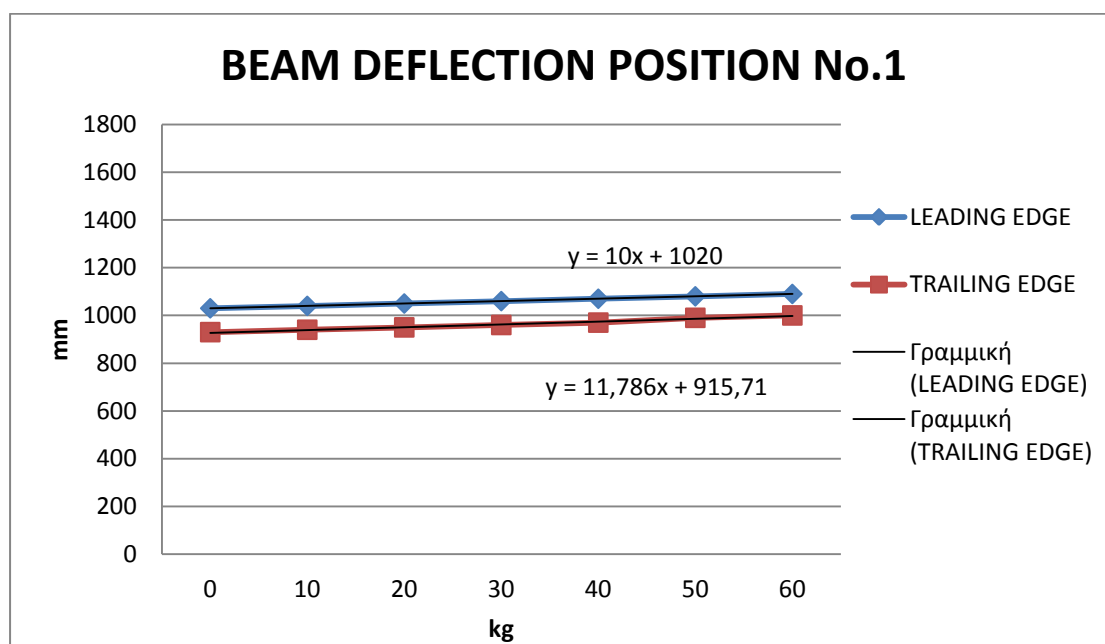
Σχήμα 5.94.Απεικόνιση του πέμπτου στατικού πειράματος, των θέσεων μέτρησης του βέλους κάμψεως καθώς και της θέσεως εφαρμογής του φορτίου, σχεδιασμένο στο AutoCad.



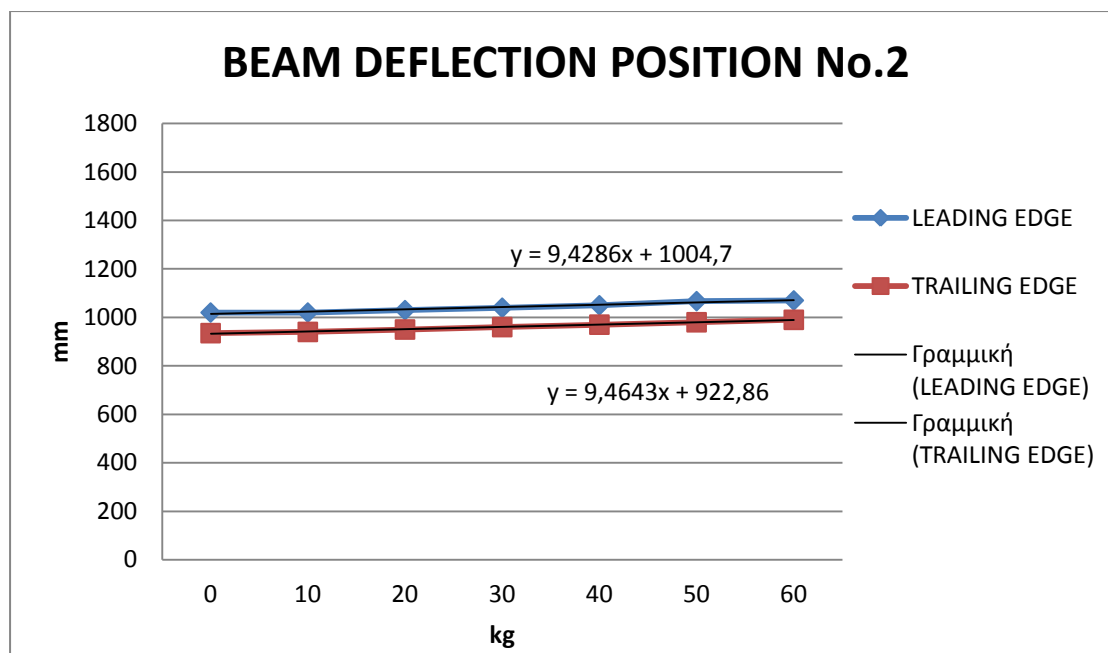
Σχήμα 5.95. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής προσβολής για ασκούμενο φορτίο στη θέση Νο.5 .



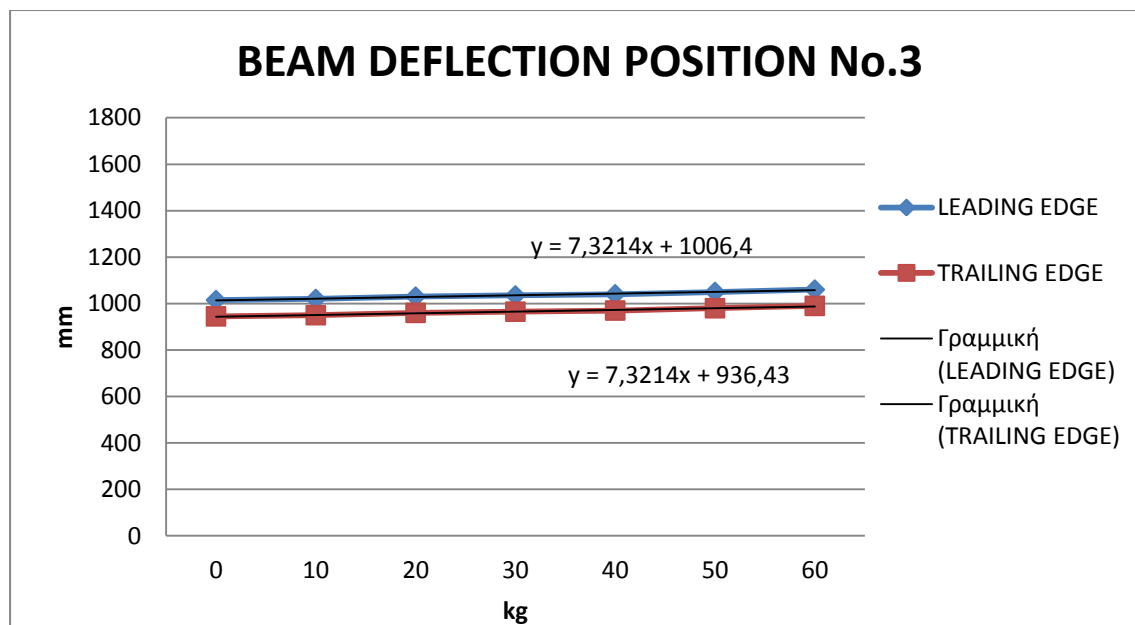
Σχήμα 5.96. Απεικόνιση της ελαστικής γραμμής της ακμής φυγής για ασκούμενο φορτίο στη θέση No.5 .



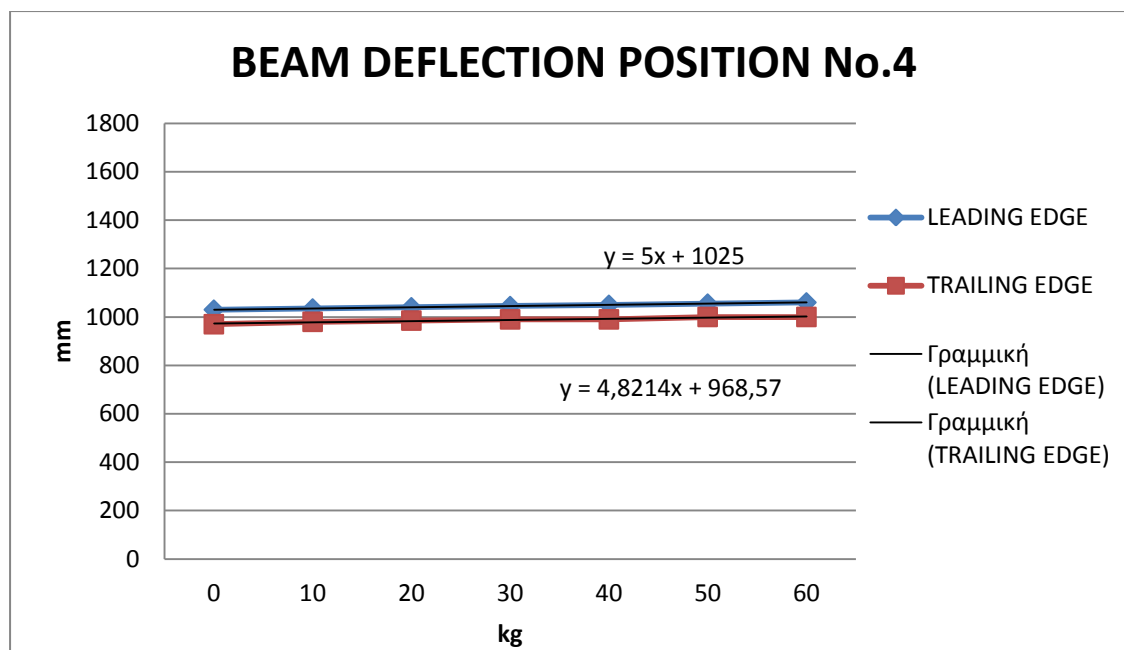
Σχήμα 5.97.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.1 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:5).



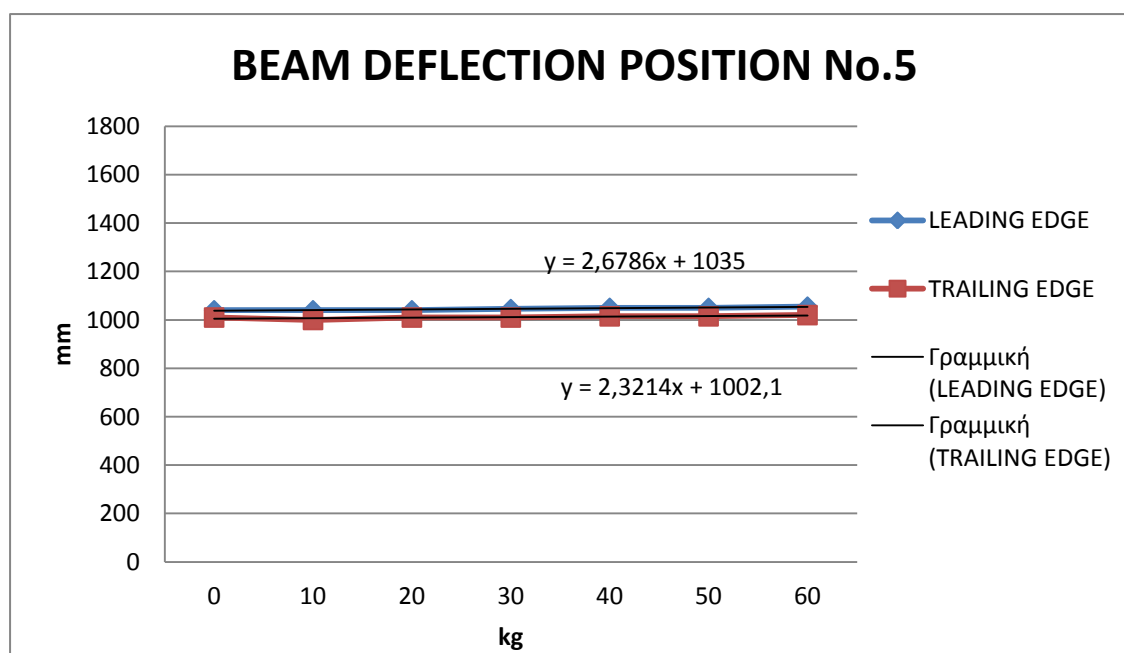
Σχήμα 5.98.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.2 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:5).



Σχήμα 5.99.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.3 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:5).



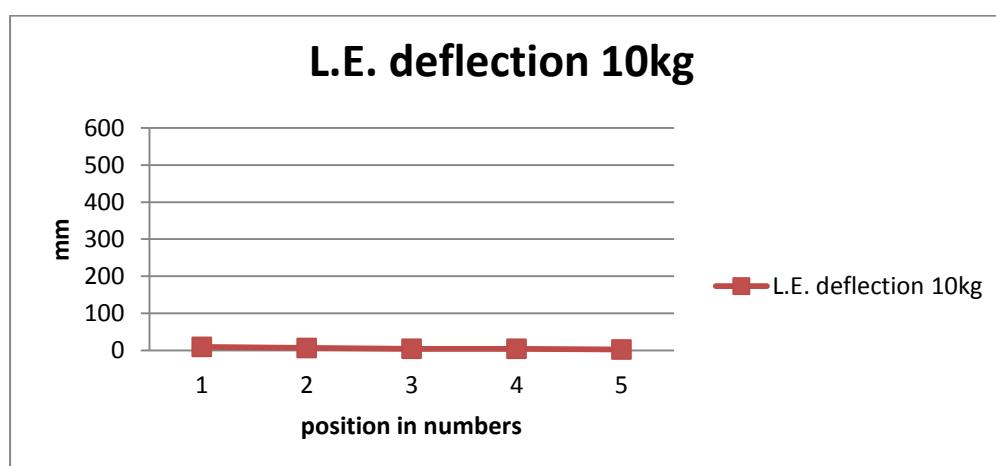
Σχήμα 5.100.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.4 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:5).



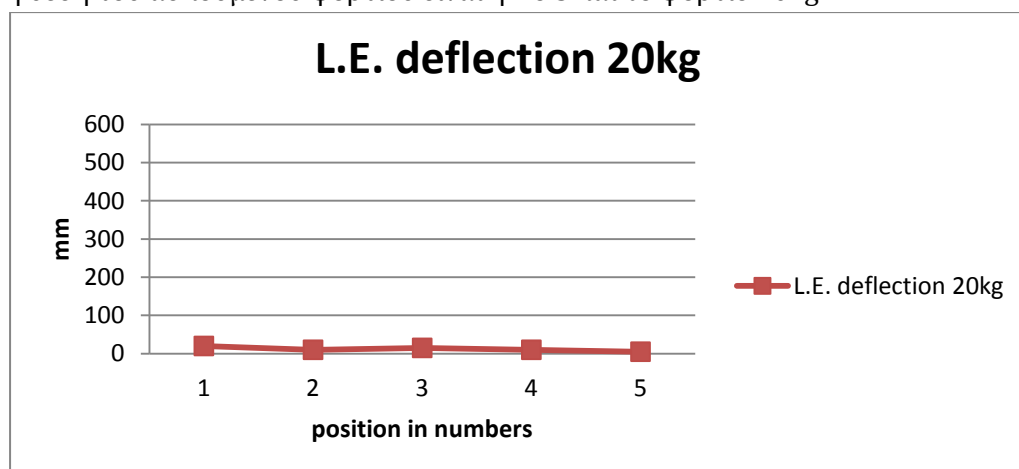
Σχήμα 5.101.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της θέσεως No.5 για την ακμή φυγής και την ακμή προσβολής της πτέρυγας (θέση ασκούμενου φορτίου:5).

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.11

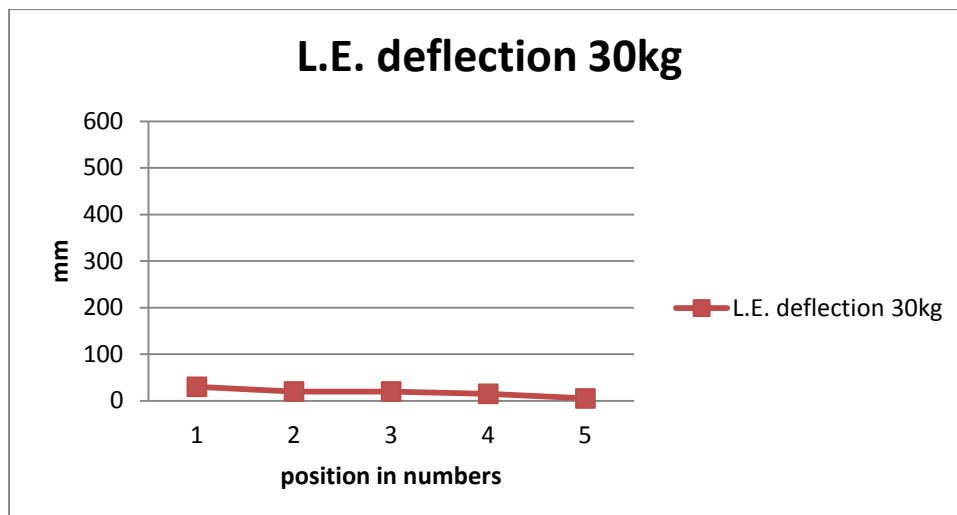
ΒΕΛΗ ΚΑΜΨΗΣ $\Delta h=u(\text{mm})$						
Φορτίο P kg\pos.	1	2	3	4	5	
0	0	0	0	0	0	L.E.
	0	0	0	0	0	T.E
10	10	7	5	5	3	L.E.
	10	5	5	10	10	T.E
20	20	10	15	10	5	L.E.
	20	15	15	15	10	T.E
30	30	20	20	15	5	L.E.
	30	25	20	20	10	T.E
40	40	30	25	20	10	L.E.
	40	35	25	20	15	T.E
50	50	47	35	25	10	L.E.
	60	45	35	30	15	T.E
60	60	50	45	30	15	L.E.
	70	55	45	30	20	T.E



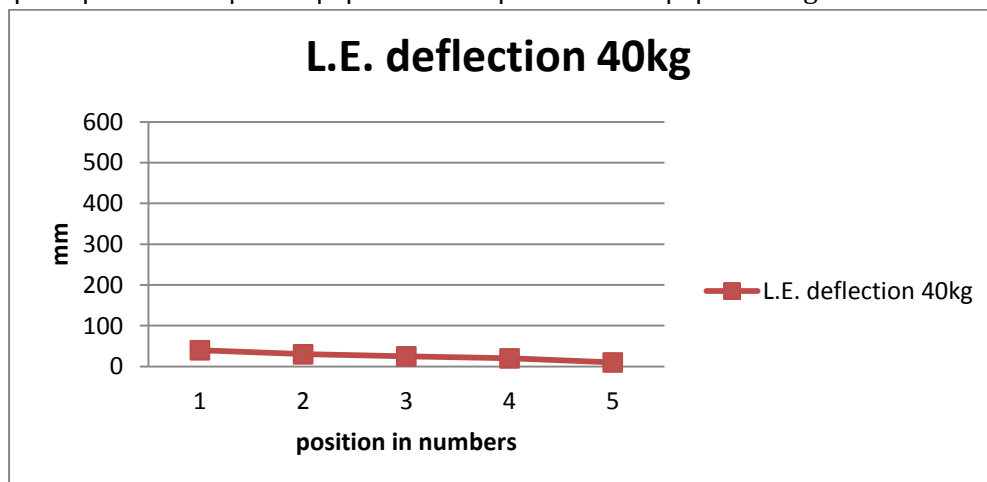
Σχήμα 5.102.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 10kg.



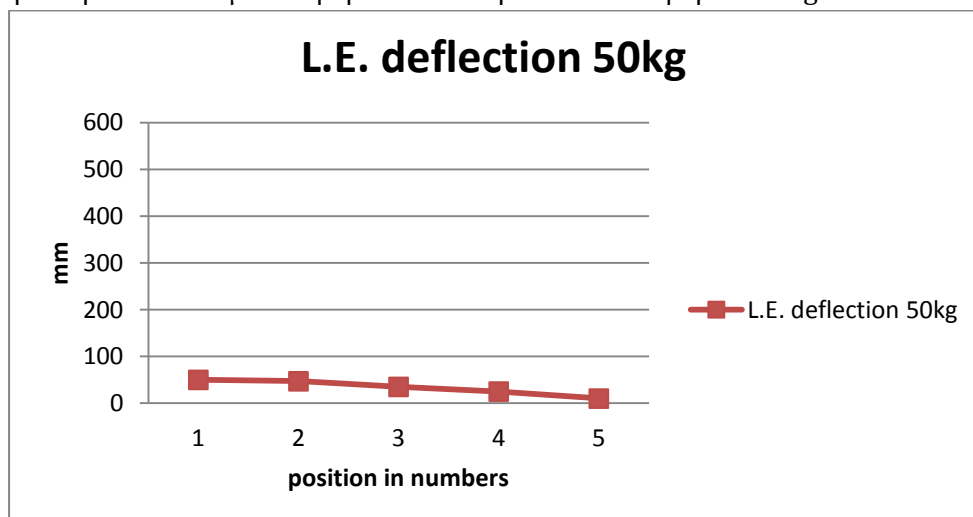
Σχήμα 5.103.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 20kg.



Σχήμα 5.104.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 30kg.

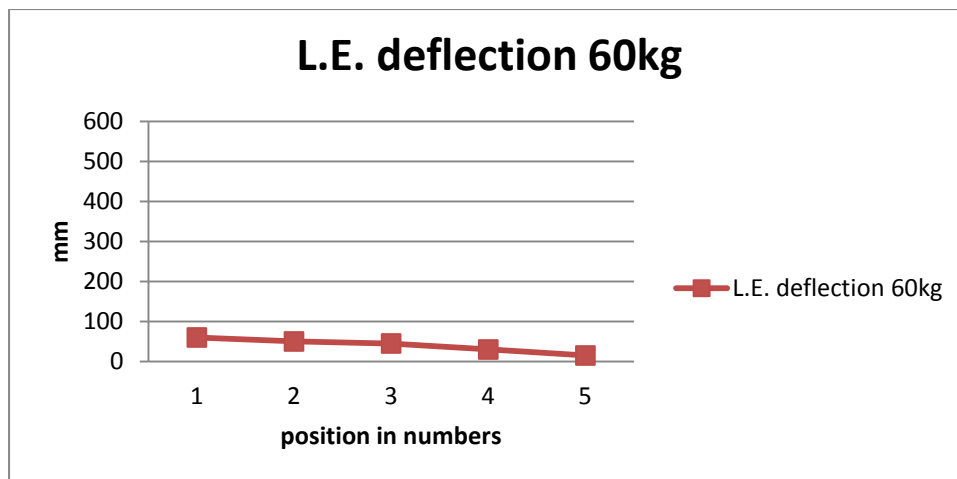


Σχήμα 5.105.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 40kg.

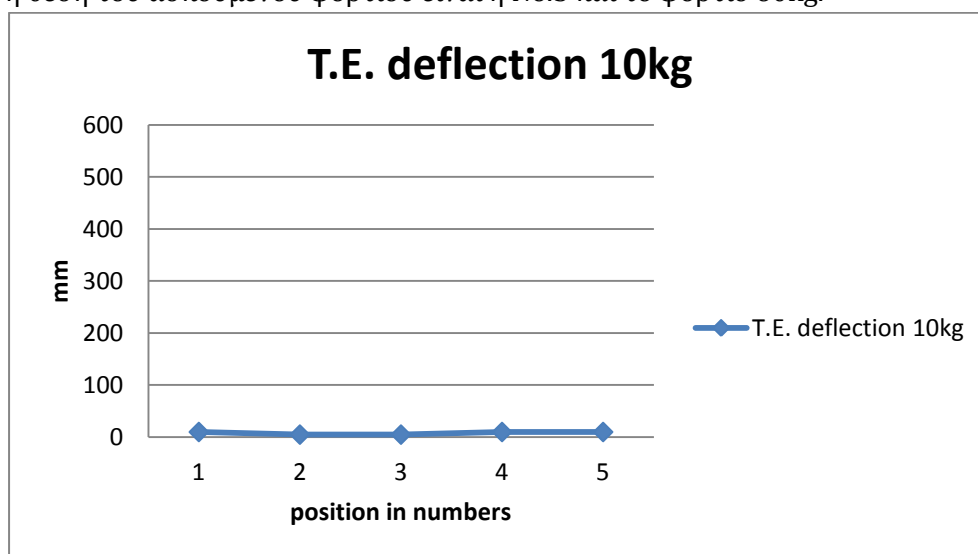


Σχήμα 5.106.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 50kg.

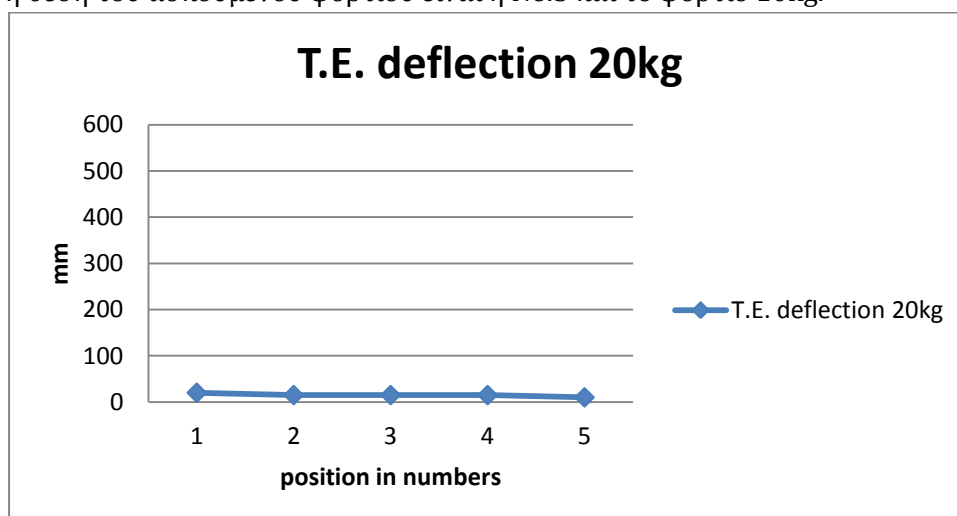




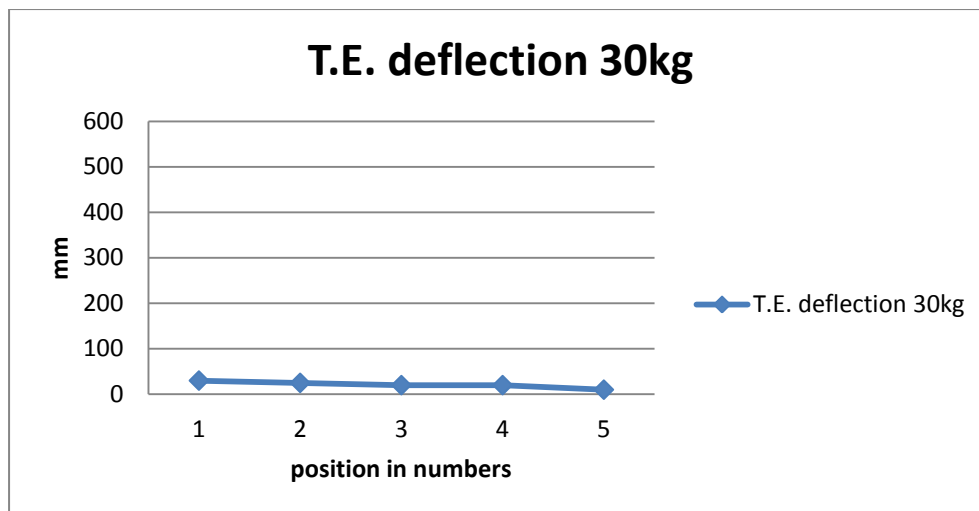
Σχήμα 5.107.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Π. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 60kg.



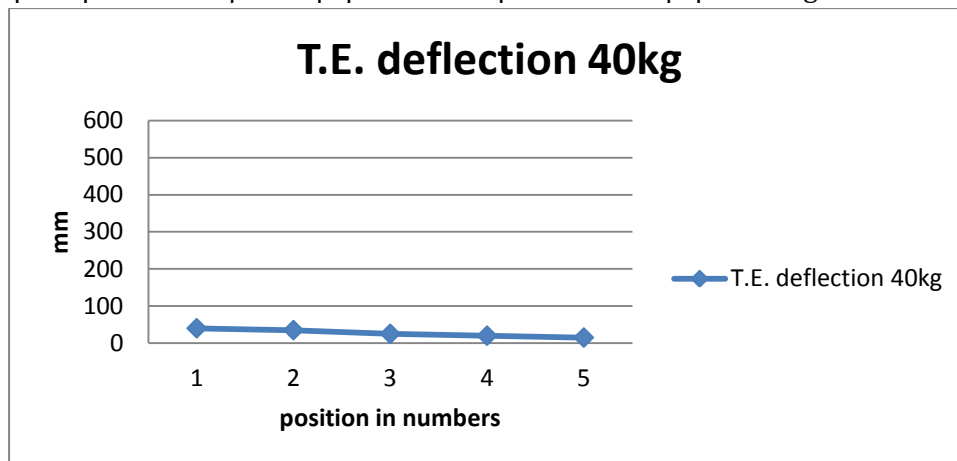
Σχήμα 5.108.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 10kg.



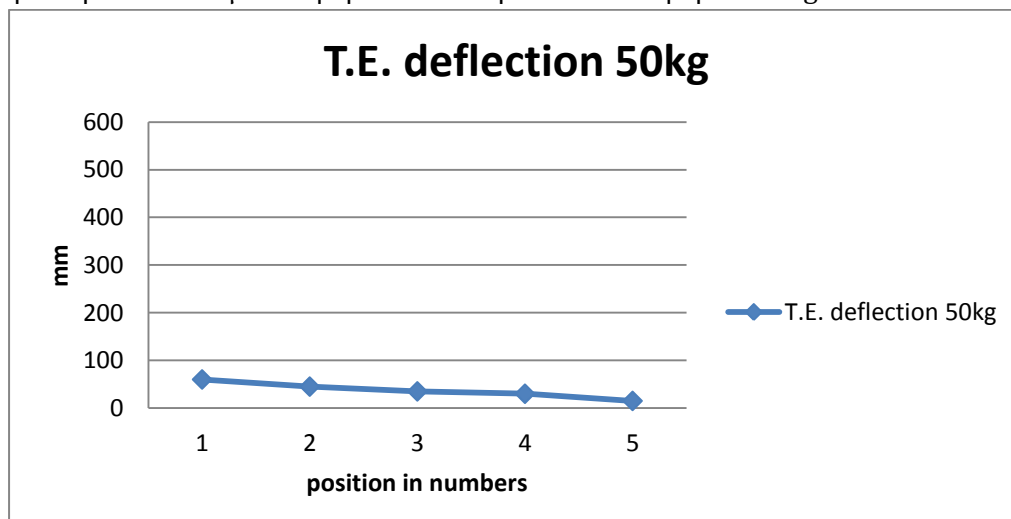
Σχήμα 5.109.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 20kg.



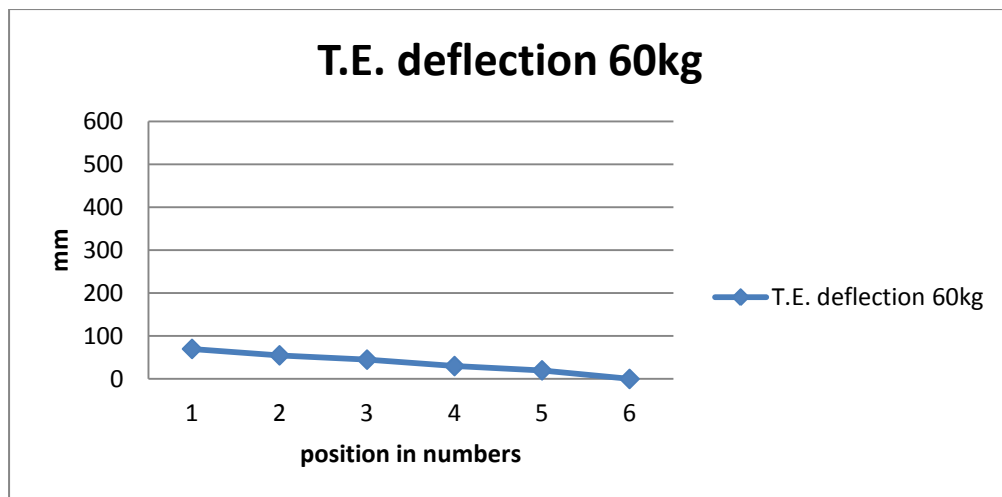
Σχήμα 5.110.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 30kg.



Σχήμα 5.111.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 40kg.



Σχήμα 5.112.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 50kg.



Σχήμα 5.113.Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως της πτέρυγας για την Α.Φ. όταν η θέση του ασκούμενου φορτίου είναι η Νο.5 και το φορτίο 60kg.



Σχήμα 5.114. Βέλος κάμψης κατά τη διάρκεια των πειραμάτων για 80kg.



Σχήμα 5.115. Πρώτη κοντινή λήψη βέλους κάμψεως 80kg στη θέση 1.



Σχήμα 5.116. Πανοραμική λήψη βέλους κάμψεως 80kg στη θέση 1.

## 5.7 ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΣΥΣΤΡΟΦΗΣ

Στη στατική σειρά των πειραμάτων παρατηρείται το φαινόμενο της συστρόφης. Όταν η πτέρυγα φορτίζεται κατά μήκος της ουδέτερης γραμμής της, τότε οι στρεπτικές ροπές εκμηδενίζονται. Όταν όμως φορτίζεται εκτός κέντρου βάρους, η δοκός υπόκειται σε συνδυασμό κάμψεως και διατμήσεως [13]. Στη περίπτωση μας υπάρχουν κάποια ανεπιθύμητα, μικρής τάξεως φαινόμενα εκκεντρότητας στο τρόπο ασκήσεως του φορτίου. Αυτή η εκκεντρότητα προκαλεί μια μικρή συστρόφη όπως προκύπτει και από τις πειραματικές μετρήσεις. Το κέντρο διάτμησης βρίσκεται στη θέση του άξονα συμμετρίας της αεροτομής NACA 0012.

Οι μετρήσεις έχουν γίνει με ελεύθερα ηλεκτρονικά προγράμματα και παρατίθενται στους παρακάτω πίνακες:

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.12

ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ 1 UPWARDS				
Φορτίο P(kg)	AdobePhotoshop (°)	Matlab (°)	SmartProtractor (°)	ImageJ (°)
0	11	10	9,7	10,22
10	11	11	9,7	10,31
20	11,7	10	9,7	10,07
30	10,5	10	9,7	10,06
40	10,85	10	9,5	10,36
50	9,75	9	9,6	10,12
60	10,5	9	9,7	10,38
70	10	9	9,5	9,9
80	10	10	9,7	9,95

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.13

ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ 2 UPWARDS		
kg	SmartProtractor (°)	ImageJ (°)
0	9,9	10,42
10	9,7	10,31
20	9,5	9,87
30	9,5	9,86
40	9,3	10,16
50	9,3	9,82
60	9,5	10,18
70	9,5	9,9
80	9,4	9,65

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.14

ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ 3 UPWARDS		
kg	SmartProtractor (°)	ImageJ (°)
0	9,5	10,02
10	9,5	10,11
20	9,5	9,87
30	9,5	9,86
40	9,4	10,26
50	9,3	9,82
60	9,3	9,98
70	9,1	9,5

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.15

ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ 4 UPWARDS		
kg	SmartProtractor (°)	ImageJ (°)
0	9,6	10,12
10	9,5	10,11
20	9,5	9,87
30	9,4	9,76
40	9,4	10,26
50	9,4	9,92
60	9,5	10,18

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.16

ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ 5 UPWARDS		
kg	SmartProtractor (°)	ImageJ (°)
0	9,6	10,12
10	9,6	10,21
20	9,4	9,77
30	9,5	9,86
40	9,4	10,26
50	9,5	10,02
60	9,6	10,28





Σχήμα 5.117. Παράδειγμα μέτρησης γωνίας χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα ImageJ.

## 5.8 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

Σε αυτή τη παράγραφο, αναλύονται τα αποτελέσματα της στατικής σειράς σε θεωρητική βάση. Έχοντας ως βάση το μέτρο ελαστικότητας του πρώτου στατικού πειράματος το οποίο ισούται με  $E=22,4 \text{ GPa}$  (σελ.80), θα εξάγουμε αποτελέσματα με κάποιο βαθμό σφάλματος ως προς το βέλος κάμψης.

### 5.8.1

#### 1<sup>ο</sup> ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Από τη σελίδα 24, γνωρίζουμε ότι  $u_B = PL^3/3EI$ , συνεπώς για το πρώτο στατικό πείραμα ισχύουν τα εξής:

$$u_{free\ end,a.c.} = PL^3/3EI =$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{10kg} = \frac{(10 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} = 0,0764478m = 76.4mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{20kg} = \frac{(20 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} = 0,152896m = 152mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{30kg} = \frac{(30 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} = 0,229343m = 229mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{40kg} = \frac{(40 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} = 0,305791m = 305mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{50kg} = \frac{(50 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} = 0,382239m = 382mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{60kg} = \frac{(60 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} = 0,458687m = 458mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{70kg} = \frac{(70 * 9,81) * 7^3}{3 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} = 0,535135m = 535mm$$

Παρατηρούμε ότι υπάρχει μία απόκλιση ανάμεσα στα θεωρητικά αποτελέσματα και τα πειραματικά. Αυτό συμβαίνει κατά κύριο λόγο επειδή το μέτρο ελαστικότητας  $E$  εξήχθη μέσω του μαθηματικού τύπου της ελαστικής γραμμής και όχι μέσω πειραματικής δοκιμής μονοαξονικού εφελκυσμού δοκιμίου. Επιπροσθέτως, οφείλεται στο γεγονός ότι



η πτέρυγα θεωρείται αβαρής δοκός, αλλά και στις απλοποιήσεις για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας της πτέρυγας, I. Οφείλεται επίσης, σε δευτερεύοντα βαθμό σε σφάλματα μέτρησης κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας καθώς και στην ακρίβεια επιβολής του φορτίου. Αναλυτικότερα, η απόκλιση είναι η εξής:

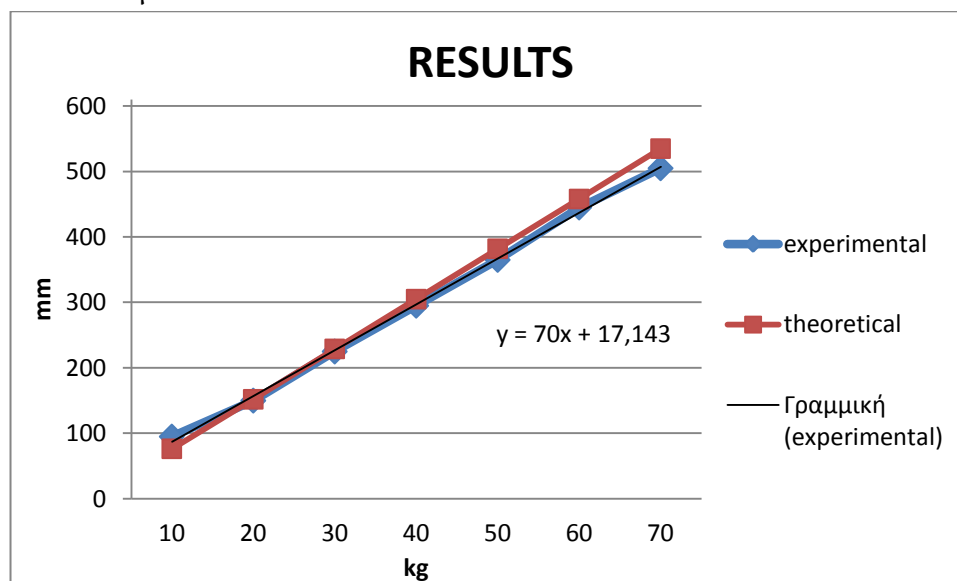
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.17

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (mm) (πίνακας 5.1, σελ.78)	ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (mm) (τύπος $u_B = PL^3/3EI$ ), σελ.24	ΑΠΟΚΛΙΣΗ (ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ -ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ) (mm)
95	76,4	-18,6
150	152	2
225	229	4
295	305	10
365	382	13
445	458	13
505	535	30

Η μέση τιμή της απόκλισης είναι:

$$\sqrt{\frac{(-18.6)^2 + 2^2 + 4^2 + 10^2 + (2 * 13)^2 + 30^2}{7}} = 17,07mm$$

Ακολουθεί το γράφημα που παρουσιάζει ταυτόχρονα τα θεωρητικά και τα πειραματικά αποτελέσματα:



Σχήμα 5.118. Ταυτόχρονη απεικόνιση των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων.

## 5.8.2

### 2<sup>ο</sup> ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Από τη σελίδα 24, γνωρίζουμε ότι  $u_B = \frac{P\alpha^2}{6EI}(3l - \alpha)$ , συνεπώς για το δεύτερο στατικό πείραμα ισχύουν τα εξής:

$$u_{free\ end,a.c.} =$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{10kg} = \frac{(10 * 9,81) * (6,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 6,94) =$$

$$0,075m = 75mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{20kg} = \frac{(20 * 9,81) * (6,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 6,94) =$$

$$0,150m = 150mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{30kg} = \frac{(30 * 9,81) * (6,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 6,94) =$$

$$0,226m = 226mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{40kg} = \frac{(40 * 9,81) * (6,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 6,94) =$$

$$0,301m = 301mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{50kg} = \frac{(50 * 9,81) * (6,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 6,94) =$$

$$0,377m = 377mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{60kg} = \frac{(60 * 9,81) * (6,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 6,94) =$$

$$0,452m = 452mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{70kg} = \frac{(70 * 9,81) * (6,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 6,94) =$$

$$0,528m = 528mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{80kg} = \frac{(80 * 9,81) * (6,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 6,94) =$$

$$0,603m = 603mm$$

Παρακάτω παρατίθεται ο πίνακας με τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα, όπου, το βέλος κάμψης έχει ως σημείο αναφοράς το Α.Κ. της πτέρυγας και υπολογίζεται γεωμετρικά θεωρώντας μια μέση συστροφή και συνυπολογίζοντας το σφάλμα μέτρησης στην άκρη της πτέρυγας λόγω διαφοράς μήκους στα σημεία εφαρμογής του φορτίου. Ο συγκεκριμένος υπολογισμός ισχύει και παρακάτω.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.18

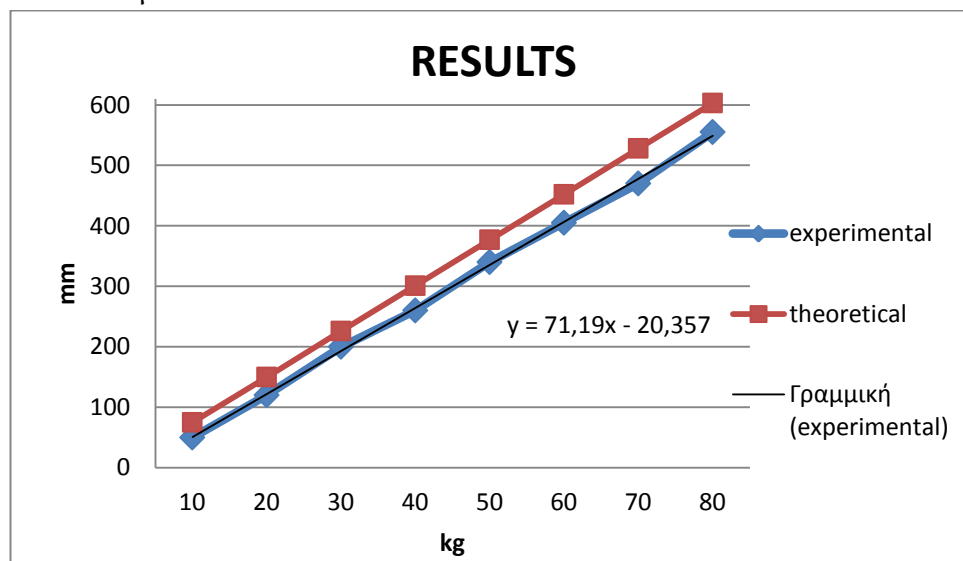
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ( $mm _{xkg} - mm _{0kg} -$ $mm$ μέσης συστροφής Α.Π.+σφάλματος $6cm$ $= L.E. - (\sin 10^\circ 133mm) = L.E. - 20$ ΠΙΝΑΚΕΣ 5.2,5.3, σελ.81,86	ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (mm) Τύπος $u_B = \frac{P\alpha^2}{6EI} (3l - a)$	ΑΠΟΚΛΙΣΗ (ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ - ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ) (mm)
1090-1020=70-20=50	75	-25
1160-1020=140-20=120	150	-30
1240-1020=220-20=200	226	-26
1300-1020=280-20=260	301	-41
1380-1020=360-20=340	377	-37
1445-1020=425-20=405	452	-47
1510-1020=490-20=470	528	-58
1595-1020=575-20=555	603	-48

Η μέση τιμή της απόκλισης είναι:

$$\sqrt{\frac{(-25)^2 + (-30)^2 + (-26)^2 + (-41)^2 + (-37)^2 + (-47)^2 + (-58)^2 + (-48)^2}{8}}$$

$$= 40,50mm$$

Ακολουθεί το γράφημα που παρουσιάζει ταυτόχρονα τα θεωρητικά και τα πειραματικά αποτελέσματα:



Σχήμα 5.119. Ταυτόχρονη απεικόνιση των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων.

### 5.8.3

#### 3<sup>ο</sup> ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Από τη σελίδα 25, γνωρίζουμε ότι  $u_B = \frac{Pa^2}{6EI}(3l - a)$ , συνεπώς για το τρίτο στατικό πείραμα ισχύουν τα εξής:

$$u_{free\ end,a.c.} =$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{10kg} = \frac{(10 * 9,81) * (5,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 5,94) = 0,059m = 59mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{20kg} = \frac{(20 * 9,81) * (5,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 5,94) = 0,118m = 118mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{30kg} = \frac{(30 * 9,81) * (5,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 5,94) = 0,177m = 177mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{40kg} = \frac{(40 * 9,81) * (5,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 5,94) = 0,236m = 236mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{50kg} = \frac{(50 * 9,81) * (5,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 5,94) = 0,296m = 296mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{60kg} = \frac{(60 * 9,81) * (5,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 5,94) = 0,355m = 355mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{70kg} = \frac{(70 * 9,81) * (5,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 5,94) = 0,414m = 414mm$$

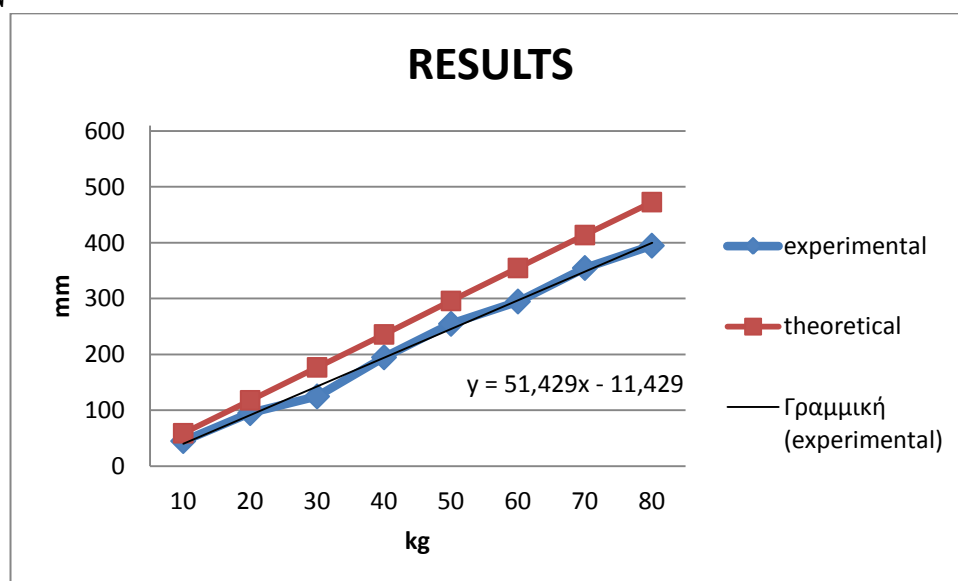
$$u_{free\ end,a.c.}|_{80kg} = \frac{(80 * 9,81) * (5,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 5,94) = 0,473m = 473mm$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.19

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ( $mm _{xkg} - mm _{0kg} -$ $mm_{μέσης\ συστροφής\ Α.Π.+σφάλματος6cm}$ $= L.E. - (sin10^\circ 133mm) =$ $L.E. - 20$ ΠΙΝΑΚΕΣ 5.4,5.5, σελ.92,97	ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (mm) Τύπος: $u_B = \frac{P\alpha^2}{6EI} (3l - a)$	ΑΠΟΚΛΙΣΗ (ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ - ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ) (mm)
1110-1045=65-20=45	59	14
1160-1045=115-20=95	118	23
1190-1045=145-20=125	177	52
1260-1045=215-20=195	236	41
1320-1045=275-20=255	296	41
1360-1045=315-20=295	355	60
1420-1045=375-20=355	414	59
1465-1045=415-20=395	473	78

Η μέση τιμή της απόκλισης είναι:

$$\sqrt{\frac{14^2 + 23^2 + 52^2 + 41^2 + 41^2 + 60^2 + 59^2 + 78^2}{8}} = 49,94mm$$



Σχήμα 5.120. Ταυτόχρονη απεικόνιση των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων.

## 5.8.4

### 4<sup>ο</sup> ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Από τη σελίδα 25, γνωρίζουμε ότι  $u_B = \frac{P\alpha^2}{6EI} (3l - a)$ , συνεπώς για το τέταρτο στατικό πείραμα ισχύουν τα εξής:

$$u_{free\ end,a.c.} =$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{10kg} = \frac{(10 * 9,81) * (4,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 4,94) = 0,043m = 43mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{20kg} = \frac{(20 * 9,81) * (4,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 4,94) = 0,087m = 87mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{30kg} = \frac{(30 * 9,81) * (4,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 4,94) = 0,131m = 131mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{40kg} = \frac{(40 * 9,81) * (4,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 4,94) = 0,174m = 174mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{50kg} = \frac{(50 * 9,81) * (4,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 4,94) = 0,218m = 218mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{60kg} = \frac{(60 * 9,81) * (4,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 4,94) = 0,262m = 262mm$$

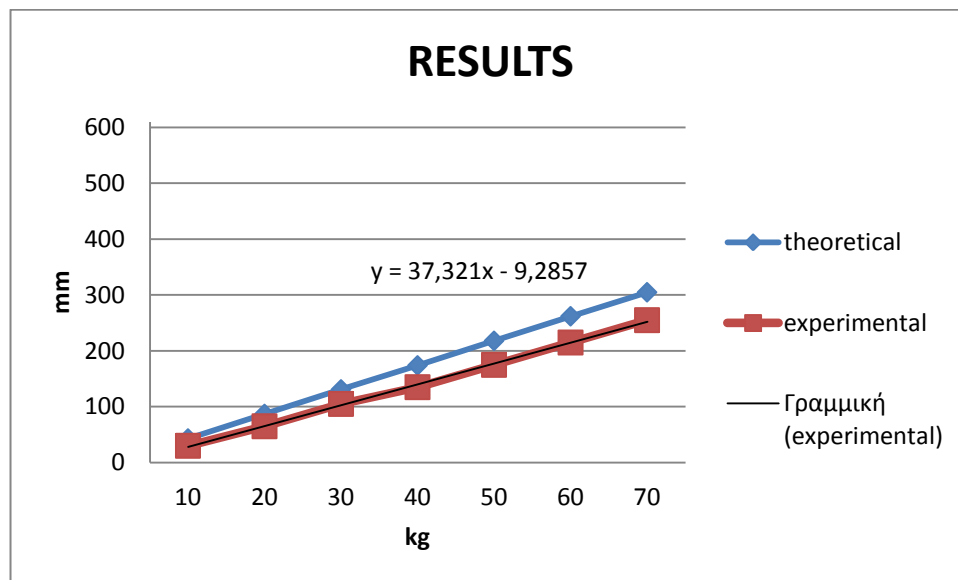
$$u_{free\ end,a.c.}|_{70kg} = \frac{(70 * 9,81) * (4,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 4,94) = 0,305m = 305mm$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.20

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ( $mm _{xkg} - mm _{0kg} -$ $mm_{μέσης\ συστροφής\ Α.Π.+σφάλματος6cm}$ $= L.E. - (sin10^\circ 133mm) =$ $L.E. - 20$ ΠΙΝΑΚΕΣ 5.6,5.7, σελ.103,108	ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (mm) Τύπος: $u_B = \frac{P\alpha^2}{6EI} (3l - a)$	ΑΠΟΚΛΙΣΗ (ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ - ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ) (mm)
1070-1025=50-20=30	43	13
1110-1025=85-20=65	87	22
1150-1025=125-20=105	131	26
1180-1025=155-20=135	174	39
1220-1025=195-20=175	218	43
1260-1025=235-20=215	262	47
1300-1025=275-20=255	305	50

Η μέση τιμή της απόκλισης είναι:

$$\sqrt{\frac{13^2 + 22^2 + 26^2 + 39^2 + 43^2 + 47^2 + 50^2}{7}} = 36,6mm$$



Σχήμα 5.121. Ταυτόχρονη απεικόνιση των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων.

### 5.8.5

#### 5<sup>ο</sup> ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Από τη σελίδα 25, γνωρίζουμε ότι  $u_B = \frac{P\alpha^2}{6EI} (3l - a)$ , συνεπώς για το πέμπτο στατικό πείραμα ισχύουν τα εξής:

$$u_{free\ end,a.c.} =$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{10kg} = \frac{(10 * 9,81) * (3,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 3,94) = 0,029m = 29mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{20kg} = \frac{(20 * 9,81) * (3,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 3,94) = 0,059m = 59mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{30kg} = \frac{(30 * 9,81) * (3,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 3,94) = 0,088m = 88mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{40kg} = \frac{(40 * 9,81) * (3,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 3,94) = 0,118m = 118mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{50kg} = \frac{(50 * 9,81) * (3,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 3,94) = 0,147m = 147mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{60kg} = \frac{(60 * 9,81) * (3,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 3,94) = 0,177m = 177mm$$

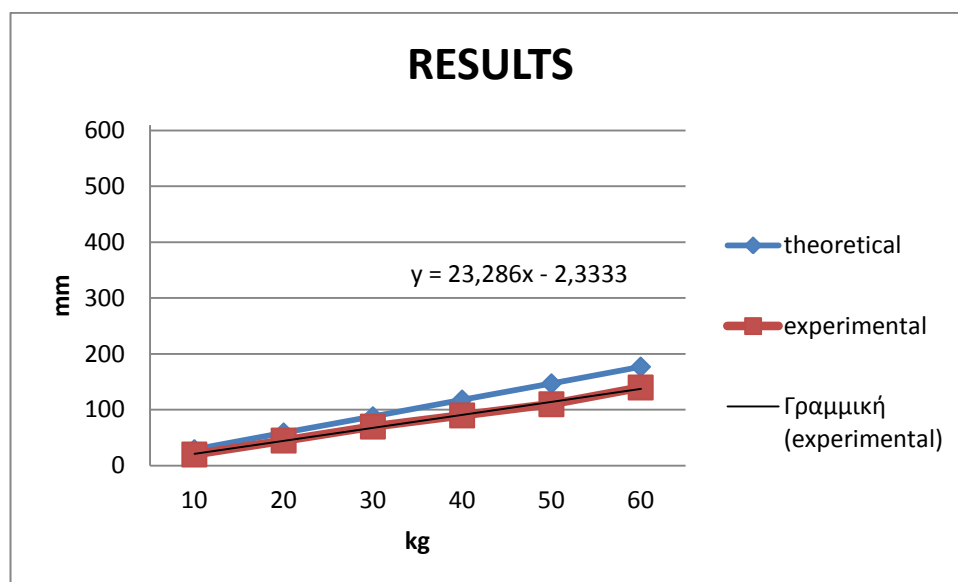
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.21

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ( $mm _{xkg} - mm _{0kg}$ ) ΠΙΝΑΚΕΣ 5.8,5.9, σελ. 114,119	ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (mm) $u_B = \frac{P\alpha^2}{6EI} (3l - a)$	ΑΠΟΚΛΙΣΗ (ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ - ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ) (mm)
1050-1030=20	29	9
1075-1030=45	59	14
1100-1030=70	88	18
1120-1030=90	118	28
1140-1030=110	147	37
1170-1030=140	177	37



Η μέση τιμή της απόκλισης είναι:

$$\sqrt{\frac{9^2 + 14^2 + 18^2 + 28^2 + (2 * 37)^2}{6}} = 26,21mm$$



Σχήμα 5.122. Ταυτόχρονη απεικόνιση των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων.

## 5.8.6

### 6<sup>ο</sup> ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Από τη σελίδα 25, γνωρίζουμε ότι  $u_B = \frac{P\alpha^2}{6EI}(3l - \alpha)$ , συνεπώς για το έκτο στατικό πείραμα ισχύουν τα εξής:

$$u_{free\ end,a.c.} =$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{10kg} = \frac{(10 * 9,81) * (2,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 2,94) = 0,017m = 17mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{20kg} = \frac{(20 * 9,81) * (2,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 2,94) = 0,034m = 34mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{30kg} = \frac{(30 * 9,81) * (2,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 2,94) = 0,052m = 52mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{40kg} = \frac{(40 * 9,81) * (2,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 2,94) = 0,069m = 69mm$$

$$u_{free\ end,a.c.}|_{50kg} = \frac{(50 * 9,81) * (2,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 2,94) = 0,086m = 86mm$$

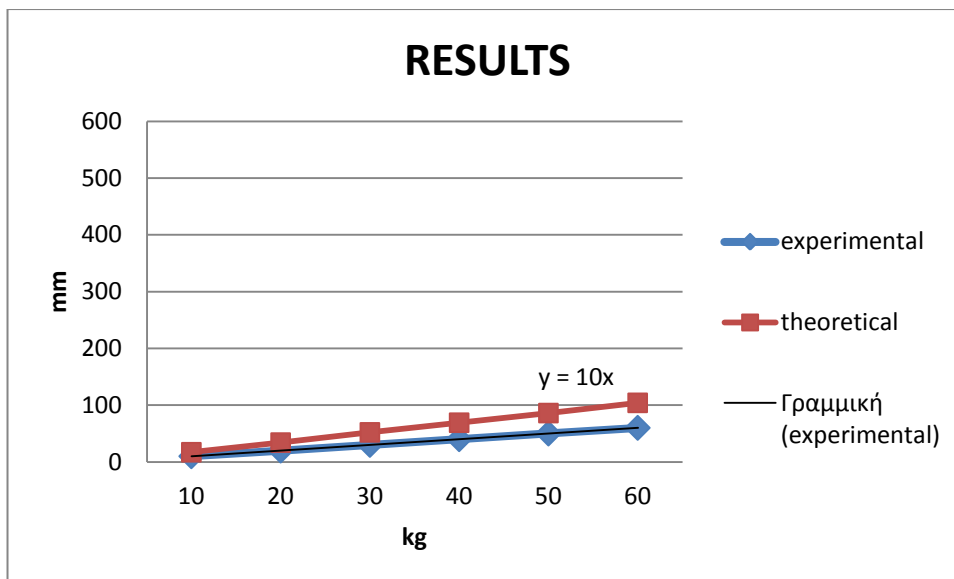
$$u_{free\ end,a.c.}|_{60kg} = \frac{(60 * 9,81) * (2,94)^2}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 22,4 * 10^9} * (3 * 7 - 2,94) = 0,104m = 104mm$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.22

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ( $mm _{xkg} - mm _{0kg}$ ) ΠΙΝΑΚΕΣ 5.10,5.11, σελ.124,129	ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (mm)	ΑΠΟΚΛΙΣΗ (ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ - ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ) (mm)
1040-1030=10	17	7
1050-1030=20	34	14
1060-1030=30	52	22
1070-1030=40	69	29
1080-1030=50	86	36
1090-1030=60	104	44

Η μέση τιμή της απόκλισης είναι:

$$\sqrt{\frac{7^2 + 14^2 + 22^2 + 29^2 + 36^2 + 44^2}{6}} = 28,29mm$$



Σχήμα 5.123. Ταυτόχρονη απεικόνιση των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων.

Παρατηρούμε και στα στατικά πειράματα από 2 έως 6 ότι υπάρχει μία απόκλιση ανάμεσα στα θεωρητικά και τα πειραματικά αποτελέσματα. Αυτό συμβαίνει κατά κύριο λόγο επειδή το μέτρο ελαστικότητας  $E$  εξήχθη μέσω του μαθηματικού τύπου της ελαστικής γραμμής και όχι μέσω πειραματικής δοκιμής μονοαξονικού εφελκυσμού δοκιμίου. Επιπροσθέτως, οφείλεται στο γεγονός ότι η πτέρυγα θεωρείται αβαρής δοκός, αλλά και στις απλοποιήσεις για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας της πτέρυγας,  $I$ . Οφείλεται επίσης, σε δευτερεύοντα βαθμό σε σφάλματα μέτρησης κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας καθώς και στην ακρίβεια επιβολής του φορτίου.

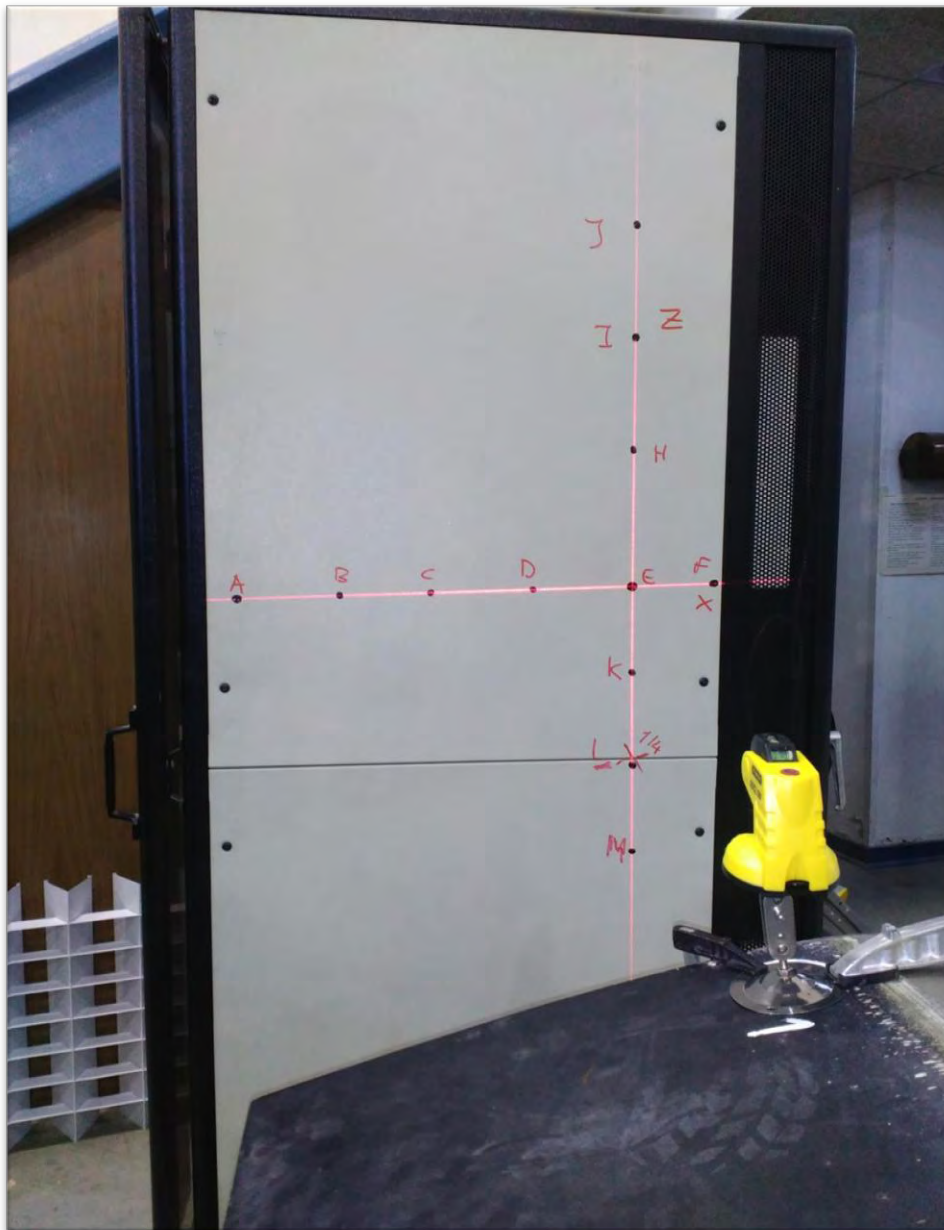
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΣΕΙΡΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

Η δυναμική σειρά πειραμάτων της πτέρυγας, επικεντρώνεται στην ταλάντωση της πτέρυγας και στην εύρεση της φυσικής απόκρισής της μέσω βιντεοσκόπησης υψηλής ανάλυσης.

#### 6.1 ΠΡΩΤΗ ΣΕΙΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Αναλυτικότερα, στη πρώτη σειρά δυναμικών πειραμάτων στήθηκε laser επάνω στη πτέρυγα, στη θέση 1. Απέναντι από την πτέρυγα και σε κάθετη απόσταση  $y=570\text{mm}$  στήθηκε μία λευκή βαθμονομημένη οθόνη, όπως φαίνεται και από τη φωτογραφία.



Σχήμα 6.1. Απεικόνιση της εγκατάστασης του πρώτου δυναμικού πειράματος.

Η πτέρυγα του ελικοπτέρου Bell Huey II έχει τη δυνατότητα τριών διαφορετικών τύπων ταλαντώσεων: κυματιστά ή flapwise (κάθετα), στρεπτικά ή torsional και τέλος λοξά ή edgewise (οριζόντια). Για τη πρώτη σειρά δυναμικών πειραμάτων οι προκαθορισμένοι άξονες όπως περιγράφηκαν στο κεφάλαιο 4 αλλάξανε χάριν ευκολίας.

Οι κόκκινες γραμμές του laser είναι κάθετες μεταξύ τους ενώ τα σημεία των αξόνων x και z είναι αντίστοιχα:

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.1

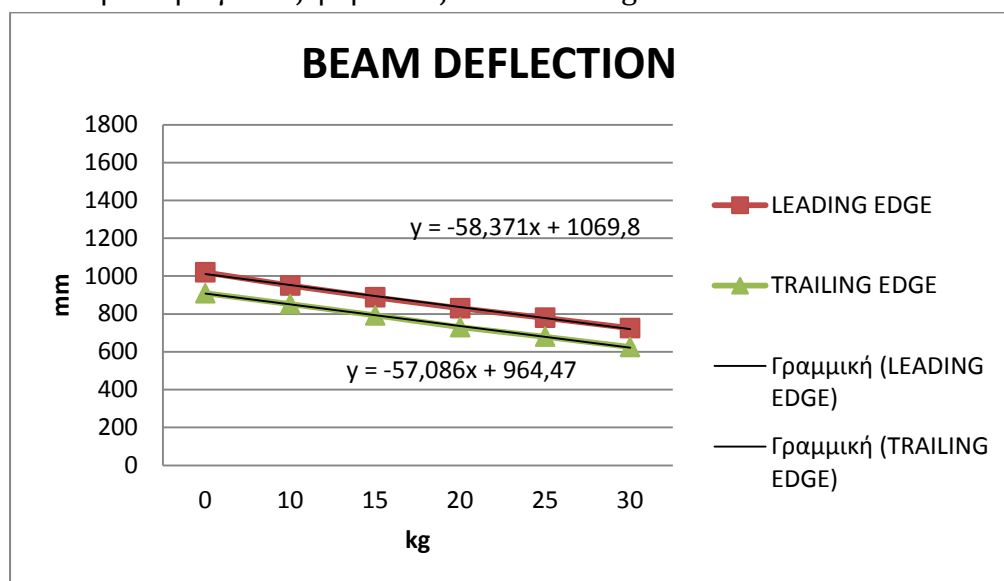
x	z
A=-500mm	J=455mm
B=-375mm	I=315mm
C=-260mm	H=175mm
D=-130mm	K=-115mm
E=0mm	L=-235mm(c/4)
F=100mm	M=-360mm
	X=-550mm

Το φορτίο ασκείται από πάνω προς τα κάτω, σημειακά στη θέση 1, στο πάνω μέρος της πτέρυγας, με τη χρήση βαθμονομημένων βαριδίων. Σκοπός της πρώτης σειράς δυναμικών πειραμάτων είναι η παραγωγή ταλάντωσης κυματιστού (flapwise) τύπου, χωρίς όμως αυτό να αποκλείει την ύπαρξη άλλου τύπου ταλαντώσεων, όπως υποδεικνύεται από την κίνηση των δύο κατακόρυφων δεσμών laser. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι η θέση No.1 απέχει 6cm από το ελεύθερο άκρο της πτέρυγας. Τα αποτελέσματα του βέλους κάμψεως στις ακμές προσβολής και φυγής της θέσης No.1 φαίνονται στον παρακάτω πίνακα, όπου έχουν προστεθεί μέσω τριγωνομετρικών σχέσεων η απόσταση του A.K. από το έδαφος χρησιμοποιώντας μια μέση συστροφή:

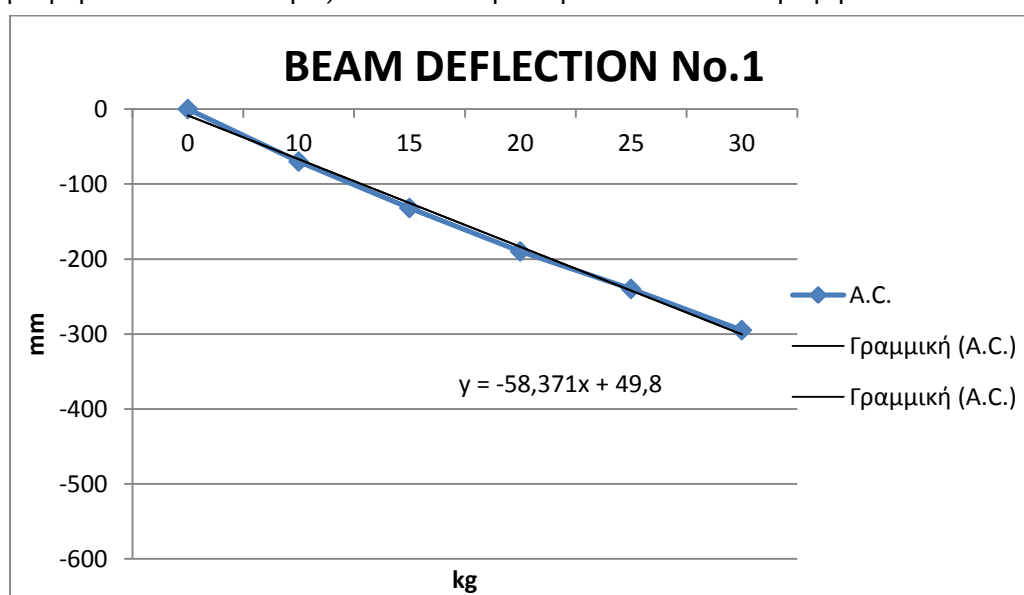
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.2

Φορτίο P(kg)	LEADING EDGE (mm) (απόλυτη τιμή)	LEADING EDGE (mm) $\Delta h=u$	TRAILING EDGE (mm) (απόλυτη τιμή)	TRAILING EDGE (mm) $\Delta h=u$	A.C. (mm)		$\alpha(^{\circ})$
					Απολ.τιμή (mm)	$\Delta h=u$ (mm)	
0	1020	0	909	0	996,06	0	10,5
10	950	-70	852	-57	926,06	-70	10,5
15	888	-132	792	-117	864,06	-132	10,5
20	830	-190	730	-179	806,06	-190	10,5
25	780	-240	680	-229	756,06	-240	10,5
30	725	-295	625	-284	701,06	-295	10,5

Η βιντεοκάμερα βρισκόταν στη θέση Νο.2 για τις φορτίσεις από 0- 15 kg και στη θέση 3 για τις φορτίσεις από 20-30 kg.



Σχήμα 6.2. Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως για το πρώτο δυναμικό πείραμα με φορτίο από πάνω προς τα κάτω στη θέση Νο.1 σε απόλυτη τιμή.



Σχήμα 6.3. Απεικόνιση γραφήματος βέλους κάμψεως για το πρώτο δυναμικό πείραμα με φορτίο από πάνω προς τα κάτω στη θέση Νο.1 σε  $\Delta h = u$ .

Πρωτίστως, θα χρησιμοποιήσουμε τα πειραματικά αποτελέσματα για την εύρεση του μέτρου ελαστικότητας  $E$ , μέσω της θεωρίας της ελαστικής γραμμής και του ακόλουθου τύπου από τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα ελαστικής γραμμής για πρόβολο, παράδειγμα Νο.5:

$$E = \frac{F\alpha^2(3L - \alpha)}{6Iu|_{free\ end}} \Rightarrow$$

$$E|_{10kg} = \frac{(10 * 9,81) * (6,94)^2 * (3 * 7 - 6,94)}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,07} = 2,41 * 10^{10} Pa = 24,1 GPa$$

$$E|_{15kg} = \frac{(15 * 9,81) * (6,94)^2 * (3 * 7 - 6,94)}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,132} = 1,92 * 10^{10} Pa = 19,2 GPa$$

$$E|_{20kg} = \frac{(20 * 9,81) * (6,94)^2 * (3 * 7 - 6,94)}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,190} = 1,77 * 10^{10} Pa = 17,7 GPa$$

$$E|_{25kg} = \frac{(25 * 9,81) * (6,94)^2 * (3 * 7 - 6,94)}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,240} = 1,76 * 10^{10} Pa = 17,6 GPa$$

$$E|_{30kg} = \frac{(30 * 9,81) * (6,94)^2 * (3 * 7 - 6,94)}{6 * 6,54981 * 10^{-6} * 0,295} = 1,71 * 10^{10} Pa = 17,1 GPa$$

Και υπολογίζοντας τον σταθμισμένο μέσο όρο, έχουμε:

$$\frac{24,1 + 19,2 + 17,7 + 17,6 + 17,1}{5} = \frac{95,7}{5} = 19,14 GPa$$

Σε αυτό το σημείο, σκόπιμο είναι να αναφερθεί η απόκλιση που παρατηρείται στο μέτρο ελαστικότητας E μεταξύ της σειράς των πειραμάτων της στατικής στο κεφάλαιο 5 ( $E=22,4 GPa$ ) και της σειράς δυναμικής φόρτισης. Αυτό συμβαίνει για πολλούς λόγους, κυρίως γιατί το E εξάγεται μέσω πειραμάτων μονοαξονικού εφελκυσμού και όχι μέσω των τύπων της ελαστικής γραμμής αλλά και λόγω των απλουστεύσεων στις μετρήσεις ούτως ώστε να ακολουθηθεί μια τυποποιημένη νόρμα μετρήσεων που ακολουθεί τους διεθνείς κανονισμούς.

### 6.1.1 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΤΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ k ΤΗΣ ΠΤΕΡΥΓΑΣ

Είναι γνωστό ότι ο προσδιορισμός της σταθεράς ταλάντωσης k δίνεται από την εξής σχέση:  $k = F/y(L)$ . Αν θεωρήσουμε μια δεξιά κάθετη τομή στη πτέρυγα, τότε από την θεωρία της ελαστικής γραμμής προκύπτουν τα εξής:

$$M(x) = -F(L - x) \quad (6.1)$$

η εγκάρσια μετατόπιση υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} = \frac{F(L - x)}{EI} \quad (6.2)$$

όπου ολοκληρώνοντας 2 φορές προκύπτει:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{FLx}{EI} - \frac{Fx^2}{2EI} + c_1 x \Rightarrow y(x) = \frac{FLx^2}{2EI} - \frac{Fx^3}{2EI} + c_1 x + c_2 \quad (6.3)$$

Εφαρμόζοντας τις ακόλουθες συνοριακές συνθήκες πάκτωσης:

$$y(x=0) = 0, \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (6.4)$$

Προκύπτει:

$$y(x) = \frac{FLx^2}{2EI} - \frac{Fx^3}{2EI} = \frac{Fx^2}{EI} \left( \frac{L}{2} - \frac{x}{6} \right) \quad (6.5)$$

Με το μέγιστο βέλος κάμψης να είναι ίσο με:

$$y(x=L) = \frac{FL^3}{3EI} \quad \text{και} \quad k = \frac{F}{y(L)} = \frac{3EI}{L^3} = \quad (6.6)$$

$$= \frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,549981 * 10^{-6}}{7^3} = 1096,5 \text{ N/m ή } kg/s^2$$

Όμως, επειδή στη προκειμένη περίπτωση, το σημειακό φορτίο ασκείται 6cm από το ελεύθερο άκρο, το μέγιστο βέλος κάμψης, παίρνει την εξής μορφή:

$$\begin{aligned} y(L) &= y(x)|_{free\ end} = y(x)|_{L-6cm} + \varphi_{L-6cm} 0.06 = \\ &= \frac{F\alpha^3}{3EI} + \frac{F\alpha^2}{2EI} 0.06 = \frac{6,94^3 F}{3EI} + \frac{6,94^2 F}{2EI} 0,06 \end{aligned} \quad (6.7)$$

Συνεπώς, η σταθερά ελατηρίου, k είναι:

$$\begin{aligned} k &= \frac{F}{y(L)} = \frac{F}{\frac{6,94^3 F}{3EI} + \frac{6,94^2 F}{2EI} 0.06} = \frac{F}{\frac{6,94^2 F}{EI} \left( \frac{6,94}{3} + \frac{0,06}{2} \right)} = \\ &= \frac{1}{\frac{6,94^2}{EI} \left( \frac{13,88}{6} + \frac{0,18}{6} \right)} = \frac{1}{\frac{6,94^2}{EI} \frac{14,06}{6}} = \frac{1}{\frac{6,94^2}{EI} 2,343334} = \frac{EI}{112,86} = \\ &= \frac{19,14 * 10^9 * 6,549981 * 10^{-6}}{112,86} = 1110,82 \text{ N/m} \end{aligned} \quad (6.8)$$

Ενώ οι τάσεις και οι παραμορφώσεις, υπολογίζονται αντίστοιχα από:

$$\sigma(x) = \pm \frac{M(x)t_{NACA0012}}{2I}, \quad (6.9)$$

$$\varepsilon(x) = \frac{\sigma(x)}{E} \quad (6.10)$$

Για τον προσδιορισμό της φυσικής συχνότητας  $f_0$  του συστήματος, αρκεί να αναλύσουμε τις λήψεις της βιντεοκάμερας και να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο  $f_0 = 1/T$ , όπου T η περίοδος της ταλάντωσης.

Η κυκλική συχνότητα δίνεται από τη σχέση 2.114:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

και η συχνότητα παίρνει την εξής μορφή (σχέση 2.115):

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}$$



όπου παρατηρείται ότι η συχνότητα της ταλάντωσης εξαρτάται μόνο από τις σταθερές  $k, M$ .

Η φυσική συχνότητα της πτέρυγας όταν αυτή υπόκειται σε μη εξαναγκασμένη ταλάντωση, είναι ίση με τη σχέση 2.127 [9]:

$$f_0 = \frac{3.5156}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}}$$

εάν τώρα προστεθεί άκρη της δοκού πρόσθετη μάζα  $m_{add}$ , η φυσική συχνότητα του συστήματος επηρεάζεται από την προστιθέμενη μάζα και γίνεται (σχέση 2.128) [9]:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0.2235\rho AL + m_{add}L^3}}$$

Η φυσική συχνότητα του συστήματος με απόσβεση είναι ίση με [14]:

$$f_{damped} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2}, \quad (6.11)$$

όπου  $\zeta$  είναι ο λόγος απόσβεσης  $\Rightarrow$

$$\zeta = \frac{\frac{1}{n-1} \left( \ln \frac{x_1}{x_0} \right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left[ \frac{1}{n-1} \left( \ln \frac{x_1}{x_0} \right)^2 \right]}} \quad (6.12)$$

Επιπροσθέτως, ο πειραματικός προσδιορισμός της φυσικής συχνότητας της ταλάντωσης με απόσβεση βρίσκεται από τον ακόλουθο τύπο [15]:

$$f_0 = \frac{1}{T_{n+1} - T_n} \quad (6.13)$$

όπου  $T_n, T_{n+1}$  είναι οι χρόνοι που αντιστοιχούν στα  $X_n, X_{n+1}$ .

### 6.1.2 ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

Η ταλάντωση αρχίζει από το κάτω σημείο L.

### ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.3

sec	mm
10.37	$L=-235$ K
10.82	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ O
11.03	180 A
11.22	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ O
11.43	-175 K

1T	
11,67	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
11,87	170
12,07	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
12,27	-165
2T	
12,47	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
12,67	150
12,88	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
13,10	-155
3T	
13,30	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
13,50	140
13,70	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
13,90	-145
4T	
14,12	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
14,31	135
14,53	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
14,73	-130
5T	

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 11,43 - 10,37 = 1,06 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 0,9433 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 0,9433 = 5,92 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 12,27 - 11,43 = 0,84 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 1,190 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 1,190 = 7,47 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 13,10 - 12,27 = 0,83 \text{ sec}$$

$$f_3 = 1/T_3 = 1,20 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 1,20 = 7,57 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 13,90 - 13,10 = 0,80 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 1,25 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 1,190 = 7,85 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 14,73 - 13,90 = 0,83 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 1,20 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 1,204 = 7,57 \text{ rad/sec}$$

$$f_{\text{mean } 5T} = \frac{0,9433 + 1,190 + 1,20 \cdot 2 + 1,25}{5} = 1,156 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{mean } 4T} = \frac{1,190 + 1,20 \cdot 2 + 1,25}{4} = 1,21 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{mean } 3T} = \frac{1,20 \cdot 2 + 1,25}{3} = 1,21 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{mean } 5T, 4T, 3T} = \frac{1,156 + 1,21 \cdot 2}{3} = 1,192 \text{ Hz}$$

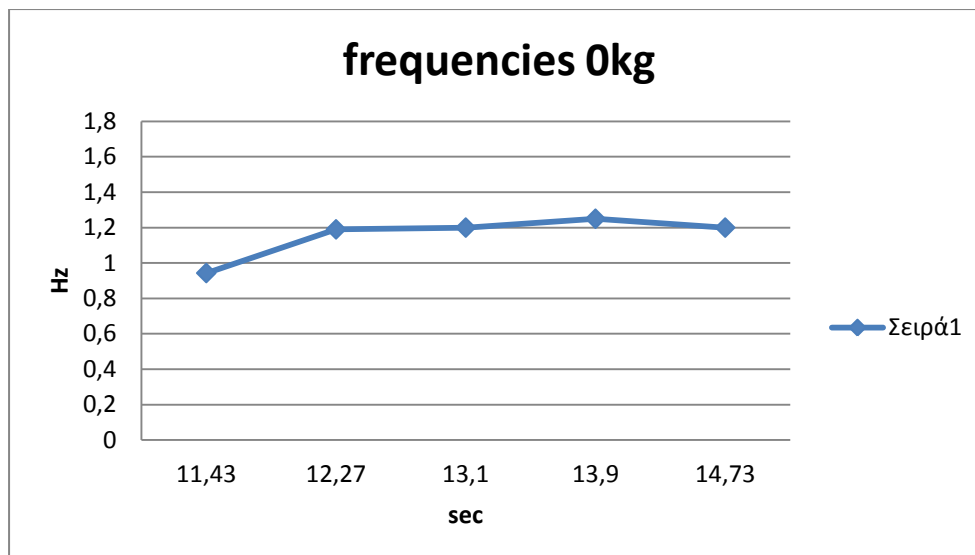
$$\omega_{\text{mean } 5T} = \frac{5,92 + 7,47 + 7,57 \cdot 2 + 7,85}{5} = 7,276 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{\text{mean } 4T} = \frac{7,47 + 7,57 \cdot 2 + 7,85}{4} = 7,6156 \text{ rad/sec}$$

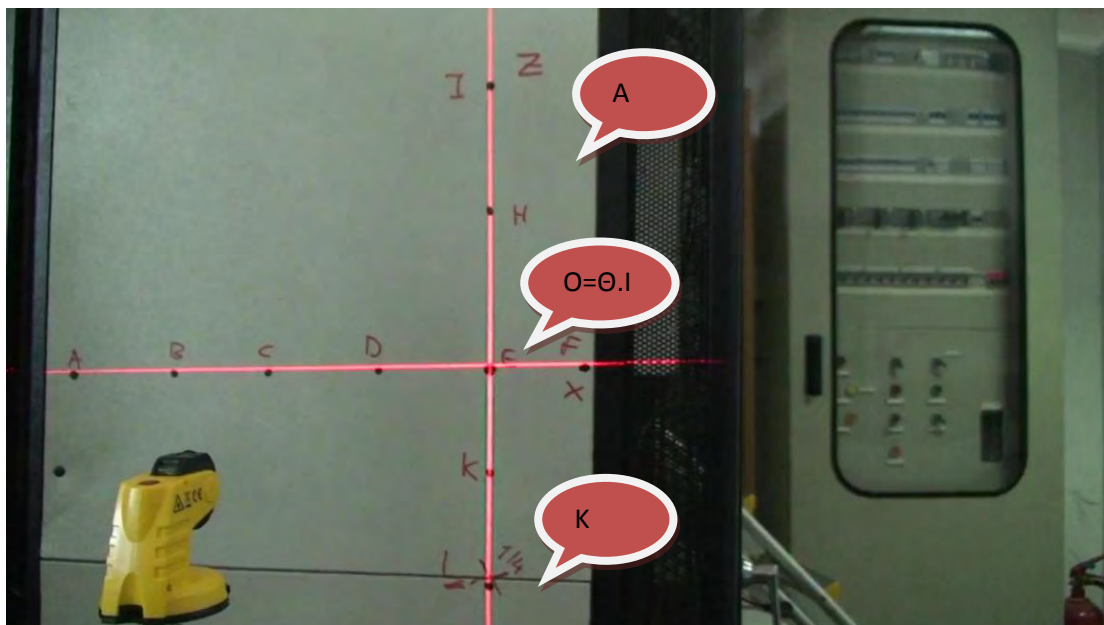
$$\omega_{\text{mean } 3T} = \frac{7,57 \cdot 2 + 7,85}{3} = 7,66 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{\text{mean } 3T, 4T, 5T} = \frac{7,27 + 7,615 + 7,66}{3} = 7,5176 \text{ rad/sec}$$

Ακολουθεί επεξηγηματικό σχήμα για την ταλάντωση, όπου περιγράφονται ως Ο η θέση ισορροπίας και ως Α,Κ οι άνω και κάτω θέσεις αντίστοιχα.



Σχήμα 6.4.Διάγραμμα απεικόνισης των συχνοτήτων κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης για 0kg.



Σχήμα 6.5.Απεικόνιση καρέ της ελεύθερης ταλάντωσης του πρώτου δυναμικού πειράματος.

### 6.1.3 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΤΟ ΒΑΡΟΣ 10kg

Στην συνέχεια, το πείραμα συνεχίστηκε, προσθέτοντας 10kg στη θέση Νο.1 της πτέρυγας του ελικοπτέρου Bell Huey II, η ταλάντωση ξεκινά από το κάτω σημείο L.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

# ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ 10kg /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.4

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
2,50	$L=-235\text{mm}$ ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3,47	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
1T	
3,93	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
4,40	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
2T	
4,90	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
5,37	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3T	
5,83	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
6,30	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
4T	
6,80	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
7,23	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
5T	
7,73	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
8,20	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 3,47 - 2,50 = 0,97\text{sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 1,030\text{Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi 1,030 = 6,47\text{rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 4,40 - 3,47 = 0,93\text{sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 1,075\text{Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi 1,075 = 6,756\text{rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 5,37 - 4,40 = 0,97$$

$$f_3 = 1/T_3 = 1,030\text{Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi 1,030 = 6,47\text{rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 6,30 - 5,37 = 0,93 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 1,075 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 1,075 = 6,75 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

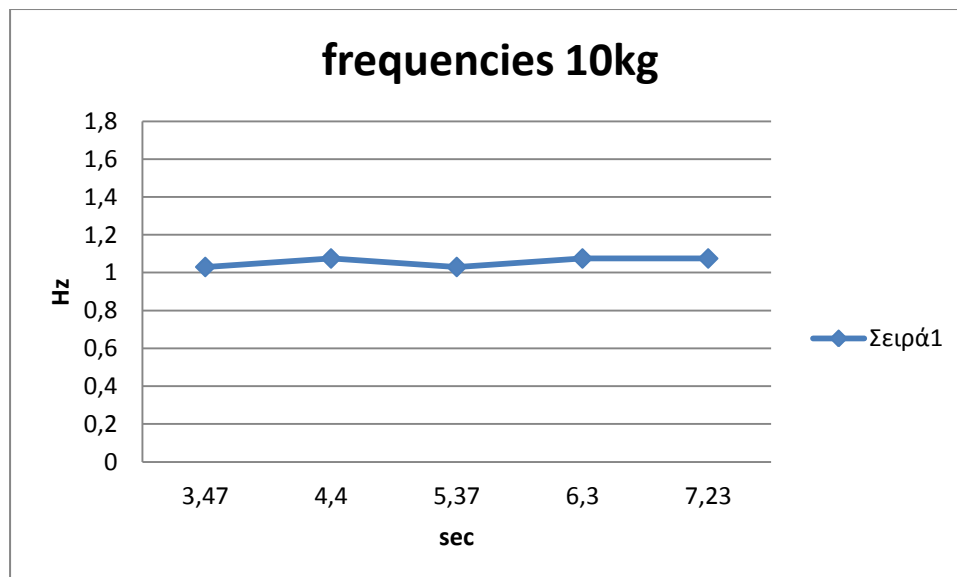
$$T_5 = 7,23 - 6,30 = 0,93 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 1,075 \text{ Hz}$$

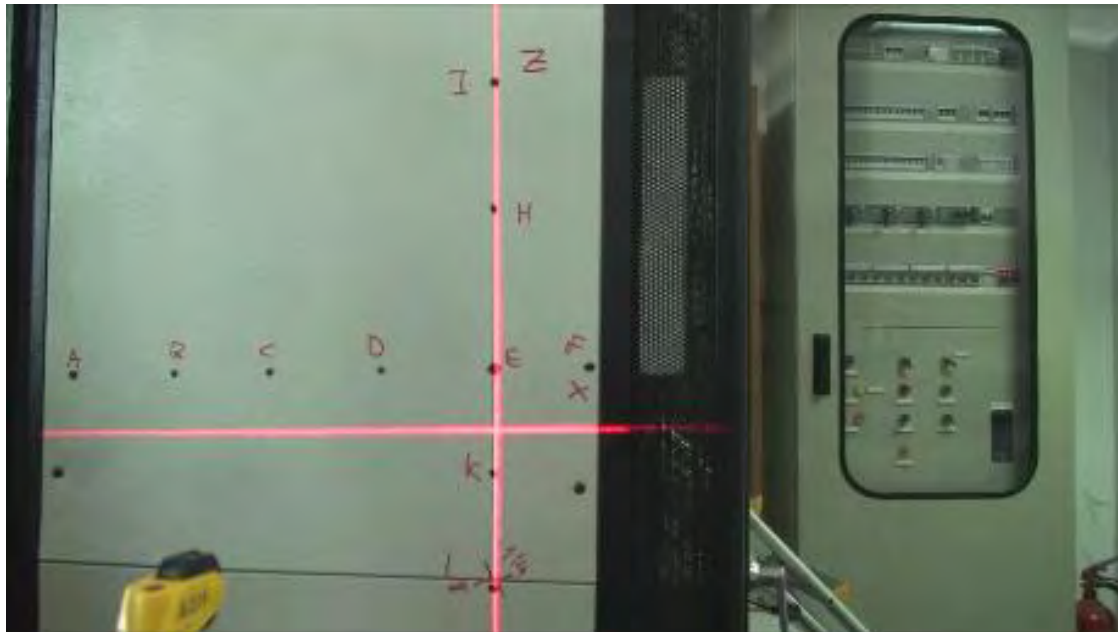
$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 1,075 = 6,756 \text{ rad/sec}$$

$$f_{\text{mean } 5T} = \frac{1,030 \cdot 2 + 1,075 \cdot 3}{5} = 1,057 \text{ Hz}$$

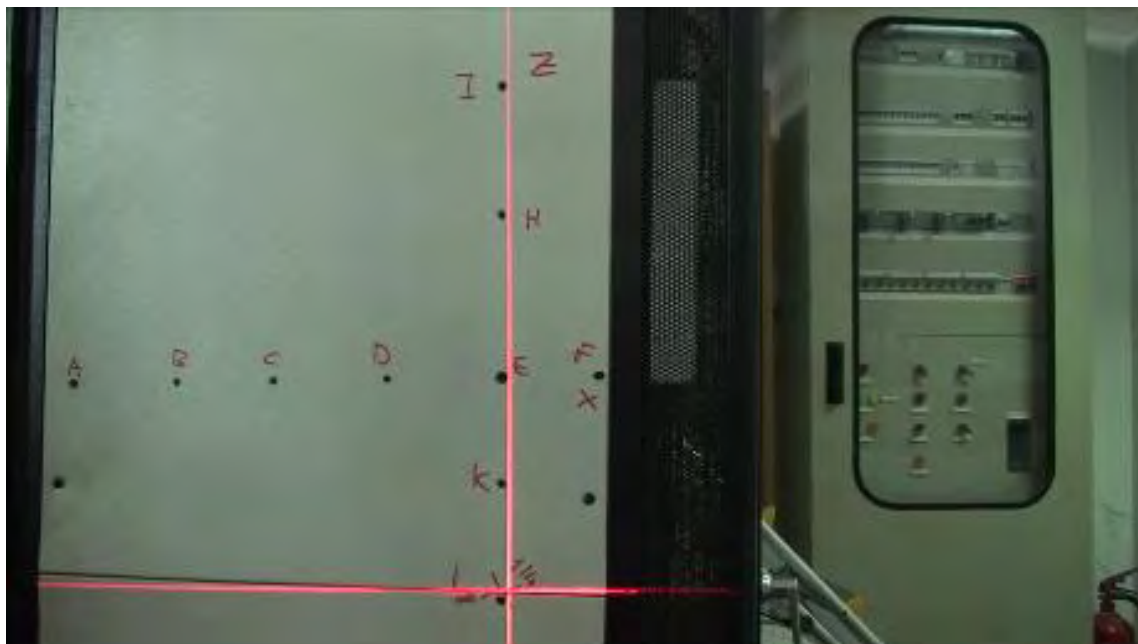
$$\omega_{\text{mean } 5T} = 2\pi f_{\text{mean } 5T} = 2\pi \cdot 1,057 = 6,64 \text{ rad/sec}$$



Σχήμα 6.6. Διάγραμμα απεικόνισης των συχνοτήτων κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης για 10kg.



Σχήμα 6.7. Απεικόνιση καρέ της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης της πτέρυγας με την εφαρμογή των 10kg.



Σχήμα 6.8. Απεικόνιση της θέσεως έναρξης της ταλάντωσης,  $L = -235\text{mm}$ .

#### 6.1.4 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΤΟ ΒΑΡΟΣ 15kg

Στην συνέχεια, το πείραμα συνεχίστηκε, προσθέτοντας 15kg στη θέση Νο.1 της πτέρυγας του ελικοπτέρου Bell Huey II, η ταλάντωση ξεκίνησε από το σημείο L.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

#### ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ 15kg /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.5

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
2,20	$L = -235\text{mm}$ ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3,13	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3,67	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
1T	
4,20	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
4,73	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
2T	
5,27	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
5,80	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3T	
6,30	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
6,83	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
4T	
7,40	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
7,90	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
5T	
8,43	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
8,97	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
6T	
9,50	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
10,03	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
7T	
10,57	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
11,07	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
8T	



Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 3,67 - 2,20 = 1,47 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 0,68 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 0,68 = 4,27 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 4,73 - 3,67 = 1,06 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 0,94 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 0,94 = 5,92 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 5,80 - 4,73 = 1,07$$

$$f_3 = 1/T_3 = 0,93 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 0,93 = 5,87 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 6,83 - 5,80 = 1,03 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 0,97 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 0,97 = 6,10 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 7,90 - 6,83 = 1,07 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 0,93 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 0,93 = 5,87 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 8,97 - 7,90 = 1,07 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 0,93 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 0,93 = 5,87 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 10,03 - 8,97 = 1,06 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 0,94 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 0,94 = 5,92 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

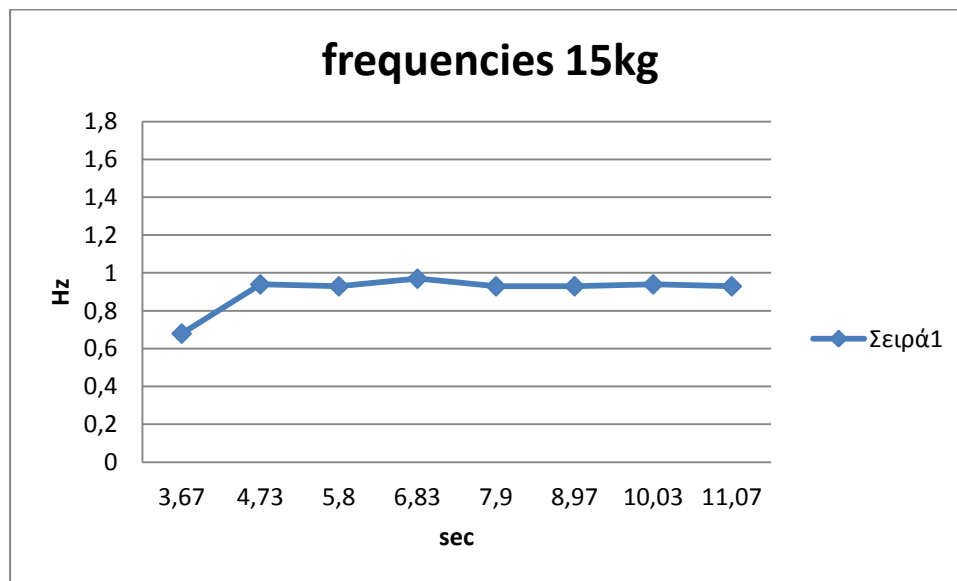
$$T_8 = 11,07 - 10,03 = 1,04 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 0,96 \text{ Hz}$$

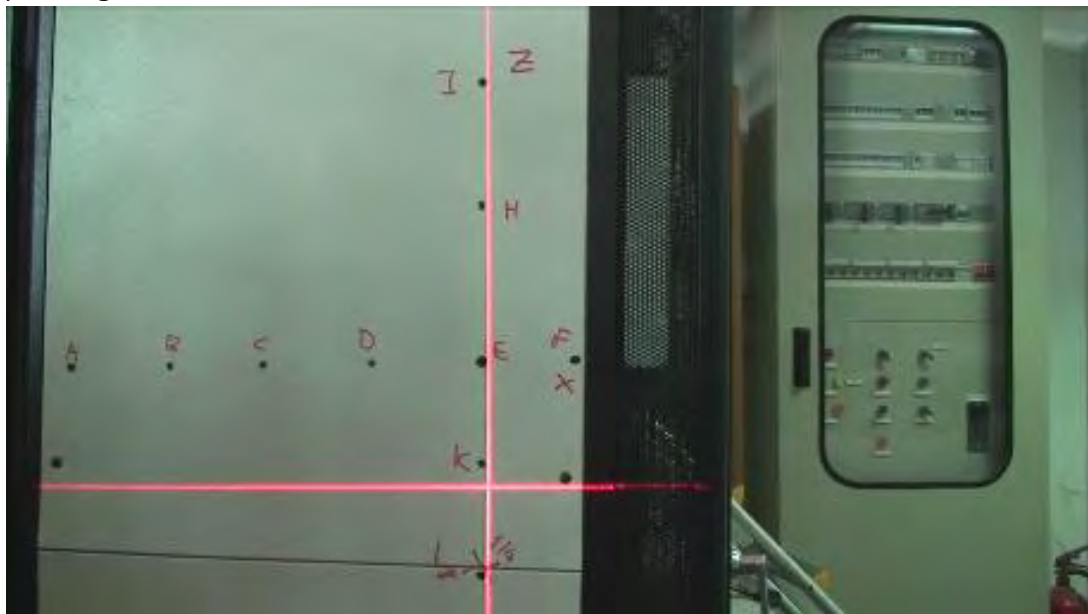
$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi 0,96 = 6,04 \text{ rad/sec}$$

$$f_{\text{mean } 8T} = \frac{0,68 + 0,94 * 2 + 0,93 * 4 + 0,97}{8} = 0,90 \text{ Hz}$$

$$\omega_{\text{mean } 8T} = 2\pi f_{\text{mean } 8T} = 2\pi 0,90 = 5,694 \text{ rad/sec}$$



Σχήμα 6.9. Διάγραμμα απεικόνισης των συχνοτήτων κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης για 15kg.



Σχήμα 6.10. Απεικόνιση καρέ θέσεως ισορροπίας της ταλάντωσης για 15kg.

### 6.1.5 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΤΟ ΒΑΡΟΣ 20kg

Στην συνέχεια, το πείραμα συνεχίστηκε, προσθέτοντας 20kg στη θέση No.1 της πτέρυγας του ελικοπτέρου Bell Huey II.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ 20kg /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.6

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
18,27	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
18,83	$K=-115\text{mm}$ ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
19,43	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
1T	
20	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
20,60	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
2T	
21,20	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
21,77	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3T	
22,33	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
22,90	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
4T	
23,50	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
24,07	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
5T	
24,67	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
25,27	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
6T	
25,83	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
26,40	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
7T	
27,00	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
27,57	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
8T	

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 19,43 - 18,27 = 1,16 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 0,86 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 0,86 = 5,41 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 20,60 - 19,43 = 1,17 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 0,85 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 0,85 = 5,37 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 21,77 - 20,60 = 1,17$$

$$f_3 = 1/T_3 = 0,85 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 0,85 = 5,37 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 22,90 - 21,77 = 1,13 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 0,88 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 0,88 = 5,56 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 24,07 - 22,90 = 1,17 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 0,85 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 0,85 = 5,37 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 25,27 - 24,07 = 1,2 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 0,83 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 0,83 = 5,23 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 26,40 - 25,27 = 1,13 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 0,88 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 0,88 = 5,56 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

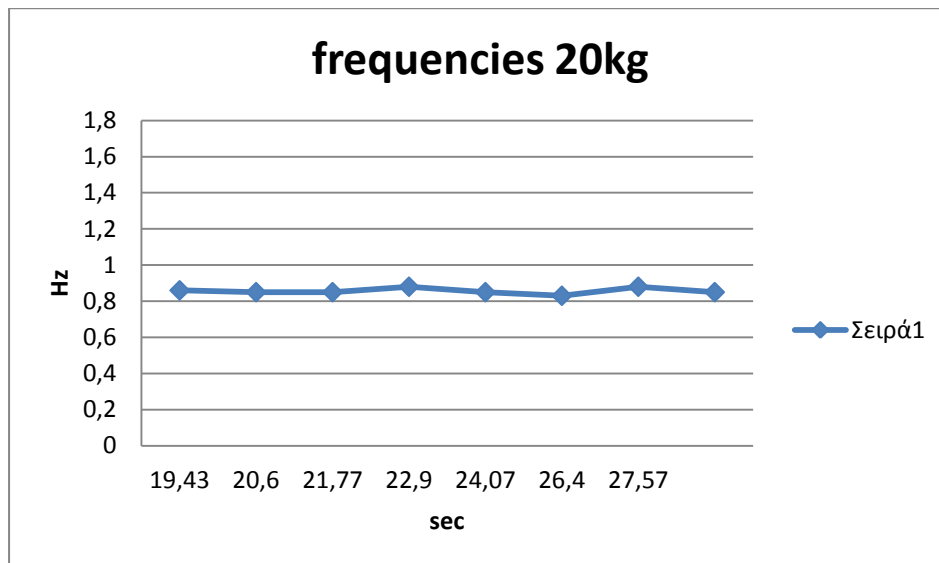
$$T_8 = 27,57 - 26,40 = 1,17 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 0,85 \text{ Hz}$$

$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi \cdot 0,85 = 5,37 \text{ rad/sec}$$

$$f_{\text{mean } 8T} = \frac{0,86 + 0,85 \cdot 4 + 0,88 \cdot 2 + 0,83}{8} = 0,85 \text{ Hz}$$

$$\omega_{\text{mean } 8T} = 2\pi f_{\text{mean } 8T} = 2\pi \cdot 0,85 = 5,379 \text{ rad/sec}$$



Σχήμα 6.11. Διάγραμμα απεικόνισης των συχνοτήτων κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης για 20kg.



Σχήμα 6.12. Απεικόνιση της θέσης ισορροπίας της πτέρυγας για 20kg.

### 6.1.6 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΤΟ ΒΑΡΟΣ 25kg

Στην συνέχεια, το πείραμα συνεχίστηκε, προσθέτοντας 25kg στη θέση No.1 της πτέρυγας του ελικοπτέρου Bell Huey II. Η ταλάντωση ξεκίνησε από την κάτω θέση Μ.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

#### ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ 25kg /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.7

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
00,00	M=-360mm ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
0,70	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
1,30	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
1T	
1,93	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
2,57	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
2T	
3,20	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3,80	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3T	
4,43	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
5,03	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
4T	
5,67	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
6,30	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
5T	
6,93	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
7,53	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
6T	
8,17	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
8,80	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
7T	
9,40	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
10,03	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
8T	

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 1,30 - 0,00 = 1,30 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 0,76 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 0,76 = 4,83 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 2,57 - 1,30 = 1,27 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 0,78 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 0,78 = 4,94 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 3,80 - 2,57 = 1,23$$

$$f_3 = 1/T_3 = 0,81 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 0,81 = 5,10 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 5,03 - 3,80 = 1,23 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 0,81 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 0,81 = 5,10 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 6,30 - 5,03 = 1,27 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 0,78 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 0,78 = 4,94 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 7,53 - 6,30 = 1,23 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 0,81 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 0,81 = 5,10 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 8,80 - 7,53 = 1,27 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 0,78 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 0,78 = 4,94 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

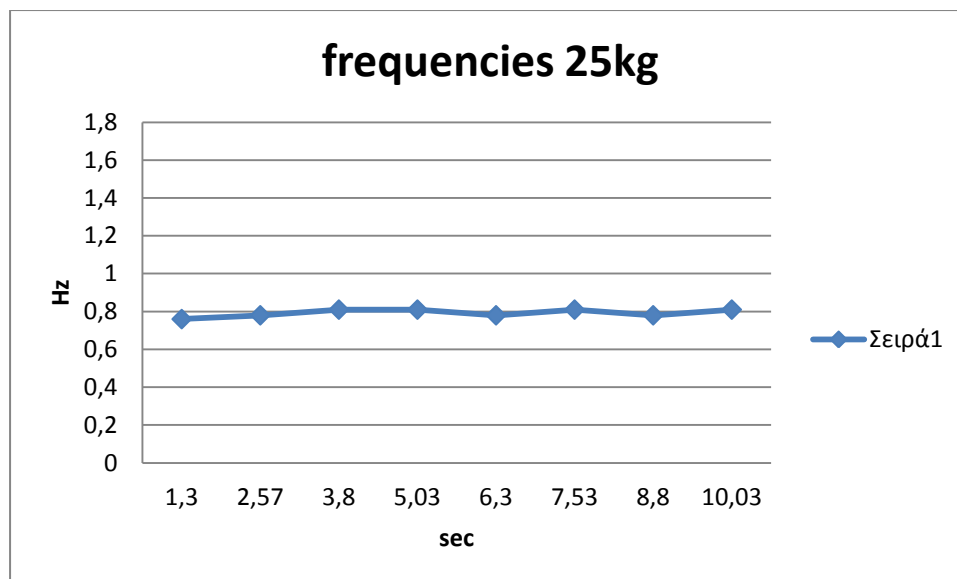
$$T_8 = 10,03 - 8,80 = 1,23 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 0,81 \text{ Hz}$$

$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi \cdot 0,81 = 5,10 \text{ rad/sec}$$

$$f_{\text{mean } 8T} = \frac{0,76 + 0,75 \cdot 3 + 0,81 \cdot 4}{8} = 0,78 \text{ Hz}$$

$$\omega_{\text{mean } 8T} = 2\pi f_{\text{mean } 8T} = 2\pi \cdot 0,78 = 4,908 \text{ rad/sec}$$



Σχήμα 6.13. Διάγραμμα απεικόνισης των συχνοτήτων κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης για 25kg.



Σχήμα 6.14. Απεικόνιση της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης για 25kg.



### 6.1.7 ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΑΠΟ Ι (UPWARDS)

Το έκτο και τελευταίο πείραμα της πρώτης δυναμικής σειράς πειραμάτων, διεξήχθη μετατοπίζοντας τη πτέρυγα του ελικοπτέρου Bell Huey II μέχρι οι δύο δέσμες laser να τμήσουν το σημείο I, της οθόνης. Μετά η πτέρυγα αφέθηκε ελεύθερη να ταλαντωθεί χωρίς επιπρόσθετα βάρη.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

### ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΑΠΟ Ι (UPWARDS) /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.8

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
14,63	I=315mm ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
15,17	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
15,57	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
1T	
15,97	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
16,40	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
2T	
16,80	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
17,23	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
3T	
17,63	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
18,07	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
4T	
18,47	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
18,87	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
5T	
19,30	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
19,70	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
6T	
20,10	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
20,53	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
7T	
20,93	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
21,37	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
8T	

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 15,57 - 14,63 = 0,94 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 1,06 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 1,06 = 6,68 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 16,40 - 15,57 = 0,83 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 1,20 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 1,20 = 7,57 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 17,23 - 16,40 = 0,83$$

$$f_3 = 1/T_3 = 1,20 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 1,20 = 7,57 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 18,07 - 17,23 = 0,84 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 1,19 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 1,19 = 7,47 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 18,87 - 18,07 = 0,80 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 1,25 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 1,25 = 7,85 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 19,70 - 18,87 = 0,83 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 1,20 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 1,20 = 7,57 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 20,53 - 19,70 = 0,83 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 1,20 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 1,20 = 7,57 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

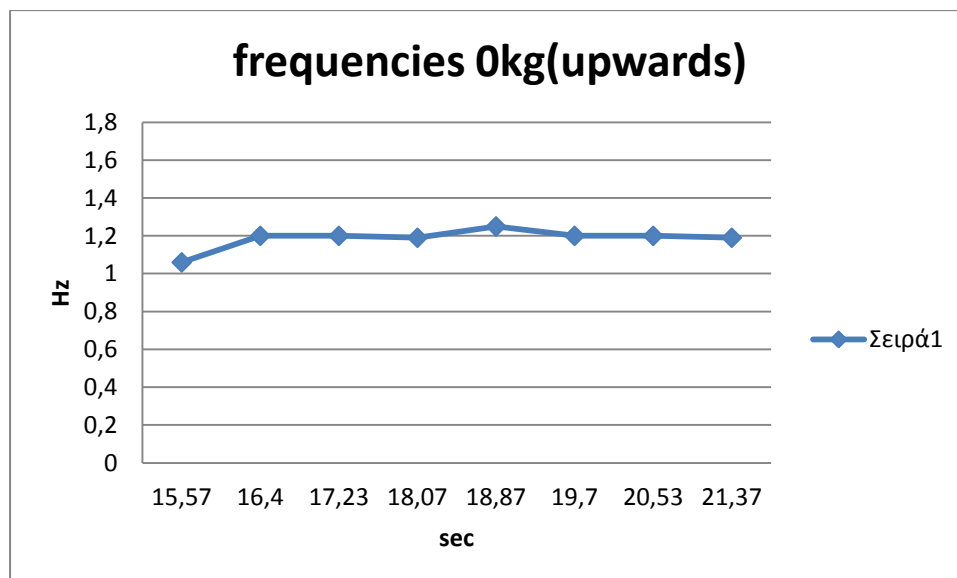
$$T_8 = 21,37 - 20,53 = 0,84 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 1,19 \text{ Hz}$$

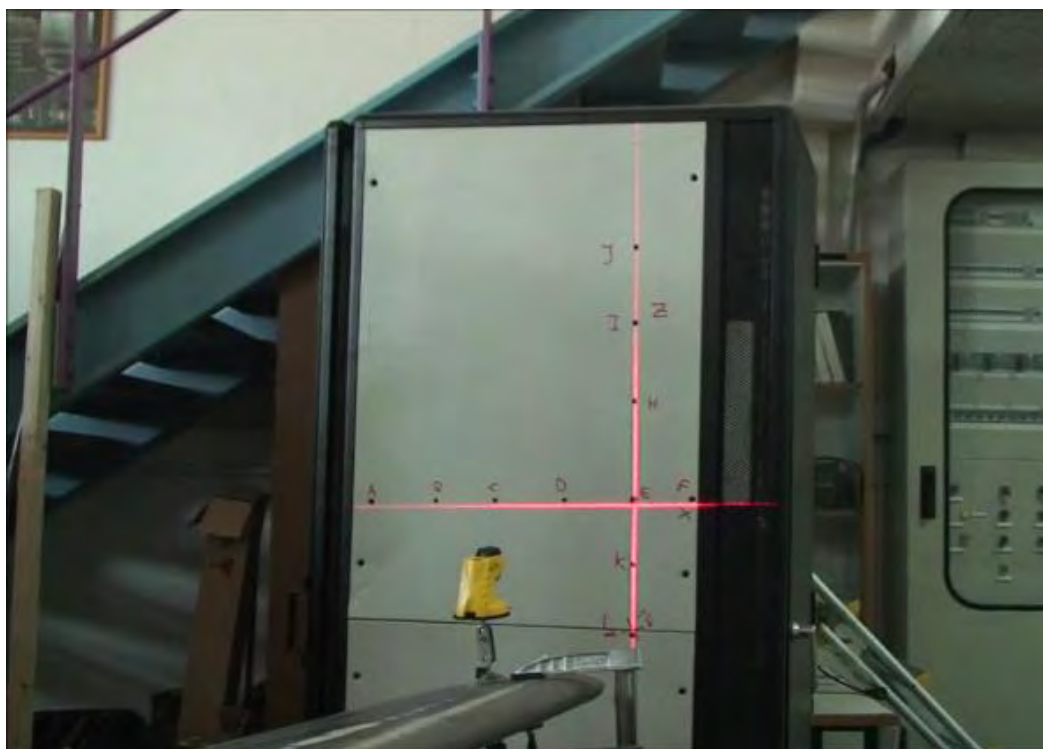
$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi \cdot 1,19 = 7,47 \text{ rad/sec}$$

$$f_{\text{mean } 8T} = \frac{1,06 + 1,20 \cdot 4 + 1,19 \cdot 2 + 1,25}{8} = 1,18 \text{ Hz}$$

$$\omega_{\text{mean } 8T} = 2\pi f_{\text{mean } 8T} = 2\pi \cdot 1,18 = 7,45 \text{ rad/sec}$$



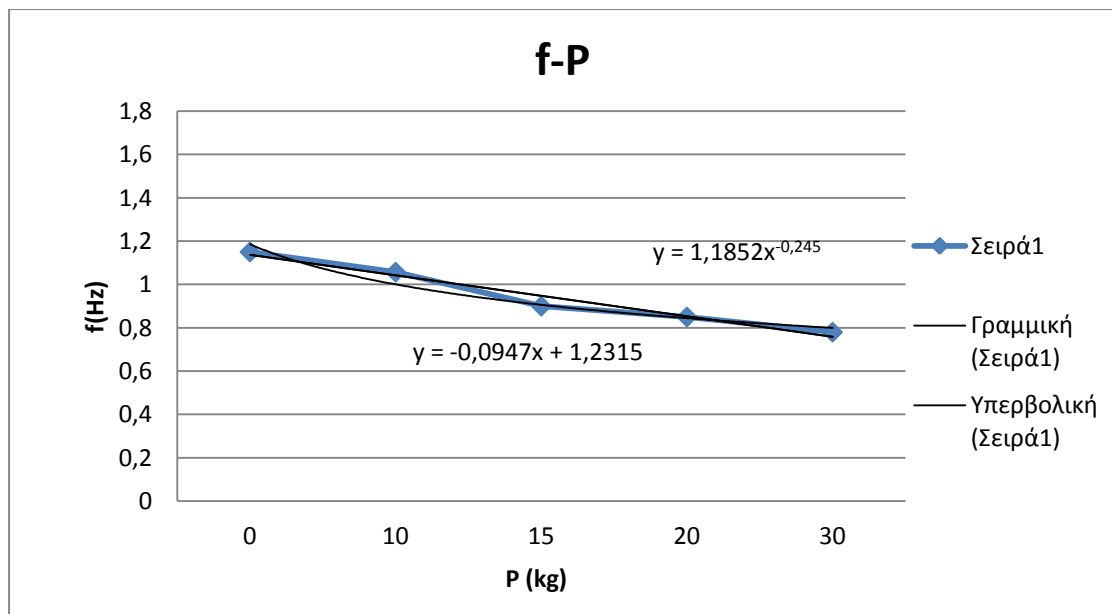
Σχήμα 6.15. Διάγραμμα απεικόνισης των συχνοτήτων κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης για 0kg από πάνω προς τα κάτω.



Σχήμα 6.16. Απεικόνιση καρέ της ελεύθερης ταλάντωσης με αρχική θέση το Ι.

### 6.1.8 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ

Συμπερασματικά, από την πρώτη δυναμική σειρά πειραμάτων, επιβεβαιώνεται ότι η συχνότητα είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας,  $f = m^{-1}$ , διότι καθώς η μάζα αυξάνεται η συχνότητα της ταλάντωσης μειώνεται, όπως φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα. Για να εξαχθεί η γνωστή θεωρητική σχέση  $f = m^{-1/2}$ , πρέπει να ληφθούν περισσότερες μετρήσεις με επιπλέον βαρίδια. Επίσης παρατηρείται η τάση της ταλάντωσης να ισορροπήσει σε μία συχνότητα που είναι η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται δύο γραμμές τάσης, μία γραμμική και μία υπερβολική, ούτως ώστε να εκτιμηθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια η μεταβολή της συχνότητας.



Σχήμα 6.17. Διάγραμμα συχνότητας (Hz) - φορτίου P (kg) για τη πρώτη σειρά δυναμικών πειραμάτων.

Για την πρώτη σειρά δυναμικών πειραμάτων, εάν εφαρμοσθούν οι γνωστοί μαθηματικοί τύποι (2.115) για τον προσδιορισμό της φυσικής συχνότητας της ταλάντωσης, θα έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1110,82}{80}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{13,88} = \frac{1}{2\pi} 3,72 = 0,59 \text{ Hz}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi 0,59 = 3,72 \text{ rad/sec}$$

Μέσω αυτών των τύπων, μπορεί να εξαχθεί η πυκνότητα της πτέρυγας ως ακολούθως, μέσω του τύπου 2.127:

$$f_0 = \frac{3,5156}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} = 0,59 \text{ Hz} \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{3,5156^2 EI}{AL^4 4\pi^2 f_0^2} = \frac{3,5156^2 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{0,02067 * 7^4 * 4\pi^2 0,59^2} = 2271,82 \frac{kg}{m^3}$$

Η οποία, είναι η πυκνότητα σύνθετου υλικού του εσωτερικού της πτέρυγας. Συνεχίζοντας, θα βρεθούν οι φυσικές συχνότητες της πτέρυγας για τα κιλά τα οποία προστίθενται κατά την διάρκεια της ελεύθερης ταλάντωσης με απόσβεση (2.128):

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} f_0|_{10kg} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{(0,2235 * 2271,82 * 0,02067 * 7) + (10 * 7^3)}} = 1,64Hz \end{aligned}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi 1,64 = 10,30 rad/sec$$

$$\begin{aligned} f_0|_{15kg} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{(0,2235 * 2271,82 * 0,02067 * 7) + (15 * 7^3)}} = 1,35Hz \end{aligned}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi 1,35 = 8,48 rad/sec$$

$$\begin{aligned} f_0|_{20kg} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{(0,2235 * 2271,82 * 0,02067 * 7) + (20 * 7^3)}} = 1,17Hz \end{aligned}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi 1,17 = 7,35 rad/sec$$

$$\begin{aligned} f_0|_{25kg} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{(0,2235 * 2271,82 * 0,02067 * 7) + (25 * 7^3)}} = 1,04Hz \end{aligned}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi 0,55 = 6,53 rad/sec$$

Τα αποτελέσματα συμφωνούν με τον τύπο  $f = m^{-1}$ .

Η φυσική συχνότητα του συστήματος με απόσβεση είναι ίση με τον τύπο 6.11, [14]:

$$f_{damped} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2},$$

όπου  $\zeta$  είναι ο λόγος απόσβεσης (6.12)  $\Rightarrow$

$$\zeta = \frac{\frac{1}{n-1} \left( \ln \frac{x_1}{x_0} \right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left[ \frac{1}{n-1} \left( \ln \frac{x_1}{x_0} \right)^2 \right]}}$$

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

Ο λόγος απόσβεσης,  $\zeta$  για τη πρώτη σειρά δυναμικών πειραμάτων ισούται μετά από υπολογισμούς με το Wolfram Mathematica με:

$$\zeta|_{10kg} = \frac{\frac{1}{4} * \text{Log} \left( \frac{177.5}{117.5} \right)}{\sqrt{4 * \pi^2 + \left\{ \frac{1}{4} * \left[ \text{Log} \left( \frac{177.5}{117.5} \right) \right]^2 \right\}}} = 0,0164053$$

$$f_{damped}|_{10kg} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = 0,59 \sqrt{1 - 0,0164053^2} = 0,59 * 0,99 = 0,58 \text{Hz}$$

$$\omega_{damped} = 2\pi f_{damped}|_{10kg} = 3,66 \text{rad/sec}$$

$$\zeta|_{15kg} = \frac{\frac{1}{7} * \text{Log} \left( \frac{96}{66} \right)}{\sqrt{4 * \pi^2 + \left\{ \frac{1}{4} * \left[ \text{Log} \left( \frac{96}{66} \right) \right]^2 \right\}}} = 0,0085154$$

$$f_{damped}|_{15kg} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = 0,59 \sqrt{1 - 0,0085154^2} = 0,59 * 0,99 = 0,58 \text{Hz}$$

$$\omega_{damped} = 2\pi f_{damped}|_{15kg} = 3,66 \text{rad/sec}$$

$$\zeta|_{20kg} = \frac{\frac{1}{7} * \text{Log} \left( \frac{30}{18} \right)}{\sqrt{4 * \pi^2 + \left\{ \frac{1}{4} * \left[ \text{Log} \left( \frac{30}{18} \right) \right]^2 \right\}}} = 0,0116048$$

$$f_{damped}|_{20kg} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = 0,59 \sqrt{1 - 0,0116048^2} = 0,59 * 0,99 = 0,58 \text{Hz}$$

$$\omega_{damped} = 2\pi f_{damped}|_{20kg} = 3,66 \text{rad/sec}$$

$$\zeta|_{25kg} = \frac{\frac{1}{7} * \text{Log}\left(\frac{100}{62.5}\right)}{\sqrt{4 * \text{Pi}^2 + \left\{\frac{1}{4} * \text{Log}\left[\left(\frac{100}{62.5}\right)\right]^2\right\}}} = 0,0106787$$

$$f_{damped}|_{25kg} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = 0,59 \sqrt{1 - 0,0106787^2} = 0,59 * 0,99 = 0,58Hz$$

$$\omega_{damped} = 2\pi f_{damped}|_{25kg} = 3,66rad/sec$$

Η ακρίβεια του συγκεκριμένου μαθηματικού τύπου μας εμποδίζει να εξάγουμε ασφαλή συμπεράσματα στην προκειμένη περίπτωση.

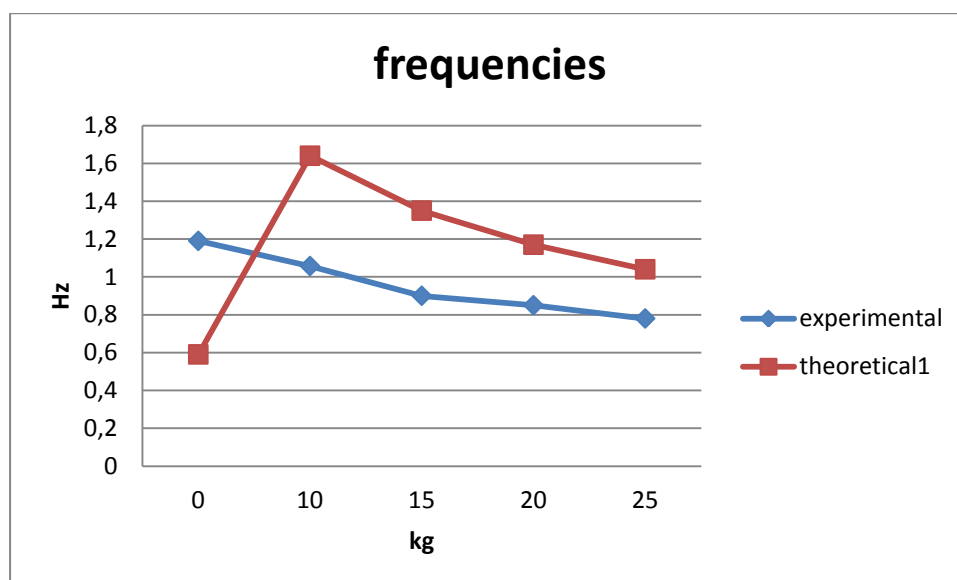


ΠΙΝΑΚΑΣ 6.9

Φορτίο P Kg	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ f (Hz)	1 <sup>ο</sup> ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ f (Hz)	2 <sup>ο</sup> ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ f (Hz)	ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥ- 1 <sup>ΟΥ</sup> ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ
0/0	1,19/1,18	0,59	0,58	0,6/0,59
10	1,057	1,64	0,58	-0,583
15	0,90	1,35	0,58	-0,45
20	0,85	1,17	0,58	-0,32
25	0,78	1,04	0,58	-0,26

Η μέση τιμή της απόκλισης είναι:

$$\sqrt{\frac{0,6^2 + 0,583^2 + 0,45^2 + 0,32^2 + 0,26^2 + 0,59^2}{6}} = 0,48\text{Hz}$$

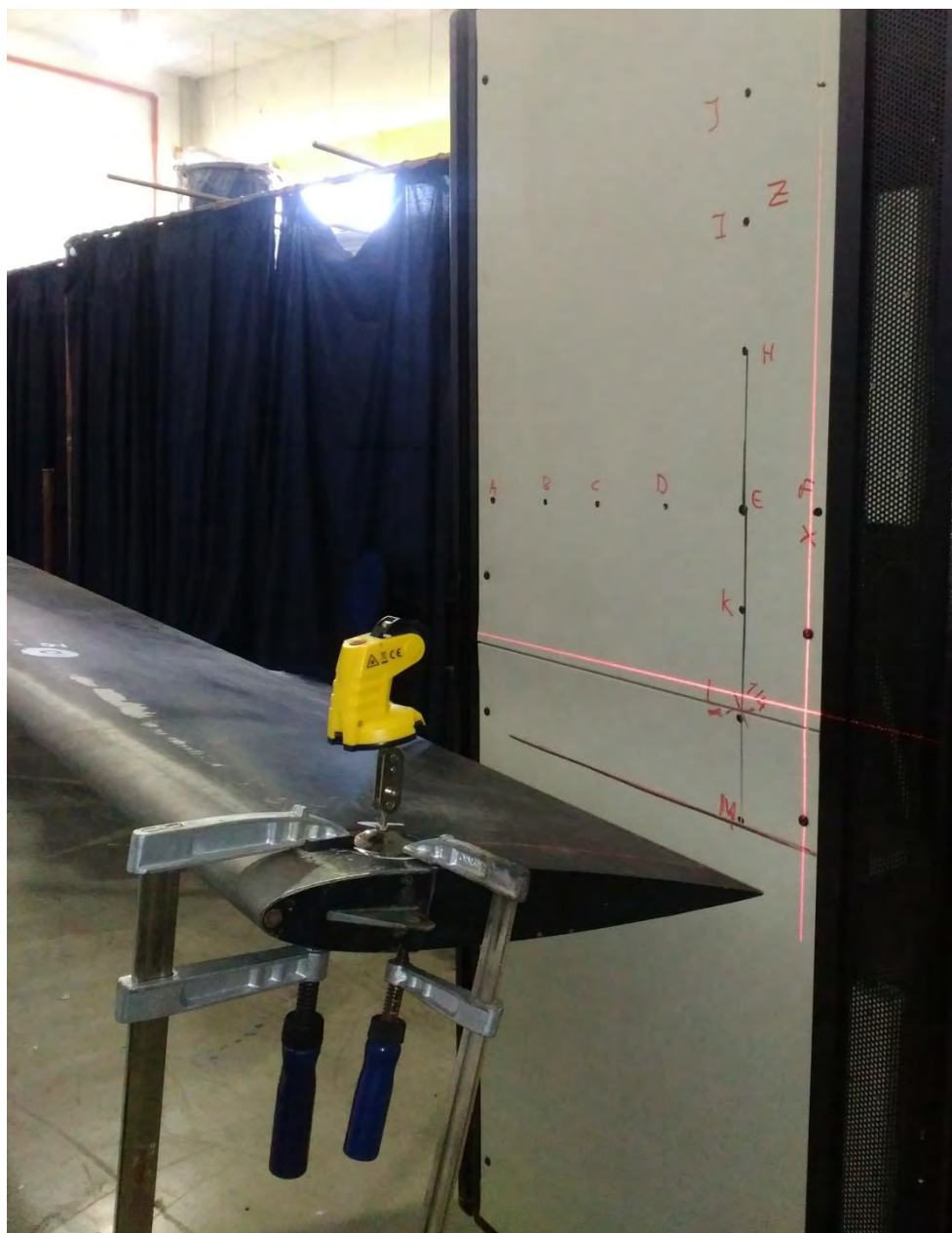


Σχήμα 6.18. Διάγραμμα σύγκρισης των πειραματικών και θεωρητικών συχνοτήτων.

Η απόκλιση οφείλεται αφενός σε λάθη μέτρησης που γίνανε κατά τη διάρκεια των πειραμάτων και κατά τη διάρκεια ανάλυσης του οπτικοακουστικού υλικού και αφετέρου λόγω των απλουστεύσεων στις μετρήσεις ούτως ώστε να ακολουθηθεί μια τυποποιημένη νόρμα μετρήσεων που ακολουθεί τους διεθνείς κανονισμούς. Επιπροσθέτως ο εμπειρικός χαρακτήρας ορισμένων από τις εξισώσεις και η απουσία παραγόντων τριβών σε αυτές είναι εις βάρος της ακρίβειας των αποτελεσμάτων.

## 6.2 ΔΕΥΤΕΡΗ ΣΕΙΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Στη δεύτερη δυναμική σειρά πειραμάτων, στήθηκε και πάλι συσκευή laser επάνω στη θέση No.1. Κατά μήκος της πτέρυγας και σε απόσταση  $y=520\text{mm}$ , στήθηκε μια λευκή βαθμονομημένη οθόνη με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να εξαχθούν τα βέλη κάμψης και η συχνότητα του πειράματος, όπως φαίνεται και από τη φωτογραφία.



Σχήμα 6.19. Απεικόνιση της εγκατάστασης του δεύτερου δυναμικού πειράματος.

Αναλυτικότερα οι αποστάσεις είναι:

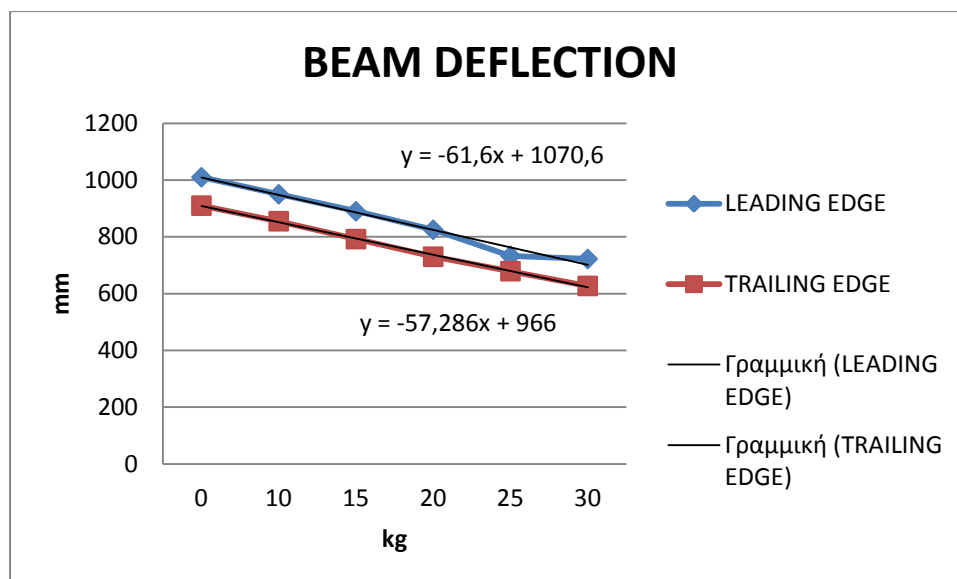
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.10

$d_{laser}$	860mm
$d_{ακμή\ φυγής-οθόνης}$	520mm
$d_{κάμερας-οθόνης}$	1340mm

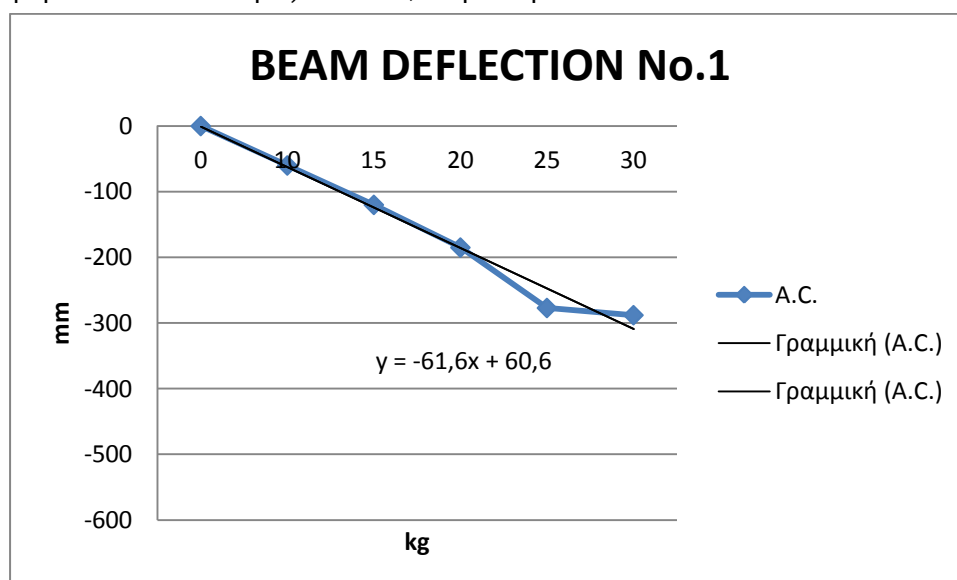
Το φορτίο ασκείται από πάνω προς τα κάτω, σημειακά στη θέση 1, στο πάνω μέρος της πτέρυγας, με τη χρήση βαθμονομημένων βαριδίων. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι η θέση No.1 απέχει 60cm από το ελεύθερο άκρο της πτέρυγας. Τα αποτελέσματα του βέλους κάμψεως στις ακμές προσβολής και φυγής της θέσης No.1 φαίνονται στον παρακάτω πίνακα, όπου έχουν προστεθεί με τη βοήθεια τριγωνομετρικών σχέσεων η απόσταση του Α.Κ. από το έδαφος χρησιμοποιώντας μια μέση συστροφή:

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.11

Φορτίο P kg	LEADING EDGE (mm) ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ	LEADING EDGE (mm) Δh=u	TRAILING EDGE (mm) ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ	TRAILING EDGE (mm) Δh=u	A.C. (mm) ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ	A.C. (mm) Δh=u	α(°)
0	1010	0	910	0	986,06	0	10,5
10	950	-60	855	-55	926,06	-60	10,5
15	890	-120	792	-118	866,06	-120	10,5
20	825	-185	730	-180	801,06	-185	10,5
25	773	-237	679	-231	709,06	-277	10,5
30	722	-288	627	-283	698,06	-288	10,5



Σχήμα 6.18. Απεικόνιση του βέλους κάμψεως του δεύτερου δυναμικού πειράματος , για φορτίο από πάνω προς τα κάτω, στη θέση Νο.1.



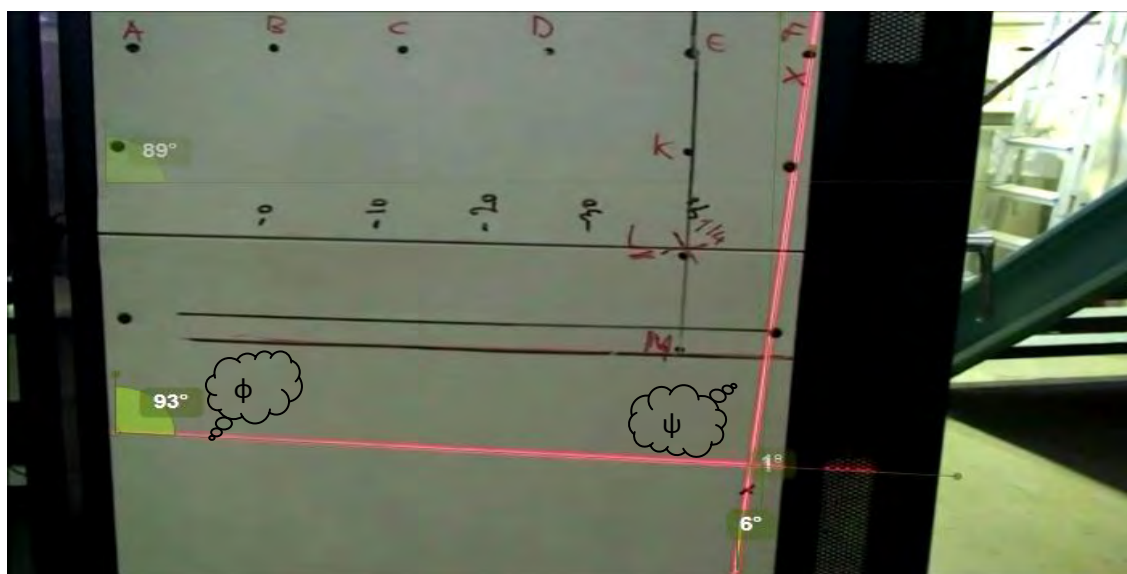
Σχήμα 6.19. Απεικόνιση του βέλους κάμψεως του δεύτερου δυναμικού πειράματος , για φορτίο από πάνω προς τα κάτω, στη θέση Νο.1.

Στη δεύτερη δυναμική σειρά πειραμάτων θα εξαχθούν αποτελέσματα για τη σχέση μάζας- συχνότητας καθώς και ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλονται οι αρχικά κάθετες δέσμες του laser.

### 6.2.1 ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Το πρώτο πείραμα της δεύτερης δυναμικής σειράς πειραμάτων, αφορά ελεύθερη ταλάντωση με μηδενικό φορτίο. Η πτέρυγα μετατοπίζεται μέχρι περίπου το σημείο x της οθόνης και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερη να ταλαντωθεί.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:



Σχήμα 6.20. Απεικόνιση τυχαίου στιγμιότυπου με τις μετρήσεις από το πρόγραμμα Kinovea.

## ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (DOWNWARDS) /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.12

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΓΩΝΙΑ $\varphi(^{\circ})$ ( $\pm 2^{\circ}$ error)	ΚΑΘΕΤΗ ΓΩΝΙΑ $\psi(^{\circ})$
19,00	$\chi=-550\text{mm}$ ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
19,47	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	89	1
19,87	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
1T			
20,30	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	89	1
20,70	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
2T			
21,13	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	89	1
21,53	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
3T			
21,97	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	89	1
22,37	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	6
4T			
22,80	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	90	1
23,20	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	6
5T			
23,63	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	90	2
24,07	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	6
6T			
24,47	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	90	1
24,87	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	6
7T			
25,30	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	90	2
25,70	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	6

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 19,87 - 19,00 = 0,87 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 1,14 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 1,14 = 7,22 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 20,70 - 19,87 = 0,83 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 1,20 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 1,20 = 7,57 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 21,53 - 20,70 = 0,83$$

$$f_3 = 1/T_3 = 1,20 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 1,20 = 7,57 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 22,37 - 21,53 = 0,84 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 1,19 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 1,19 = 7,47 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 23,20 - 22,37 = 0,83 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 1,20 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 1,20 = 7,57 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 24,07 - 23,20 = 0,87 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 1,14 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 1,14 = 7,22 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 24,87 - 24,07 = 0,80 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 1,25 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 1,25 = 7,85 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

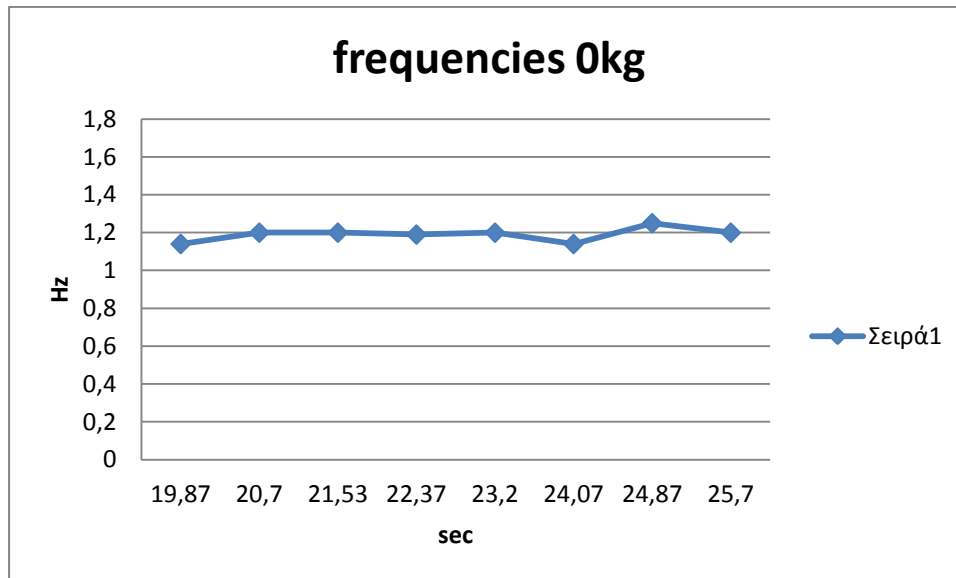
$$T_8 = 25,70 - 24,87 = 0,83 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 1,20\text{Hz}$$

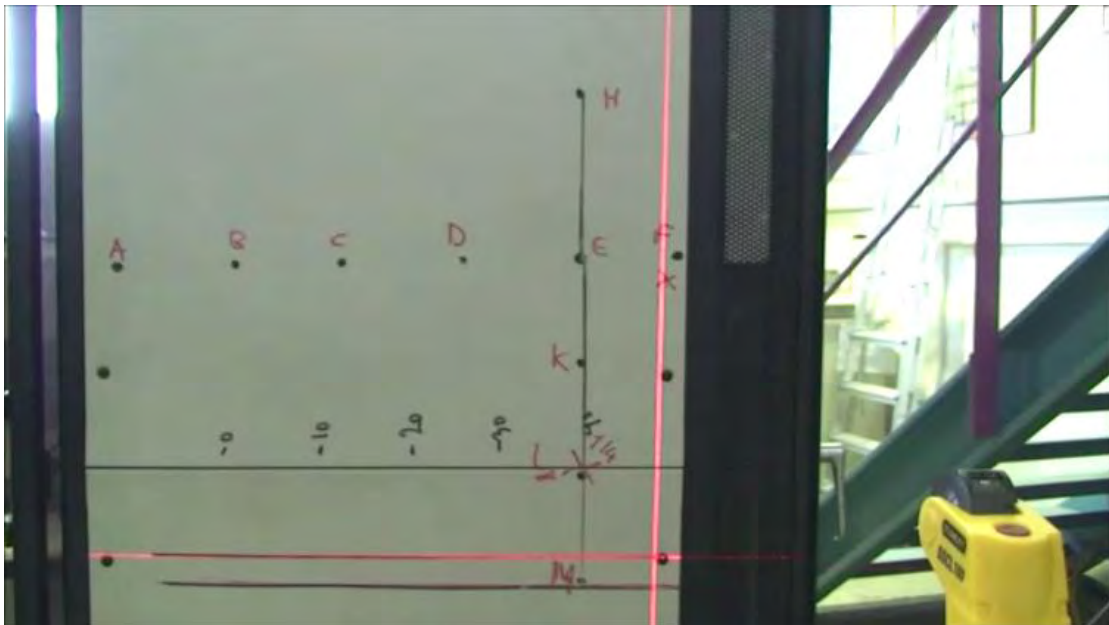
$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi 1,20 = 7,57\text{rad/sec}$$

$$f_{mean\ 8T} = \frac{1,14 * 2 + 1,20 * 4 + 1,19 + 1,25}{8} = 1,19\text{Hz}$$

$$\omega_{mean\ 8T} = 2\pi f_{mean\ 8T} = 2\pi 1,19 = 7,47\text{ rad/sec}$$



Σχήμα 6.21. Απεικόνιση των συχνοτήτων της ταλάντωσης για 0kg.



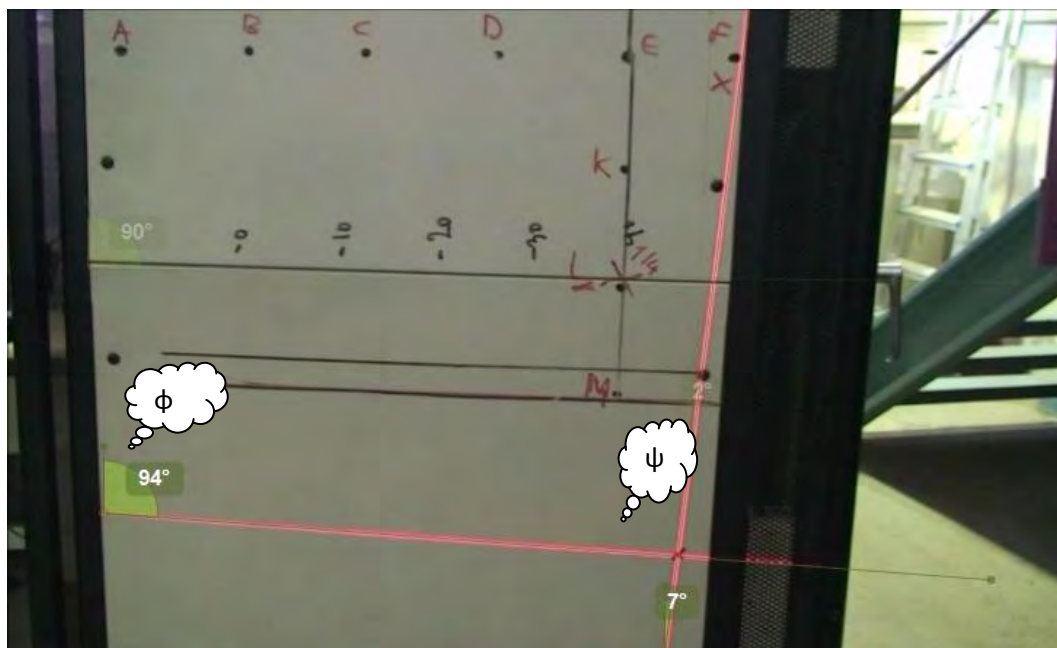
Σχήμα 6.22. Στιγμιότυπο θέσεως ισορροπίας για αφόρτιστη πτέρυγα.



## 6.2.2 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΤΟ ΒΑΡΟΣ 10kg

Το δεύτερο πείραμα της δεύτερης δυναμικής σειράς πειραμάτων, αφορά ταλάντωση με φορτίο 10kg. Η πτέρυγα μετατοπίζεται πιο κάτω απ'το σημείο x της οθόνης και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερη να ταλαντωθεί.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:



Σχήμα 6.23.Απεικόνιση τυχαίου στιγμιότυπου με τις μετρήσεις από το πρόγραμμα Kinovea.

ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ 10kg (DOWNWARDS) /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.12

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΓΩΝΙΑ $\varphi(^{\circ})$ ( $\pm 2^{\circ}$ error)	ΚΑΘΕΤΗ ΓΩΝΙΑ $\psi(^{\circ})$
1,57	$\chi=-550\text{mm}$ ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	7
2,03	$L=-235\text{mm}$ ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	90	2
2,50	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
1T			

3,00	L=-235mm ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	2
3,47	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
2T			
3,93	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	2
4,43	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
3T			
4,90	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	2
5,37	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
4T			
5,83	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	3
6,30	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
5T			
6,80	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	3
7,27	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
6T			
7,77	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	3
8,23	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
7T			
8,70	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	3
9,17	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
8T			

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 2,50 - 1,57 = 0,93 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 1,075 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 1,075 = 6,75 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 3,47 - 2,50 = 0,97 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 1,03 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 1,03 = 6,47 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 4,43 - 3,47 = 0,96$$

$$f_3 = 1/T_3 = 1,04 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 1,04 = 6,54 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 5,37 - 4,43 = 0,94 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 1,06 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 1,06 = 6,68 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 6,30 - 5,37 = 0,93 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 1,07 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 1,07 = 6,75 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 7,27 - 6,30 = 0,97 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 1,03 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 1,03 = 6,47 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 8,23 - 7,27 = 0,96 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 1,04 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 1,04 = 6,54 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

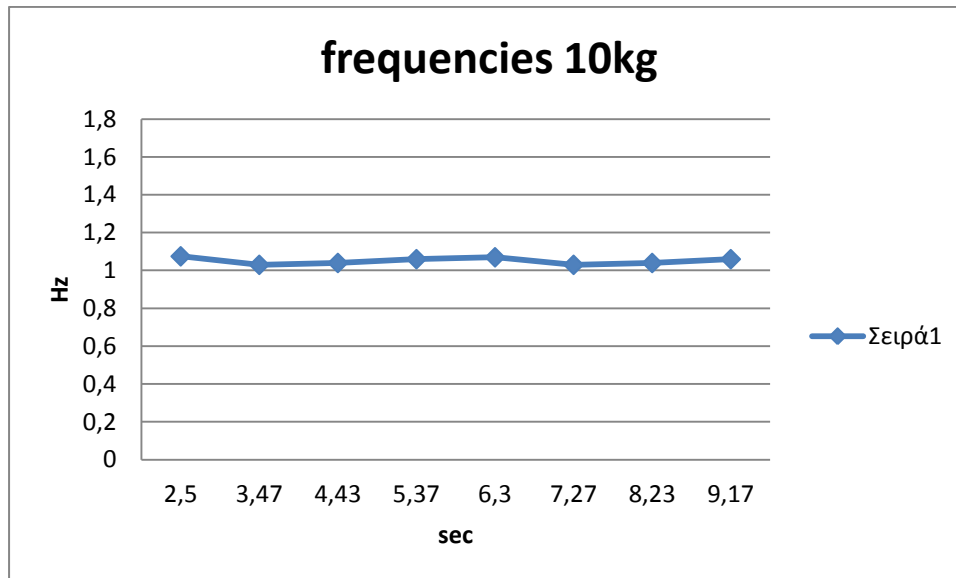
$$T_8 = 9,17 - 8,23 = 0,94 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 1,06\text{Hz}$$

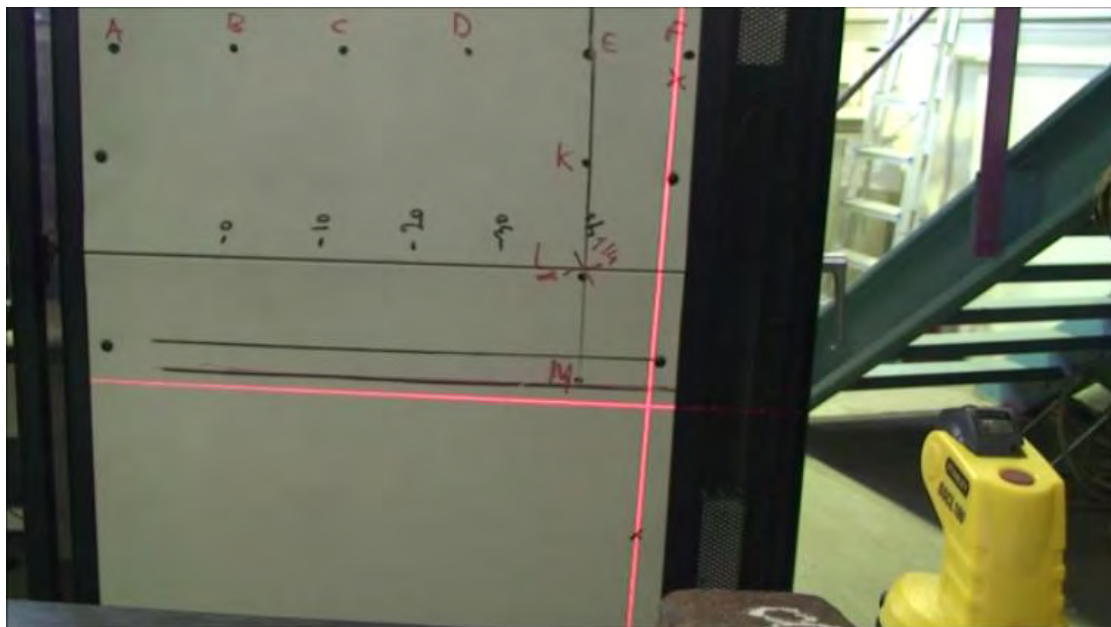
$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi \cdot 1,06 = 6,68\text{rad/sec}$$

$$f_{mean\ 8T} = \frac{1,075 + 1,03 \cdot 2 + 1,04 \cdot 2 + 1,06 \cdot 2 + 1,07}{8} = 1,050\text{Hz}$$

$$\omega_{mean\ 8T} = 2\pi f_{mean\ 8T} = 2\pi \cdot 1,05 = 6,60\text{ rad/sec}$$



Σχήμα 6.24. Απεικόνιση των συχνοτήτων της ταλάντωσης για 10kg.

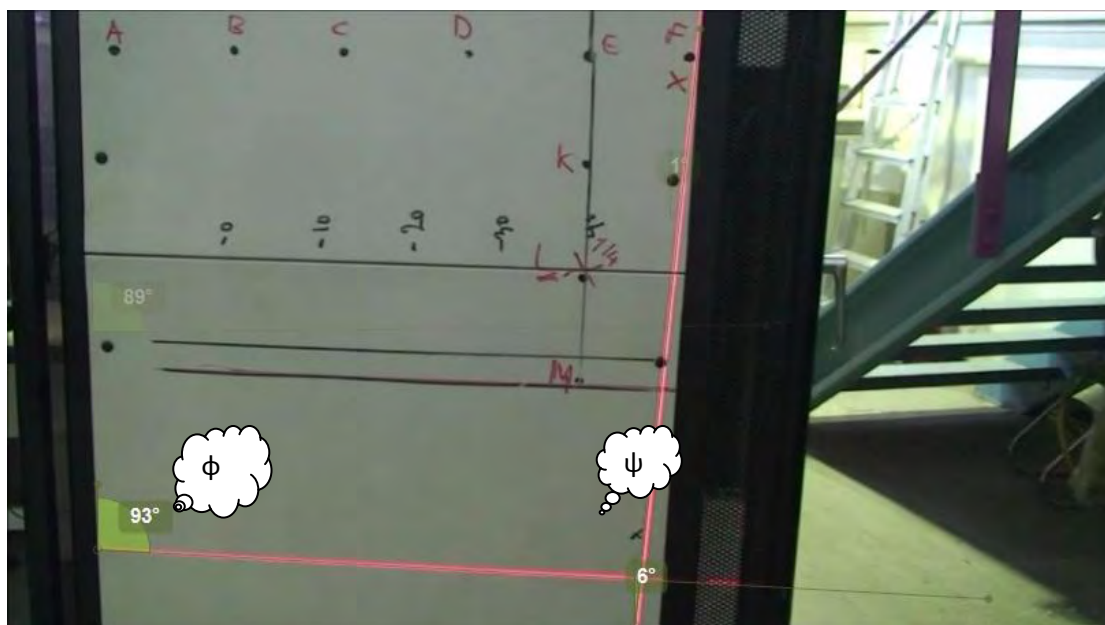


Σχήμα 6.25. Στιγμιότυπο θέσης ισορροπίας της πτέρυγας για 10kg.

### 6.2.3 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΤΟ ΒΑΡΟΣ 15kg

Το τρίτο πείραμα της δεύτερης δυναμικής σειράς πειραμάτων, αφορά ταλάντωση με φορτίο 15kg. Η πτέρυγα μετατοπίζεται πιο κάτω απ'το σημείο x της οθόνης και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερη να ταλαντωθεί.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:



Σχήμα 6.26. Απεικόνιση τυχαίου στιγμιότυπου με μετρήσεις από το πρόγραμμα Kinovea.

ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ 15kg (DOWNWARDS) /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.13

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΓΩΝΙΑ $\varphi$ (°) ( $\pm 2^\circ$ error)	ΚΑΘΕΤΗ ΓΩΝΙΑ $\psi$ (°)
2,73	$\chi = -550\text{mm}$ ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
3,73	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	89	2
4,23	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	6
1T			
4,77	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	89	0
5,30	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	6
2T			
5,87	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	89	2
6,37	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	5
3T			
6,93	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	89	1
7,43	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	6
4T			
8,00	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	90	1
8,53	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	6
5T			
9,07	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	90	2
9,57	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	5
6T			
10,10	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	90	2
10,63	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	6
7T			
11,20	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	90	1
11,70	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	5

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 4,23 - 2,73 = 1,5 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 0,66 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 0,66 = 4,18 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 5,30 - 4,23 = 1,07 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 0,93 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 0,93 = 5,87 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 6,37 - 5,30 = 1,07$$

$$f_3 = 1/T_3 = 0,93 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 0,93 = 5,87 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 7,43 - 6,37 = 1,06 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 0,94 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 0,94 = 5,92 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 8,53 - 7,43 = 1,1 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 0,90 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 0,90 = 5,711 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 9,57 - 8,53 = 1,04 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 0,96 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 0,96 = 6,04 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 10,63 - 9,57 = 1,06 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 0,94 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 0,94 = 5,92 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

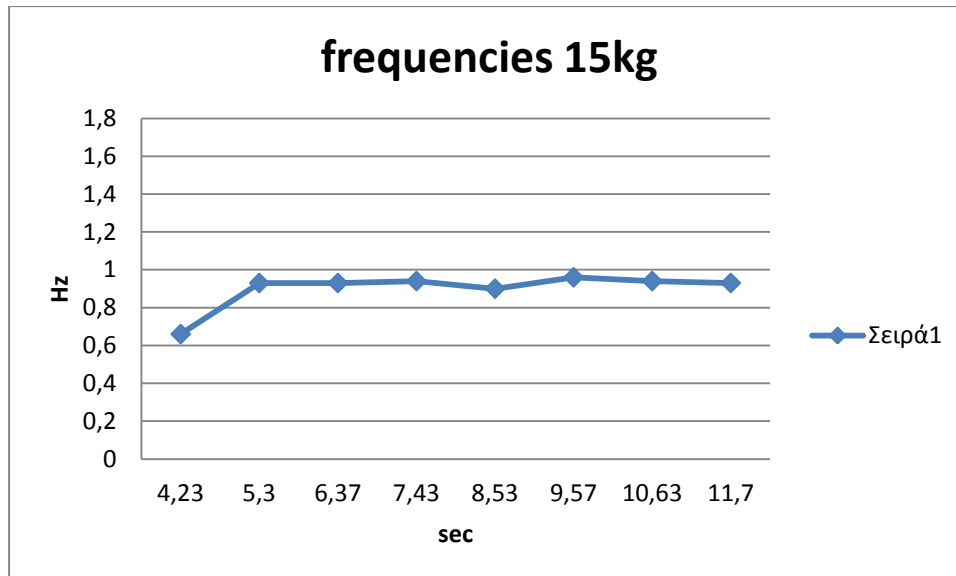
$$T_8 = 11,70 - 10,63 = 1,07 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 0,93\text{Hz}$$

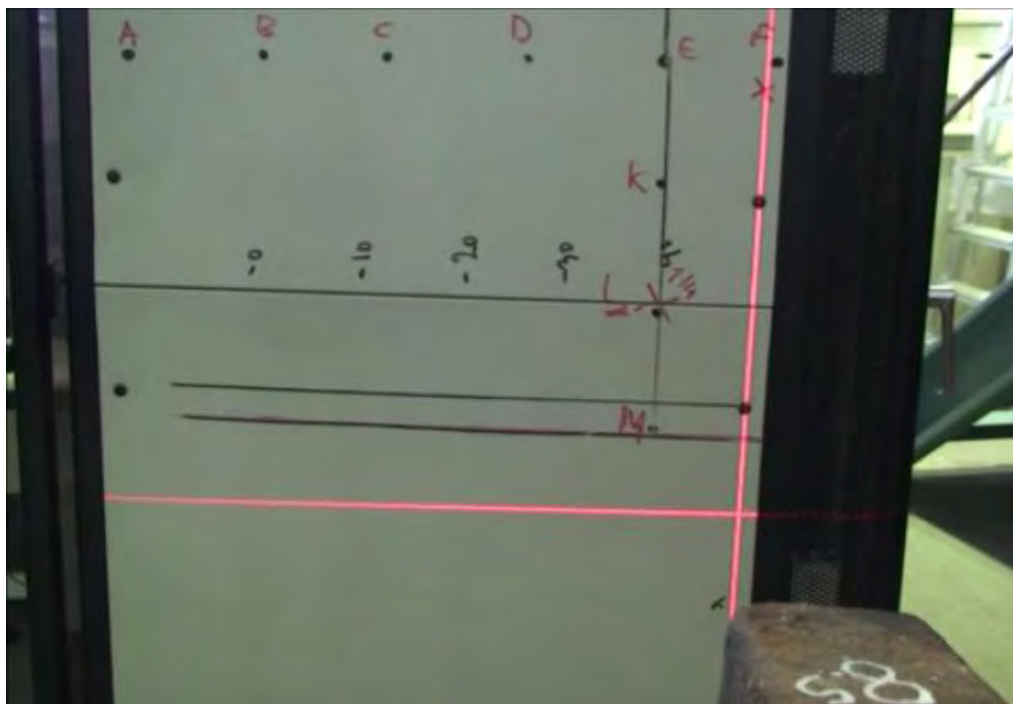
$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi 0,93 = 5,87\text{rad/sec}$$

$$f_{mean\ 8T} = \frac{0,66 + 0,93 * 3 + 0,94 * 2 + 0,90 + 1,04}{8} = 0,90\text{Hz}$$

$$\omega_{mean\ 8T} = 2\pi f_{mean\ 8T} = 2\pi 0,90 = 5,70\text{ rad/sec}$$



Σχήμα 6.27. Απεικόνιση των συχνοτήτων της ταλάντωσης για 15kg.

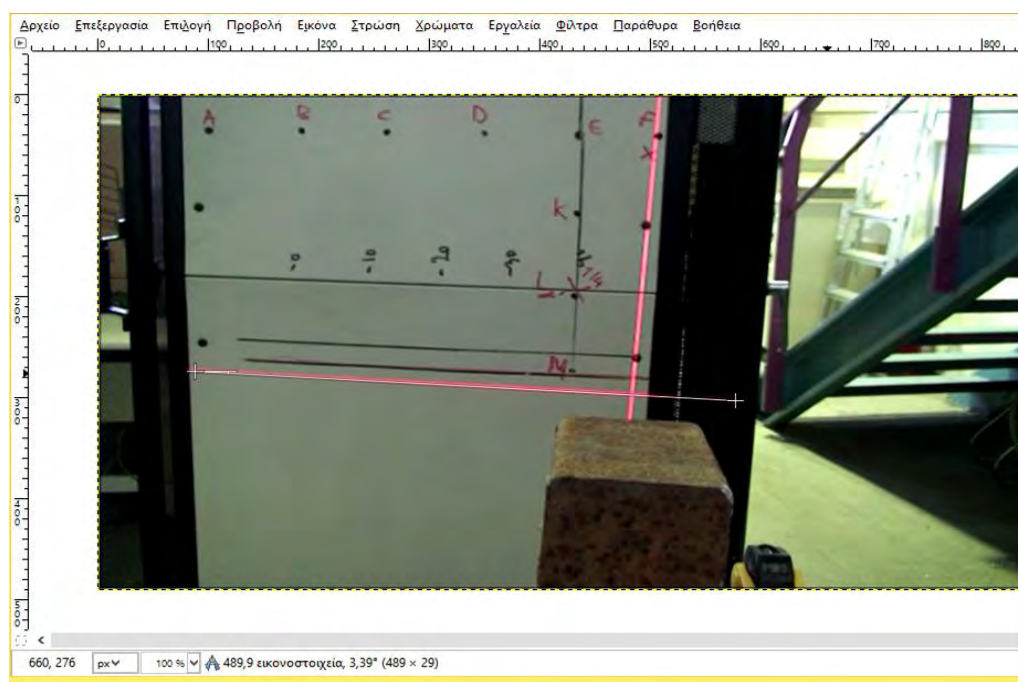


Σχήμα 6.28. Στιγμιότυπο της θέσης ισορροπίας της πτέρυγας για 15kg.



#### 6.2.4 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΤΟ ΒΑΡΟΣ 20kg

Το τέταρτο πείραμα της δεύτερης δυναμικής σειράς πειραμάτων, αφορά ταλάντωση με φορτίο 20kg. Η πτέρυγα μετατοπίζεται ως το σημείο x της βαθμονομημένης οθόνης και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερη να ταλαντωθεί. Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:



Σχήμα 6.29.Απεικόνιση μέτρησης τυχαίου στιγμιότυπου με χρήση του προγράμματος GIMP.

ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ 20kg (DOWNWARDS) /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.14

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΓΩΝΙΑ (°) ( $\pm 2^\circ$ error)	ΚΑΘΕΤΗ ΓΩΝΙΑ (°)
10,53	$\chi = -550\text{mm}$ ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	7
11,13	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	2
11,70	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
1T			
12,30	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	3
12,87	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	7
2T			
13,47	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	2
14,03	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
3T			
14,63	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	3
15,23	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
4T			
15,80	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	91	3
16,37	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
5T			
16,97	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	3
17,57	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
6T			
18,17	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	4
18,73	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
7T			
19,33	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	3
19,90	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
8T			

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 11,70 - 10,53 = 1,17 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 0,85 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 0,85 = 5,37 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 12,87 - 11,70 = 1,17 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 0,85 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 0,85 = 5,37 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 14,03 - 12,87 = 1,16$$

$$f_3 = 1/T_3 = 0,86 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 0,86 = 5,41 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 15,23 - 14,03 = 1,2 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 0,83 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 0,83 = 5,23 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 16,37 - 15,23 = 1,14 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 0,87 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 0,87 = 5,51 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 17,57 - 16,37 = 1,2 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 0,83 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 0,83 = 5,23 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 18,73 - 17,57 = 1,16 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 0,86 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 0,86 = 5,41 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

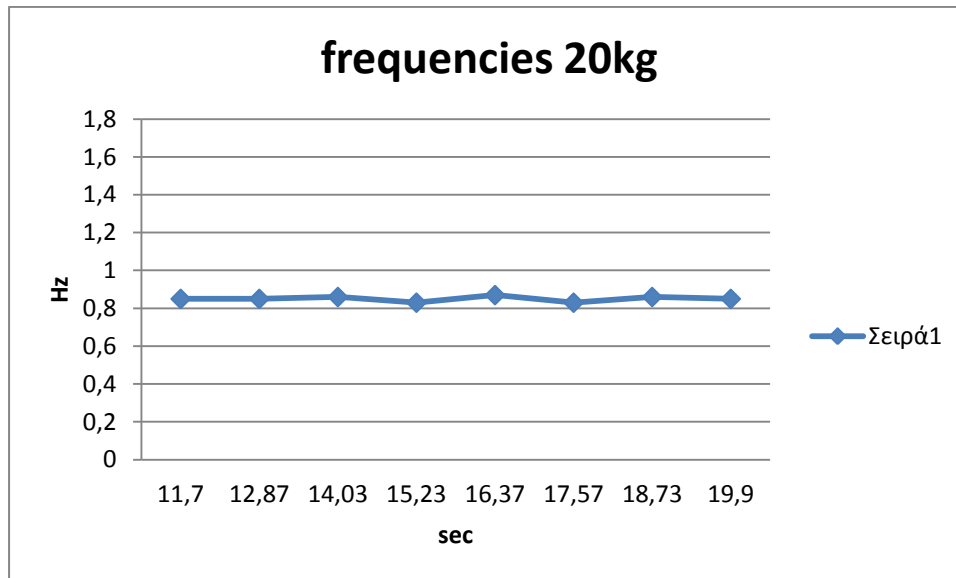
$$T_8 = 19,90 - 18,73 = 1,17 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 0,85Hz$$

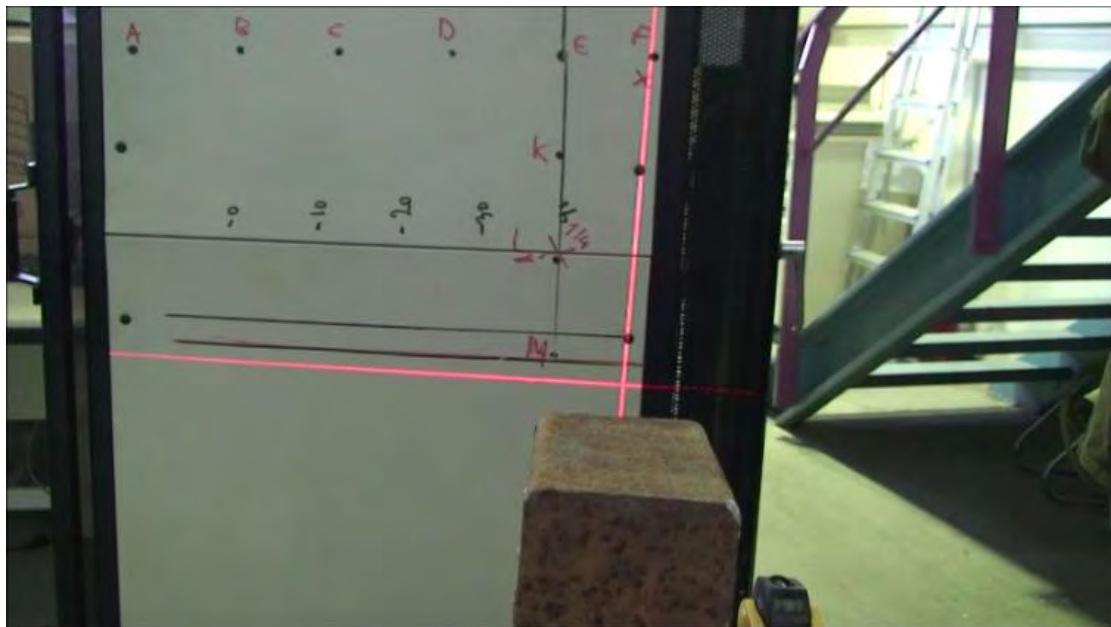
$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi 0,85 = 5,37rad/sec$$

$$f_{mean\ 8T} = \frac{0,85 * 3 + 0,86 * 2 + 0,83 * 2 + 0,87}{8} = 0,85Hz$$

$$\omega_{mean\ 8T} = 2\pi f_{mean\ 8T} = 2\pi 1,17 = 7,35\ rad/sec$$



Σχήμα 6.30. Απεικόνιση των συχνοτήτων για ταλάντωση με 20kg.

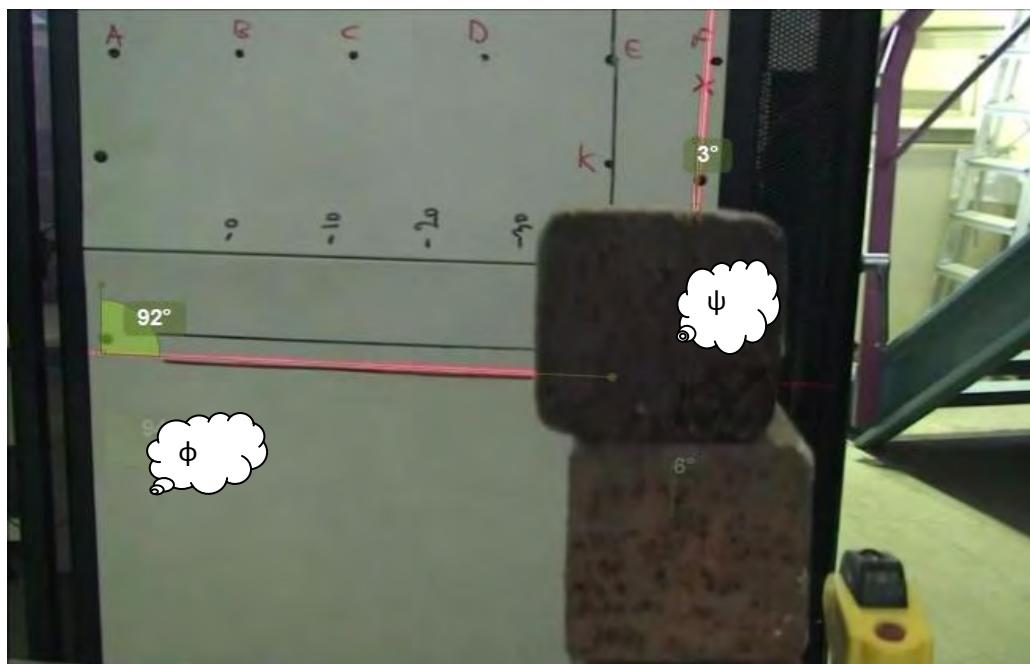


Σχήμα 6.31. Στιγμιότυπο της πτέρυγας στη θέση ισορροπίας της για 20kg.

### 6.2.5 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΤΟ ΒΑΡΟΣ 25kg

Το πέμπτο πείραμα της δεύτερης δυναμικής σειράς πειραμάτων, αφορά ταλάντωση με φορτίο 25kg. Η πτέρυγα μετατοπίζεται πιο κάτω απ'το σημείο x της οθόνης και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερη να ταλαντωθεί.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:



Σχήμα 6.32.Απεικόνιση τυχαίου στιγμιότυπου με τις μετρήσεις από το πρόγραμμα Kinovea.

ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ 25kg (DOWNWARDS) /No.1  
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.15

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΓΩΝΙΑ $\varphi$ (°) ( $\pm 2^\circ$ error)	ΚΑΘΕΤΗ ΓΩΝΙΑ $\psi$ (°)
1,57	$\chi = -550\text{mm}$ ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
2,17	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	3
2,80	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
1T			
3,43	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	4
4,03	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
2T			
4,67	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	
5,30	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
3T			
5,93	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	4
6,57	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
4T			
7,20	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	4
7,80	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
5T			
8,43	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	93	4
9,03	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
6T			
9,67	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	4
10,30	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
7T			
10,93	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	92	4
11,57	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
8T			

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 2,80 - 1,57 = 1,23 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 0,81 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 0,81 = 5,10 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 4,03 - 2,80 = 1,23 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 0,81 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 0,81 = 5,10 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 5,30 - 4,03 = 1,27$$

$$f_3 = 1/T_3 = 0,78 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 0,78 = 4,94 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 6,57 - 5,30 = 1,27 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 0,78 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 0,78 = 4,94 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 7,80 - 6,57 = 1,23 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 0,81 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 0,81 = 5,108 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 9,03 - 7,80 = 1,23 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 0,81 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 0,81 = 5,10 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 10,30 - 9,03 = 1,27 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 0,78 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 0,78 = 4,94 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

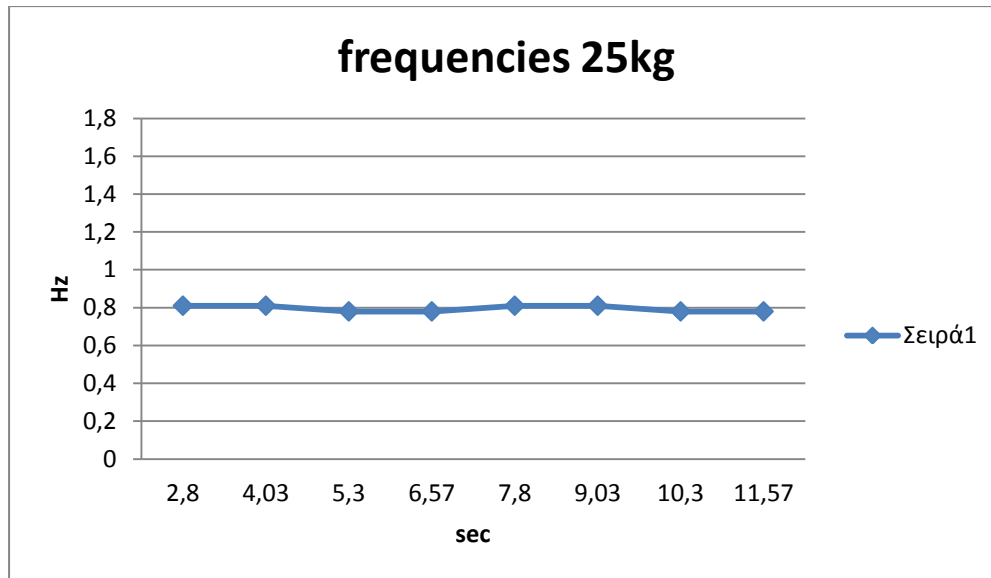
$$T_8 = 11,57 - 10,30 = 1,27 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 0,78Hz$$

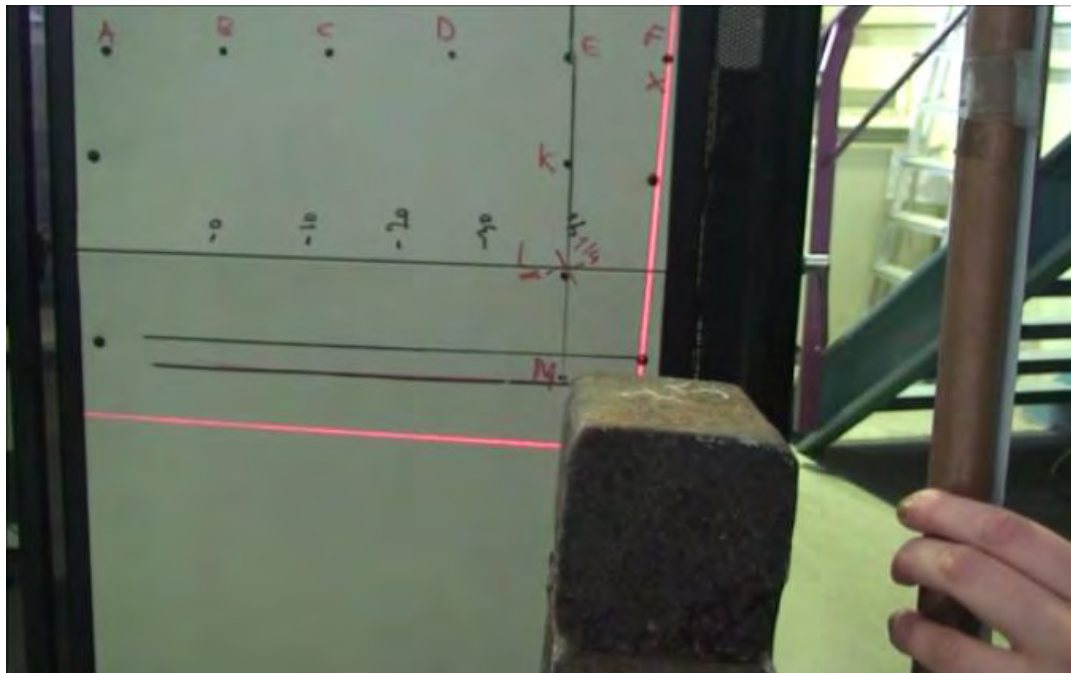
$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi 0,78 = 4,94rad/sec$$

$$f_{mean\ 8T} = \frac{0,81 * 4 + 0,78 * 4}{8} = 0,79Hz$$

$$\omega_{mean\ 8T} = 2\pi f_{mean\ 8T} = 2\pi 0,79 = 4,99\ rad/sec$$



Σχήμα 6.33. Στιγμιότυπο βέλους κάμψης στη θέση ισορροπίας της πτέρυγας για 25kg.



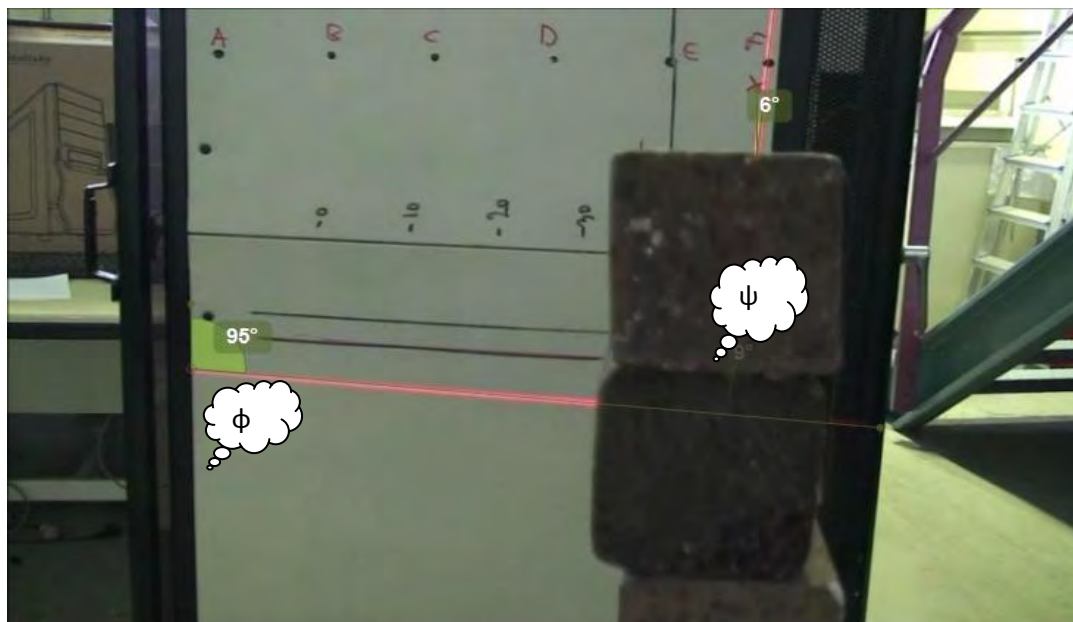
Σχήμα 6.34. Στιγμιότυπο βέλους κάμψης στη θέση ισορροπίας της πτέρυγας για 25kg.



### 6.2.6 ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΤΟ ΒΑΡΟΣ 30kg

Το έκτο πείραμα της δεύτερης δυναμικής σειράς πειραμάτων, αφορά ταλάντωση με φορτίο 30kg. Η πτέρυγα μετατοπίζεται πιο κάτω απ'το σημείο x της οθόνης και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερη να ταλαντωθεί.

Από την ανάλυση του βίντεο, για το κομμάτι της ελεύθερης ταλάντωσης, με τη χρήση προγραμμάτων όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. προκύπτουν τα εξής στοιχεία:



Σχήμα 6.35. Απεικόνιση τυχαίου στιγμιότυπου με τις μετρήσεις από το πρόγραμμα Kinovea.

ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ 30kg (DOWNWARDS) /No.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.16

sec	ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΓΩΝΙΑ $\varphi$ (°) ( $\pm 2^\circ$ error)	ΚΑΘΕΤΗ ΓΩΝΙΑ $\psi$ (°)
0,90	$\chi = -550\text{m}$ ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	96	9
1,57	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
2,23	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	96	9
1T			
2,90	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
3,53	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	96	8
2T			
4,23	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	6
4,87	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	96	8
3T			
5,53	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
6,20	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	96	8
4T			
6,87	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	94	7
7,53	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	96	9
5T			
8,20	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	6
8,87	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	96	8
6T			
9,53	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	5
10,17	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	96	7
7T			
10,87	ΑΝΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	95	7
11,50	ΚΑΤΩ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	97	8
8T			

Συνεπώς, για την πρώτη περίοδο, 1T:

$$T_1 = 2,23 - 0,90 = 1,33 \text{ sec}$$

$$f_1 = 1/T_1 = 0,75 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 0,75 = 4,72 \text{ rad/sec}$$

Για την δεύτερη περίοδο, 2T:

$$T_2 = 3,53 - 2,23 = 1,3 \text{ sec}$$

$$f_2 = 1/T_2 = 0,76 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 0,76 = 4,83 \text{ rad/sec}$$

Για την τρίτη περίοδο, 3T:

$$T_3 = 4,87 - 3,53 = 1,34$$

$$f_3 = 1/T_3 = 0,74 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 0,74 = 4,68 \text{ rad/sec}$$

Για την τέταρτη περίοδο, 4T:

$$T_4 = 6,20 - 4,87 = 1,33 \text{ sec}$$

$$f_4 = 1/T_4 = 0,75 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 2\pi \cdot 0,75 = 4,72 \text{ rad/sec}$$

Για την πέμπτη περίοδο, 5T:

$$T_5 = 7,53 - 6,20 = 1,33 \text{ sec}$$

$$f_5 = 1/T_5 = 0,75 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 2\pi f_5 = 2\pi \cdot 0,75 = 4,72 \text{ rad/sec}$$

Για την έκτη περίοδο, 6T:

$$T_6 = 8,87 - 7,53 = 1,34 \text{ sec}$$

$$f_6 = 1/T_6 = 0,74 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 2\pi f_6 = 2\pi \cdot 0,74 = 4,68 \text{ rad/sec}$$

Για την έβδομη περίοδο, 7T:

$$T_7 = 10,17 - 8,87 = 1,3 \text{ sec}$$

$$f_7 = 1/T_7 = 0,76 \text{ Hz}$$

$$\omega_7 = 2\pi f_7 = 2\pi \cdot 0,78 = 4,83 \text{ rad/sec}$$

Για την όγδοη περίοδο, 8T:

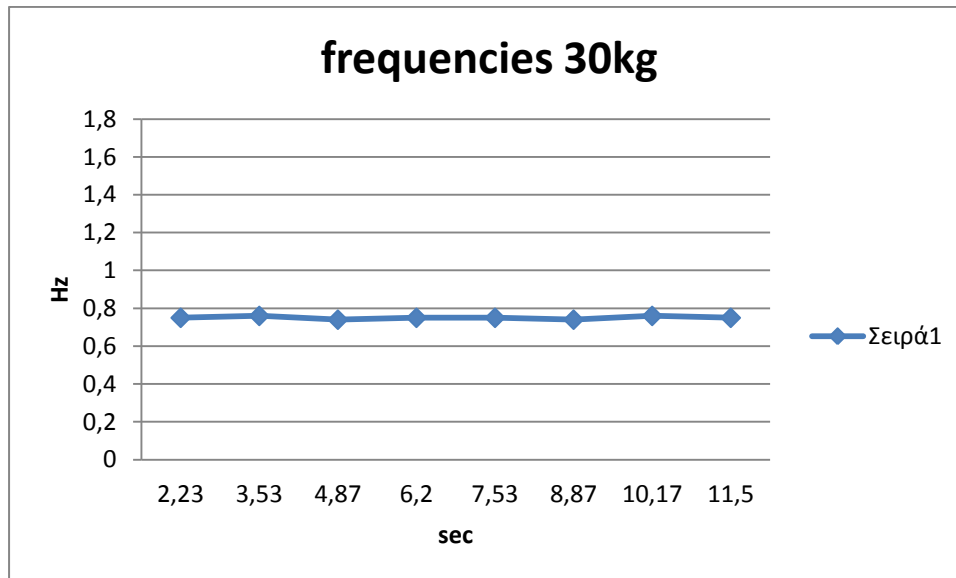
$$T_8 = 11,50 - 10,17 = 1,33 \text{ sec}$$

$$f_8 = 1/T_8 = 0,75Hz$$

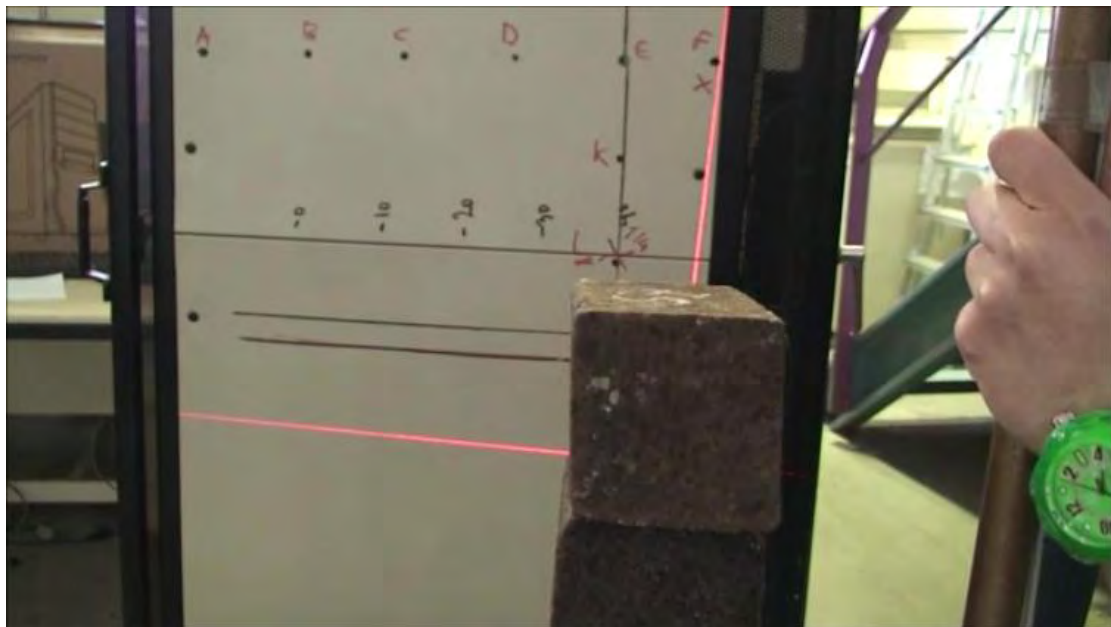
$$\omega_8 = 2\pi f_8 = 2\pi 0,78 = 4,72rad/sec$$

$$f_{mean\ 8T} = \frac{0,75 * 4 + 0,76 * 2 + 0,74 * 2}{8} = 0,75Hz$$

$$\omega_{mean\ 8T} = 2\pi f_{mean\ 8T} = 2\pi 1,325 = 8,325\ rad/sec$$



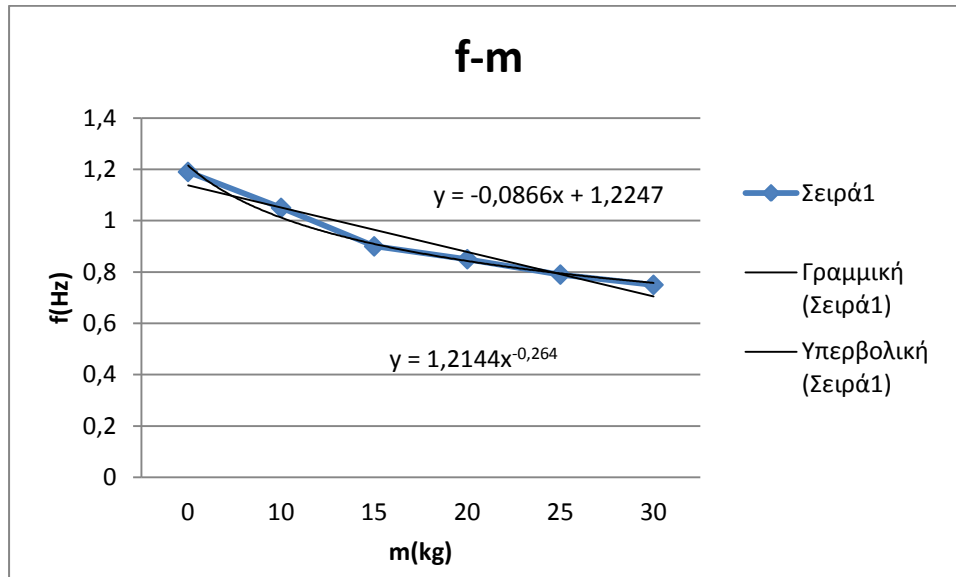
Σχήμα 6.36. Απεικόνιση των συχνοτήτων για ταλάντωση 30kg.



Σχήμα 6.37. Στιγμιότυπο μέτρησης βέλους κάμψης της θέσης ισορροπίας στα 30kg.

### 6.2.7 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ

Το πρώτο συμπέρασμα που μπορεί να εξαχθεί, είναι, όπως και στη δεύτερη σειρά δυναμικών πειραμάτων, η σχέση που καθορίζει τη συχνότητα λόγω μάζας, δηλαδή  $f = m^{-1/2}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα, όπου έχουν προστεθεί δύο διαφορετικές γραμμές τάσης (γραμμική και παραβολική) για σύγκριση. Επίσης παρατηρείται ότι το σύστημα ταλαντώνεται με διαφορετικές συχνότητες και ότι έχει την τάση να ισορροπεί στην ιδιοσυχνότητά του.



Σχήμα 6.38. Διάγραμμα f-m για τη δεύτερη σειρά δυναμικών πειραμάτων.

Συνεχίζοντας την ανάλυση για τη δεύτερη σειρά δυναμικών πειραμάτων, εάν εφαρμοσθούν οι γνωστοί μαθηματικοί τύποι (2.115) για τον προσδιορισμό της φυσικής συχνότητας της ταλάντωσης, όπως στις σελίδες 141,142 θα έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1110,82}{80}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{13,88} = \frac{1}{2\pi} 3,72 = 0,59 \text{ Hz}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi 0,59 = 3,72 \text{ rad/sec}$$

Μέσω αυτών των τύπων, μπορεί να εξαχθεί η πυκνότητα της πτέρυγας ως ακολούθως, μέσω του τύπου 2.127:

$$f_0 = \frac{3,5156}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} = 0,59 \text{ Hz} \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{3,5156^2 EI}{AL^4 4\pi^2 f_0^2} = \frac{3,5156^2 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{0,02067 * 7^4 * 4\pi^2 0,59^2} = 2271,82 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Η οποία, είναι η πυκνότητα σύνθετου υλικού του εσωτερικού της πτέρυγας. Συνεχίζοντας, θα βρεθούν οι φυσικές συχνότητες της πτέρυγας για τα κιλά τα οποία προστίθενται κατά την διάρκεια της ελεύθερης ταλάντωσης με απόσβεση (2.128):

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} f_0|_{10kg} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{(0,2235 * 2271,82 * 0,02067 * 7) + (10 * 7^3)}} = 1,64Hz \\ \omega_0 &= 2\pi f_0 = 2\pi 1,64 = 10,30rad/sec \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_0|_{15kg} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{(0,2235 * 2271,82 * 0,02067 * 7) + (15 * 7^3)}} = 1,35Hz \\ \omega_0 &= 2\pi f_0 = 2\pi 1,35 = 8,48rad/sec \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_0|_{20kg} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{(0,2235 * 2271,82 * 0,02067 * 7) + (20 * 7^3)}} = 1,17Hz \\ \omega_0 &= 2\pi f_0 = 2\pi 1,17 = 7,35rad/sec \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_0|_{25kg} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{(0,2235 * 2271,82 * 0,02067 * 7) + (25 * 7^3)}} = 1,04Hz \\ \omega_0 &= 2\pi f_0 = 2\pi 0,55 = 6,53rad/sec \end{aligned}$$

Τα αποτελέσματα συμφωνούν με τον τύπο  $f = m^{-1}$ .

$$\begin{aligned} f_0|_{30kg} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{0,2235\rho AL + m_{add}L^3}} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 * 19,14 * 10^9 * 6,54981 * 10^{-6}}{(0,2235 * 2271,82 * 0,02067 * 7) + (30 * 7^3)}} = 0,95Hz \end{aligned}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi 0,95 = 5,96 \text{ rad/sec}$$

Τα αποτελέσματα συμφωνούν με τον τύπο  $f = m^{-1}$ .

Η φυσική συχνότητα του συστήματος με απόσβεση είναι ίση με τον τύπο 6.11, [14]:

$$f_{damped} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2},$$

όπου  $\zeta$  είναι ο λόγος απόσβεσης (σχέση 6.12)  $\Rightarrow$

$$\zeta = \frac{\frac{1}{n-1} \left( \ln \frac{x_1}{x_0} \right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left[ \frac{1}{n-1} \left( \ln \frac{x_1}{x_0} \right)^2 \right]}}$$

Ο λόγος απόσβεσης,  $\zeta$  για τη δεύτερη σειρά δυναμικών πειραμάτων ισούται μετά από υπολογισμούς με το Wolfram Mathematica με:

$$\zeta|_{10\text{kg}} = \frac{\frac{1}{7} * \text{Log} \left( \frac{110}{8.256} \right)}{\sqrt{4 * \text{Pi}^2 + \left\{ \frac{1}{4} * \text{Log} \left[ \left( \frac{110}{8.256} \right) \right]^2 \right\}}} = 0,0576652$$

$$f_{damped}|_{10\text{kg}} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = 0,59 \sqrt{1 - 0,0576652^2} = 0,59 * 0,99 = 0,58 \text{ Hz}$$

$$\omega_{damped} = 2\pi f_{damped}|_{10\text{kg}} = 3,64 \text{ rad/sec}$$

$$\zeta|_{15\text{kg}} = \frac{\frac{1}{7} * \text{Log} \left( \frac{694}{183} \right)}{\sqrt{4 * \text{Pi}^2 + \left\{ \frac{1}{4} * \text{Log} \left[ \left( \frac{694}{183} \right) \right]^2 \right\}}} = 0,0301382$$

$$f_{damped}|_{15\text{kg}} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = 0,59 \sqrt{1 - 0,0301382^2} = 0,59 * 0,99 = 0,58 \text{ Hz}$$

$$\omega_{damped} = 2\pi f_{damped}|_{15\text{kg}} = 3,64 \text{ rad/sec}$$

$$\zeta|_{20kg} = \frac{\frac{1}{7} * \text{Log}\left(\frac{254}{241}\right)}{\sqrt{4 * \text{Pi}^2 + \left\{\frac{1}{4} * \text{Log}\left[\left(\frac{254}{241}\right)\right]^2\right\}}} = 0,0011945$$

$$f_{damped}|_{20kg} = f_0\sqrt{1 - \zeta^2} = 0,31\sqrt{1 - 0,0011945^2} = 0,59 * 0,99$$

$$= 0,58Hz$$

$$\omega_{damped} = 2\pi f_{damped}|_{20kg} = 3,64rad/sec$$

$$\zeta|_{25kg} = \frac{\frac{1}{7} * \text{Log}\left(\frac{270.77}{31.2}\right)}{\sqrt{4 * \text{Pi}^2 + \left\{\frac{1}{4} * \text{Log}\left[\left(\frac{270.77}{31.2}\right)\right]^2\right\}}} = 0,0484194$$

$$f_{damped}|_{25kg} = f_0\sqrt{1 - \zeta^2} = 0,59\sqrt{1 - 0,0484194^2} = 0,59 * 0,99$$

$$= 0,58Hz$$

$$\omega_{damped} = 2\pi f_{damped}|_{25kg} = 3,64rad/sec$$

$$\zeta|_{30kg} = \frac{\frac{1}{7} * \text{Log}\left(\frac{275}{11.57}\right)}{\sqrt{4 * \text{Pi}^2 + \left\{\frac{1}{4} * \text{Log}\left[\left(\frac{275}{11.57}\right)\right]^2\right\}}} = 0,0698511$$

$$f_{damped}|_{30kg} = f_0\sqrt{1 - \zeta^2} = 0,59\sqrt{1 - 0,0698511^2} = 0,59 * 0,99$$

$$= 0,58Hz$$

$$\omega_{damped} = 2\pi f_{damped}|_{30kg} = 3,648rad/sec$$

Η ακρίβεια του συγκεκριμένου τύπου μας εμποδίζει να εξάγουμε ασφαλή συμπεράσματα και σε αυτήν την περίπτωση.

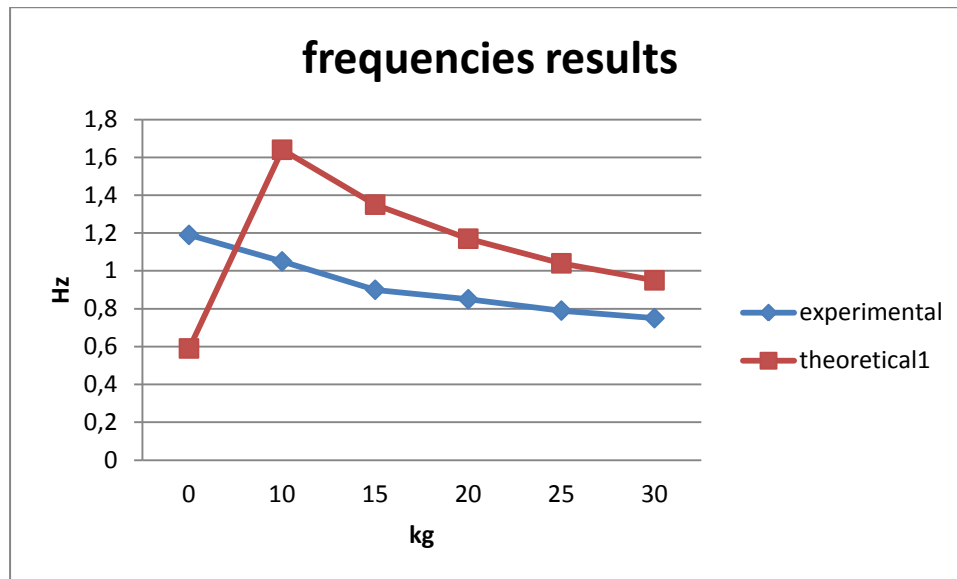




Σχήμα 6.39.Απεικόνιση της πάκτωσης με την απόσβεση του συστήματος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.19

Φορτίο P Kg	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ $f$ (Hz)	1 <sup>ο</sup> ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ $f$ (Hz)	2 <sup>ο</sup> ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ $f$ (Hz)	ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥ- 1 <sup>ΟΥ</sup> ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ
0	1,19	0,59	0,59	0,6
10	1,050	1,64	0,58	-0,59
15	0,90	1,35	0,58	-0,45
20	0,85	1,17	0,58	-0,32
25	0,79	1,04	0,58	-0,25
30	0,75	0,95	0,58	-0,20



Σχήμα 6.40. Διάγραμμα με την σύγκριση των συχνοτήτων που προκύπτουν πειραματικά και θεωρητικά.

Η μέση τιμή της απόκλισης είναι:

$$\sqrt{\frac{0,6^2 + 0,59^2 + 0,45^2 + 0,32^2 + 0,25^2 + 0,20^2}{6}} = 0,43\text{Hz}$$

Η απόκλιση οφείλεται αφενός σε λάθη μέτρησης που γίνανε κατά τη διάρκεια των πειραμάτων και κατά τη διάρκεια ανάλυσης του οπτικοακουστικού υλικού και αφετέρου λόγω των απλουστεύσεων στις μετρήσεις ούτως ώστε να ακολουθηθεί μια τυποποιημένη νόρμα μετρήσεων που ακολουθεί τους διεθνείς κανονισμούς. Επιπροσθέτως ο εμπειρικός χαρακτήρας ορισμένων από τις εξισώσεις και η απουσία παραγόντων τριβών σε αυτές είναι εις βάρος της ακρίβειας των αποτελεσμάτων.

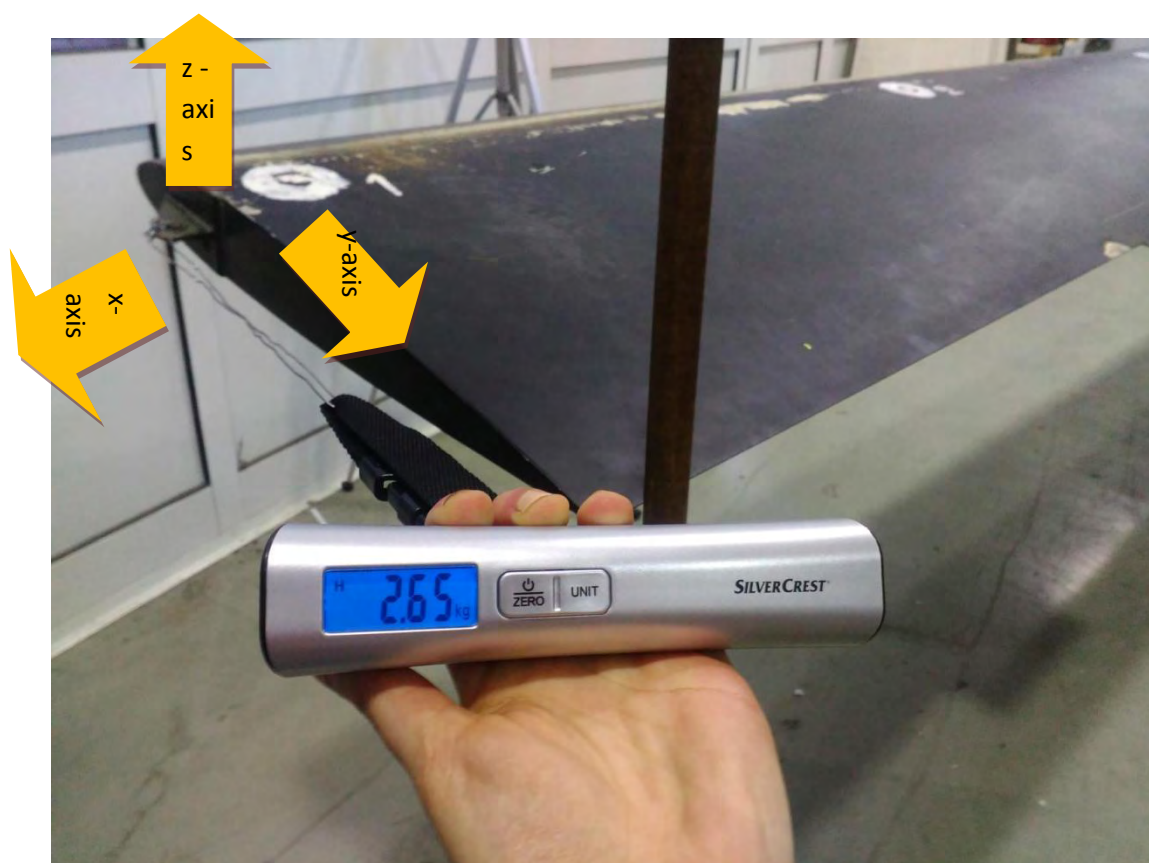
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.18

ΚΙΛΑ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΚΑΘΕΤΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ			
0kg	6,7	Κ.Θ.	1,1	(Α.Θ.)
10kg	6,4	Κ.Θ.	2,4	(Α.Θ.)
15kg	5,8	Κ.Θ.	1,3	(Α.Θ.)
20kg	6,2	Κ.Θ.	2,8	(Α.Θ.)
25kg	6,0	Κ.Θ.	1,7	(Α.Θ.)
30kg	8,2	Κ.Θ.	6,3	(Α.Θ.)

Από την ανάλυση του οπτικοακουστικού υλικού φαίνεται ότι η κατακόρυφη απόκλιση είναι εντονότερη κατά τη αρνητική διεύθυνση του κατακόρυφου άξονα z, (Κ.Θ.), λόγω της επίδρασης του βαρυντικού πεδίου και της επίδρασης του στατικού βέλους κάμψης της ελαστικής γραμμής.

### 6.3 ΤΡΙΤΗ ΣΕΙΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Στη τρίτη σειρά δυναμικών πειραμάτων, εκτελέσθηκε λοξή ταλάντωση τύπου edgewise, δηλαδή κατά μήκος του άξονα  $y$ , παράλληλα ως προς τη χορδή  $c$ . Αρχικά, μετρήθηκαν οι μετατοπίσεις ως προς τον άξονα  $y$ , οι οποίες πραγματοποιήθηκαν με τη βοήθεια ενός ηλεκτρονικού δυναμόμετρου εμβέλειας 0-50kg, όπως απεικονίζεται στη παρακάτω φωτογραφία.



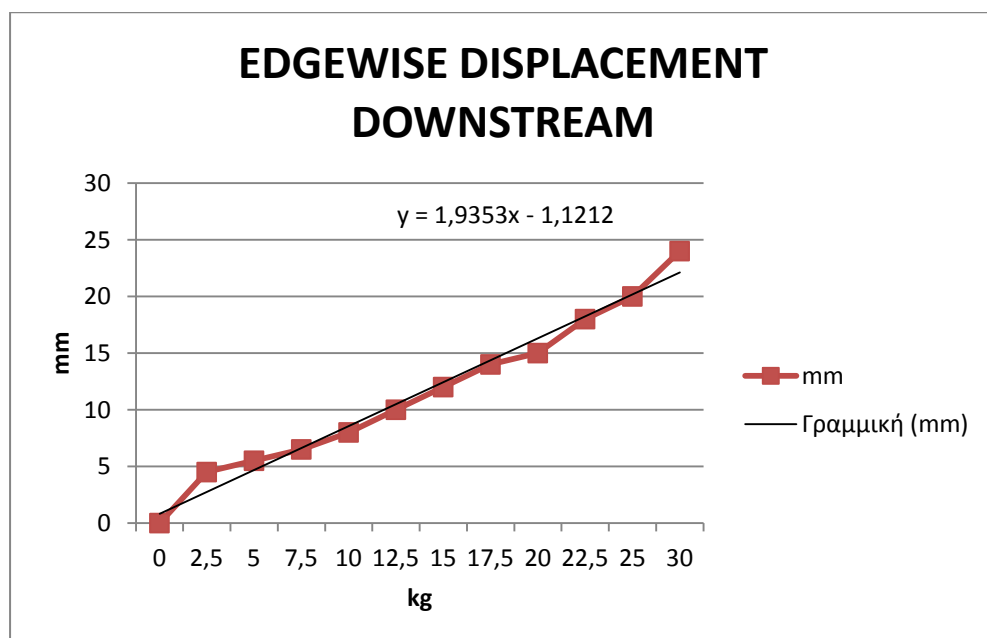
Σχήμα 6.41. Απεικόνιση του τρίτου δυναμικού πειράματος με το δυναμόμετρο (ο σιδερένιος στύλος είναι σημείο αναφοράς της μετρήσεως).

### 6.3.1 ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ ΠΡΟΣ Α.Φ.

Τα αποτελέσματα για το στατικό πείραμα κατά μήκος της χορδής προς την α.φ. (θετική φορά άξονα y) με  $\pm 2\text{mm}$  ως προς το σφάλμα είναι:

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.19

kg	mm
0	0
2,5	4,5
5	5,5
7,5	6,5
10	8
12,5	10
15	12
17,5	14
20	15
22,5	18
25	20
30	24



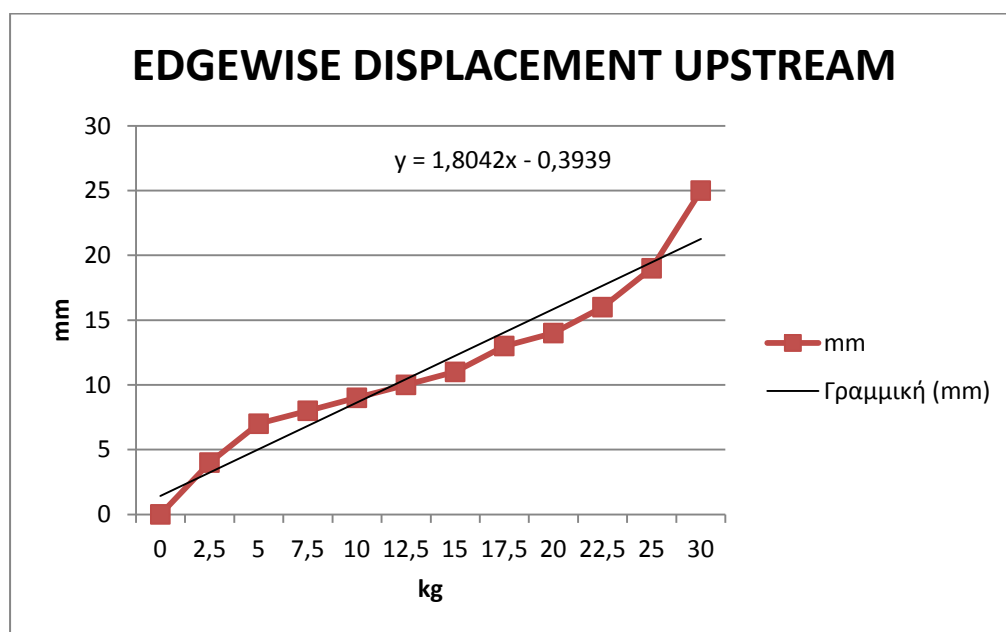
Σχήμα 6.42. Απεικόνιση της μετατόπισης κατά μήκος της χορδής προς την ακμή φυγής του τρίτου δυναμικού πειράματος.

### 6.3.2 ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ ΠΡΟΣ Α.Π.

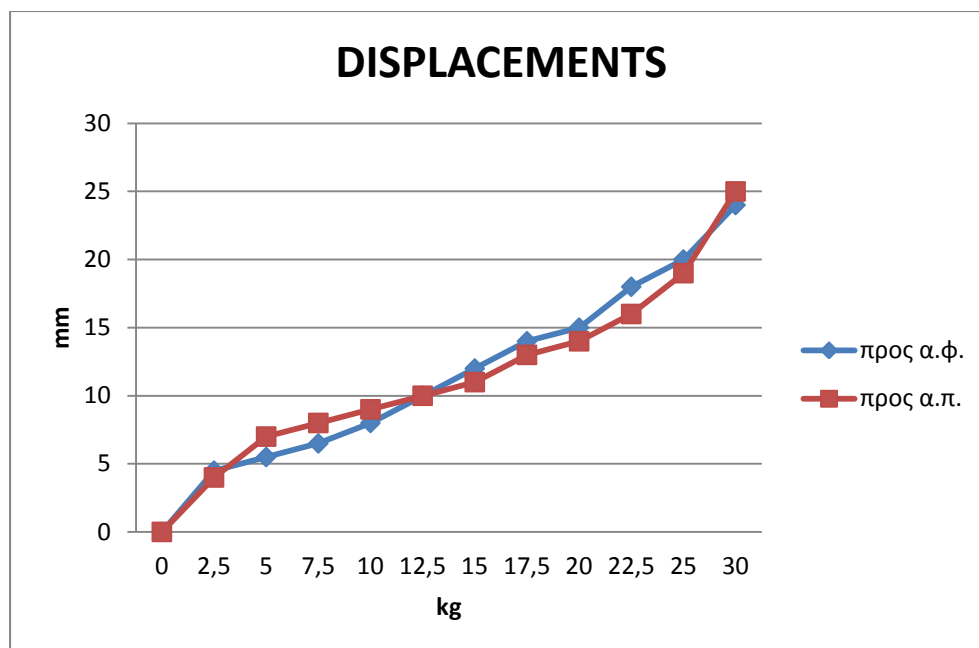
Τα αποτελέσματα για το upstream πείραμα (αρνητική φορά άξονα y) με  $\pm 2\text{mm}$  ως προς το σφάλμα είναι:

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.20

kg	mm
0	0
2,5	4
5	7
7,5	8
10	9
12,5	10
15	11
17,5	13
20	14
22,5	16
25	19
30	25



Σχήμα 6.43. Απεικόνιση της μετατόπισης κατά μήκος της χορδής προς την ακμή προσβολής του τρίτου δυναμικού πειράματος.



Σχήμα 6.44. Ταυτόχρονη απεικόνιση των δύο μετατοπίσεων του τρίτου δυναμικού πειράματος.

Παρατηρούμε ότι η μετατόπιση κατά μήκος της χορδής είναι πιο δύσκολο να πραγματοποιηθεί και ότι κατά την διεύθυνση της χορδής η δυσκαμψία είναι πολύ μεγαλύτερη, από ότι στην κατακόρυφη διεύθυνση.

### 6.3.3 ΛΟΞΗ-EDGEWISE ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Στο τρίτο δυναμικό πείραμα έγινε λοξή ή edgewise ταλάντωση. Το βίντεο αναλύθηκε σε καρέ μέσω των οποίων μετρήθηκαν τα μέγιστα πλάτη ταλαντώσεως ούτως ώστε να εξαχθεί η συχνότητα της ταλάντωσης. Χρησιμοποιήθηκαν εμπορικά λογισμικά όπως GIMP, ImageJ, Free Video to JPG Converter, Windows Movie Editor κ.α. Προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.21

Max Left Peak (sec.)	Max Right Peak (sec.)
2,43	2,57
2,73	2,87
3,03	3,17
3,30	3,43
3,60	3,73
3,87	4
4,13	4,27
4,40	4,53

$$T_1 = 2,73 - 2,43 = 0,3\text{sec} \Rightarrow f_1 = T^{-1} = 3,3\text{Hz} \Rightarrow \omega_1 = 2\pi f_1 \\ = 2\pi 3,3 = 20,73\text{rad/sec}$$

$$T_2 = 3,03 - 2,73 = 0,3\text{sec} \Rightarrow f_2 = T^{-1} = 3,3\text{Hz} \Rightarrow \omega_2 = 2\pi f_2 \\ = 2\pi 3,3 = 20,73\text{rad/sec}$$

$$T_3 = 3,30 - 3,03 = 0,27\text{sec} \Rightarrow f_3 = T^{-1} = 3,70\text{Hz} \Rightarrow \omega_3 = 2\pi f_3 \\ = 2\pi 3,70 = 23,24\text{rad/sec}$$

$$T_4 = 3,60 - 3,30 = 0,3\text{sec} \Rightarrow f_4 = T^{-1} = 3,3\text{Hz} \Rightarrow \omega_4 = 2\pi f_4 \\ = 2\pi 3,3 = 20,73\text{rad/sec}$$

$$T_5 = 3,87 - 3,60 = 0,27\text{sec} \Rightarrow f_5 = T^{-1} = 3,70\text{Hz} \Rightarrow \omega_5 = 2\pi f_5 \\ = 2\pi 3,70 = 23,24\text{rad/sec}$$

$$T_6 = 4,13 - 3,87 = 0,26\text{sec} \Rightarrow f_6 = T^{-1} = 3,86\text{Hz} \Rightarrow \omega_6 = 2\pi f_6 \\ = 2\pi 3,86 = 24,25\text{rad/sec}$$

$$T_7 = 4,40 - 4,13 = 0,27\text{sec} \Rightarrow f_7 = T^{-1} = 3,70\text{Hz} \Rightarrow \omega_7 = 2\pi f_7 \\ = 2\pi 3,70 = 23,24\text{rad/sec}$$

$$f_{mean} = \frac{3,3 * 3 + 3,70 * 3 + 3,86}{7} = \frac{24,86}{7} = 3,55\text{Hz} \Rightarrow$$

$$\omega_{mean} = 2\pi f_{mean} = 2\pi 3,55 = 22,31\text{rad/sec}$$

Παρατηρούμε ότι η ιδιοσυχνότητα της πτέρυγας κατά την λοξή (edgewise) ταλάντωση είναι πιο μεγάλη από την κυματιστή (flapwise) ταλάντωση, λόγω αυξημένης δυσκαμψίας στη διεύθυνση κατά μήκος της χορδής, συγκριτικά με την κατακόρυφη διεύθυνση.

## 6.4 ΤΕΤΑΡΤΗ ΣΕΙΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Η τέταρτη σειρά δυναμικών πειραμάτων, αφορά τη διεξαγωγή πολλαπλών μορφών ταλαντώσεων επί της πτέρυγας Bell Huey II, με τη χρήση επιταχυνσιόμετρου τύπου KISTLER 832C10T, ένα καλώδιο για το επιταχυνσιόμετρο 1631C, έναν ενισχυτή σήματος KISTLER 5134, έναν ψηφιακό παλμογράφο LEADER LBO, έναν μετατροπέα από αναλογικό σε ψηφιακό σήμα της εταιρείας National Instruments και το πρόγραμμα ανάλυσης πειραματικών δεδομένων LabView της εταιρείας National Instruments.

Το επιταχυνσιόμετρο τοποθετήθηκε στέρεα στη θέση No.1 της πτέρυγας, η οποία υπενθυμίζεται ότι απέχει 6cm από το ελεύθερο άκρο της τελευταίας. Το επιταχυνσιόμετρο συνδέθηκε στον ενισχυτή ούτως ώστε το σήμα εξόδου που παράγει να ενισχυθεί κατά 5 Volts (Gain = 5V). Στη συνέχεια, ο ενισχυτής συνδέθηκε στον παλμογράφο, στο κανάλι No.1. Ο ενισχυτής συνδέθηκε επίσης στον μετατροπέα σήματος, ο οποίος με τη σειρά του συνδέθηκε μέσω θύρας USB στον υπολογιστή.



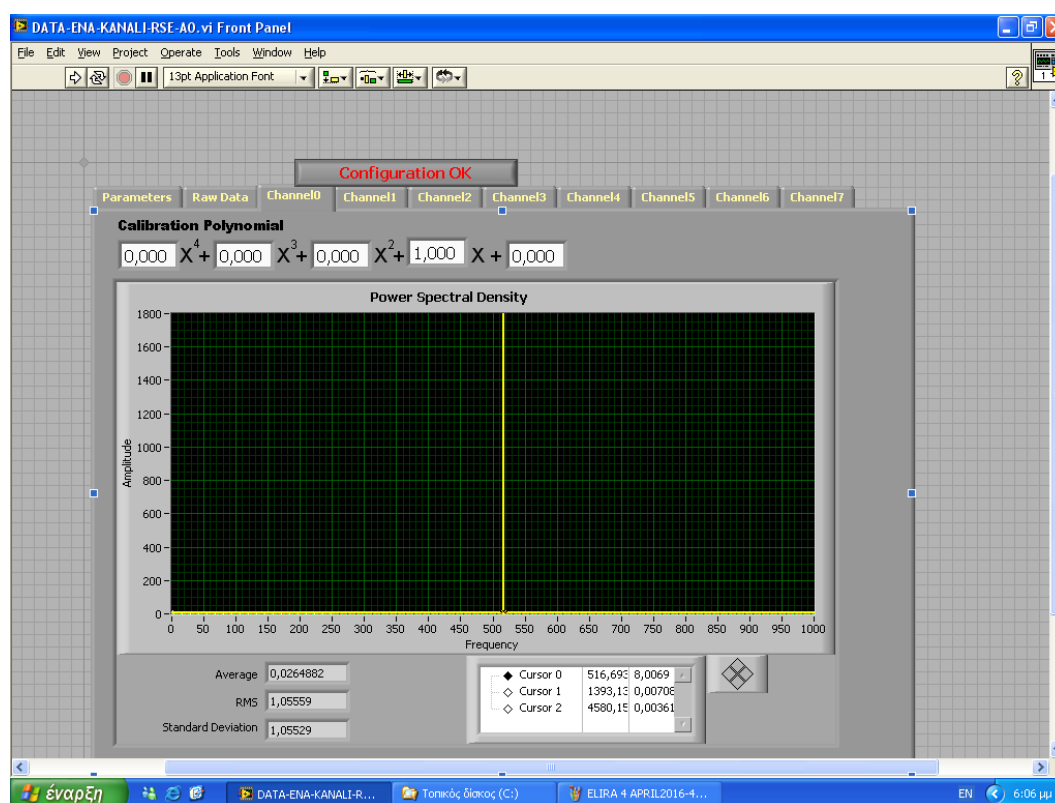
Σχήμα 6.45. Λεπτομέρεια του επιταχυνσιόμετρου με τη ρητίνη κόλλησης.

Συνολικά διεξήχθησαν 19 πειράματα, τα οποία περιελάμβαναν: ελεύθερες ταλαντώσεις με απόσβεση τύπου flapwise, ελεύθερες ταλαντώσεις με απόσβεση τύπου edgewise, συνδυασμό ελεύθερης και εξαναγκασμένης ταλάντωσης με

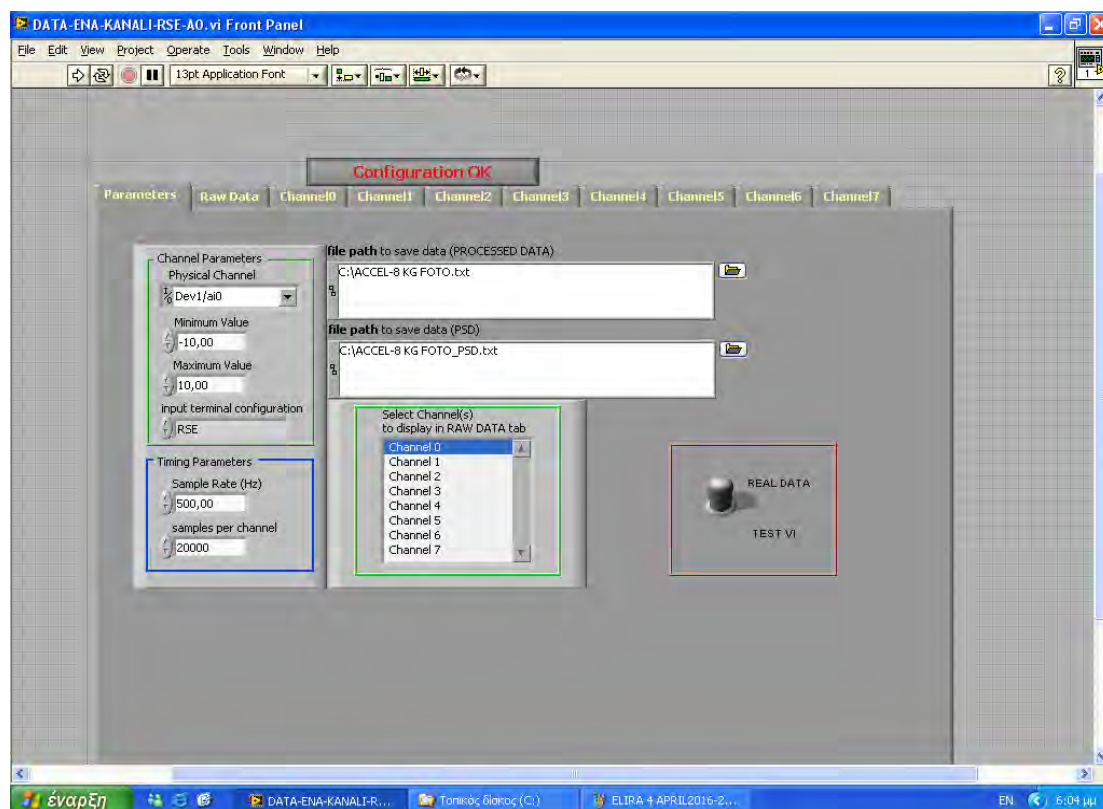


απόσβεση τύπου flarwise και edgewise καθώς και ταλάντωση κρουστικού τύπου flarwise.

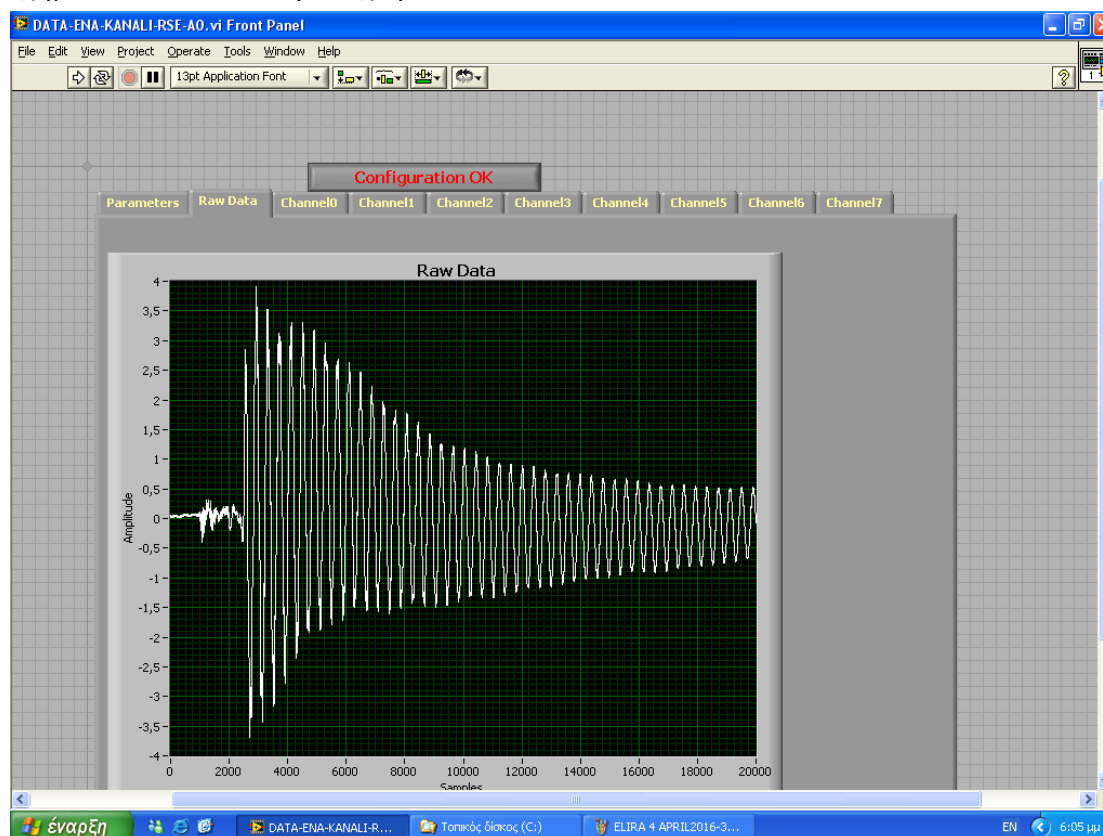
Τα πειραματικά αποτελέσματα από το LabView εξήχθησαν σε μορφή txt και αναλύθηκαν με Fast Fourier Transformation. Ο όρος Μετασχηματισμός Φουριέ (ΜΦ) αναφέρεται σε μία αυστηρώς ορισμένη μαθηματική διεργασία η οποία αποσυνθέτει μία συνάρτηση σε άθροισμα απείρων περιοδικών ημιτονοειδών και συνημιτονοειδών συναρτήσεων. Η διακριτή ανάλυση Fourier μετασχηματίζει τη συνάρτηση εξόδου από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας, αναλύοντάς την σε ένα διακριτό φάσμα περιοδικών σημάτων. Τα περιοδικά σήματα απαρτίζονται από την κύρια ή θεμελιώδη συχνότητα και τις πολλαπλάσιες ή αρμονικές αυτής. Η διακριτή εκδοχή του μετασχηματισμού Φουριέ μπορεί να εκτιμηθεί γρήγορα με τους υπολογιστές χρησιμοποιώντας αλγορίθμους γρήγορου μετασχηματισμού Φουριέ (Fast Fourier Transform, FFT). [17]. Στη προκειμένη περίπτωση ενδιαφερόμαστε για την κύρια ή θεμελιώδη συχνότητα και για την ισχύ του σήματος (magnitude), δηλαδή την απόλυτη τιμή του μιγαδικού αριθμού που προκύπτει από τον μετασχηματισμό Fourier.



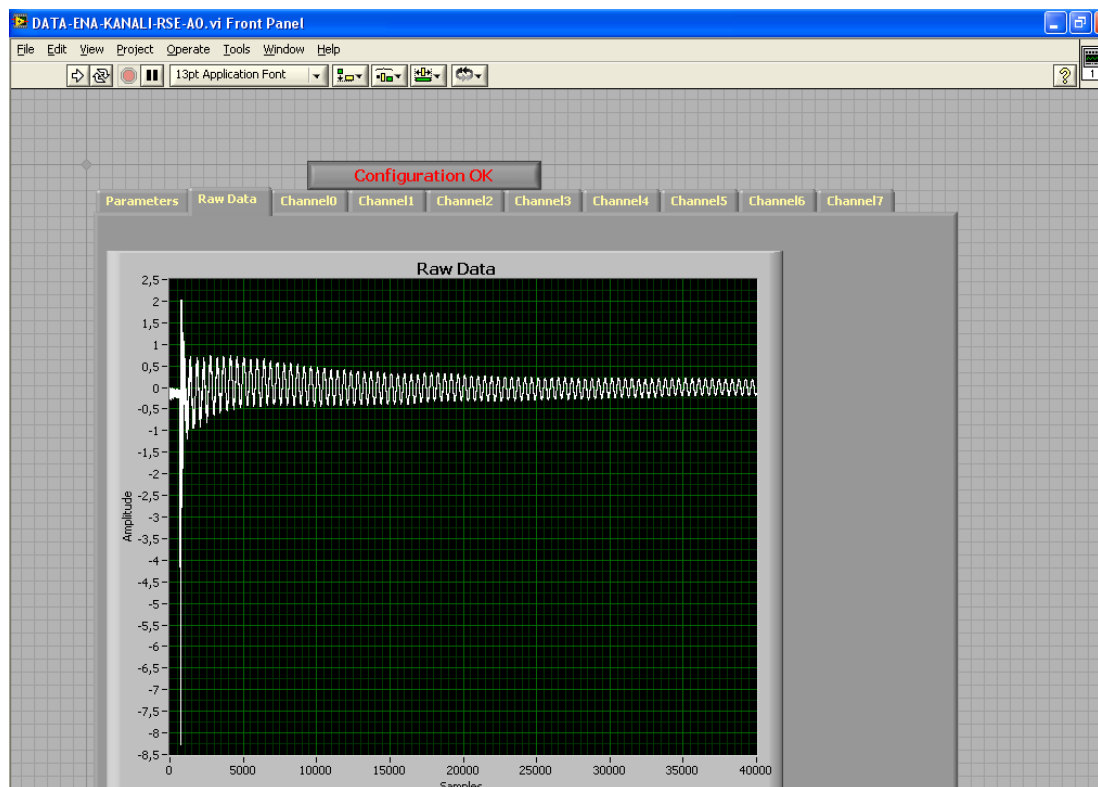
Σχήμα 6.46. Απεικόνιση της πολωνυμικής μορφής του σήματος,  $y=x$  του προγράμματος LabView.



Σχήμα 6.47. Απεικόνιση του χώρου LabView.



Σχήμα 6.48. Απεικόνιση των κυματομορφών της ελεύθερης ταλάντωσης με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 8kg, όπως υπολογίστηκαν από το LabView.



Σχήμα 6.49.Απεικόνιση των κυματομορφών της κρουστικής ταλάντωσης με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 8kg, ύψους 5mm,όπως υπολογίστηκαν από το LabView.

1<sup>ο</sup> πείραμα, δοκιμαστικό με ακίνητη πτέρυγα, flapwise μέτρηση:

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 1000

Διάρκεια 1<sup>ου</sup> πειράματος = 2sec

Μέση Τιμή -Mean Value = 0,01V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,00598V

2<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, flapwise μέτρηση:

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 20 000

Διάρκεια 2<sup>ου</sup> πειράματος = 40sec

Μετατόπιση προς τα κάτω για αρχικό πλάτος = 220mm

Μέση Τιμή -Mean Value = -0,00725V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 1,08974V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0 = 1,12$  Hz

Magnitude = 1,044

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2 = 7,87$  Hz

Magnitude = 0,22

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

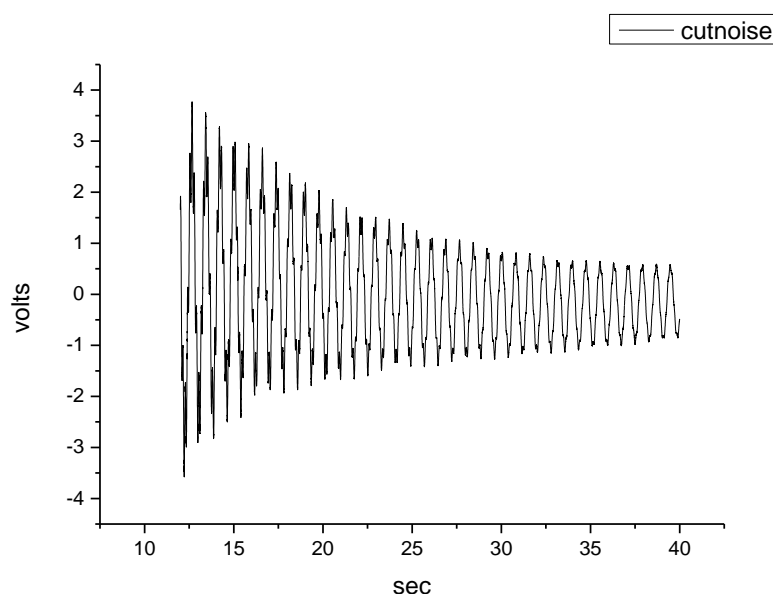
$f_0 = 1,24$  Hz

Magnitude = 6292,000

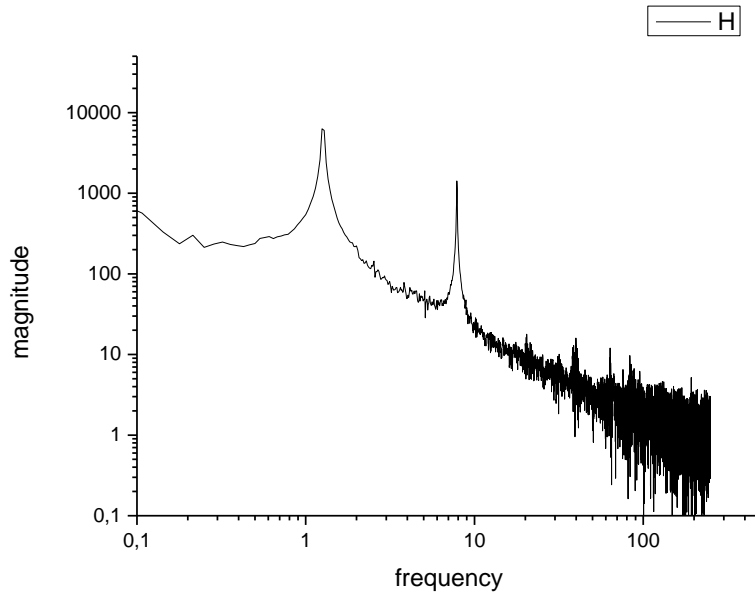
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2 = 7,85$  Hz

Magnitude = 1420,3



Σχήμα 6.50. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.51. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=1,24$  Hz, Magnitude=6292,000.

3<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, flapwise μέτρηση:

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 3<sup>ου</sup> πειράματος =80sec

Μετατόπιση προς τα κάτω για αρχικό πλάτος = 220mm

Μέση Τιμή -Mean Value =0,00948V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,7723V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT :

$f_0=1,27$  Hz

Magnitude=11266

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,87$  Hz

Magnitude=1182,114

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

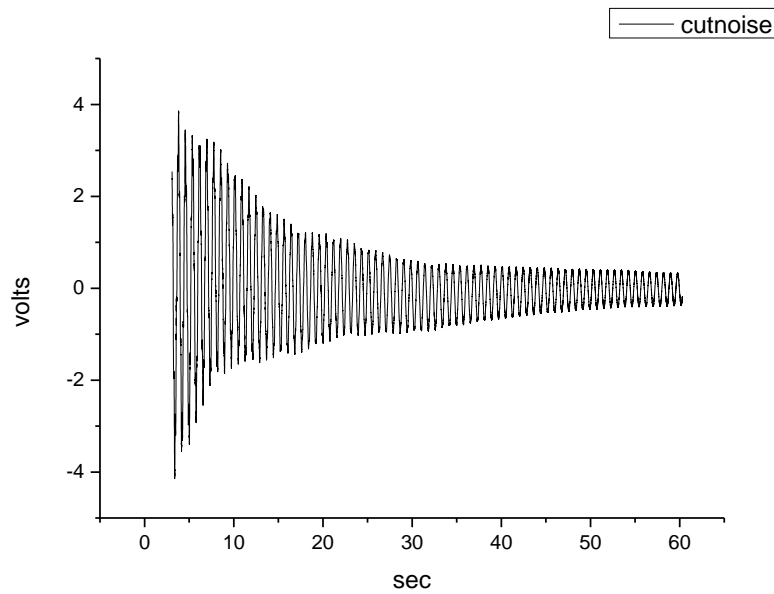
$f_0=1,27$ Hz

Magnitude=10876,371

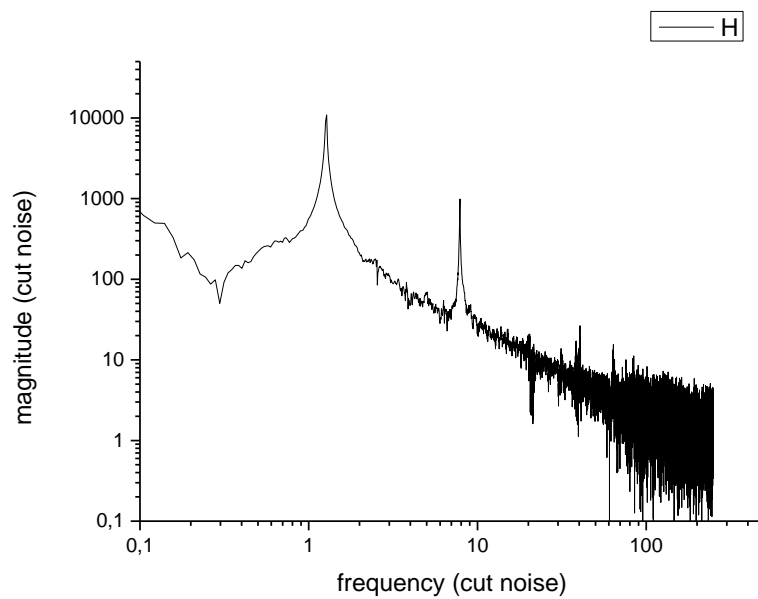
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,86$  Hz

Magnitude=987,99



Σχήμα 6.52. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.53. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=1,27\text{Hz}$ , Magnitude=10876,371.

4<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 10kg, flapwise μέτρηση:

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 4<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Μετατόπιση προς τα κάτω για αρχικό πλάτος = 220mm

Μέση Τιμή -Mean Value = -0,00506V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,5188V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT :

$f_0=1,08$  Hz

Magnitude=9775,2

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,35$  Hz

Magnitude=75,66

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

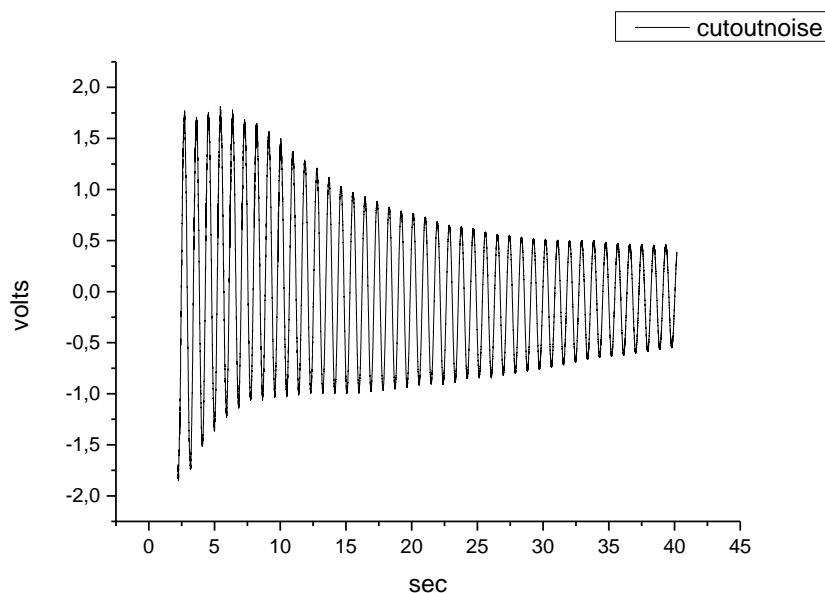
$f_0=1,10$ Hz

Magnitude=5308,68

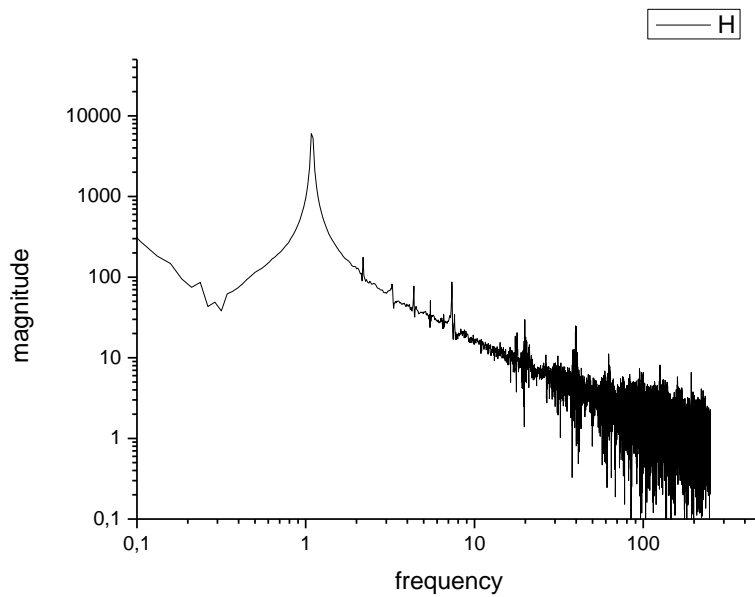
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,34$  Hz

Magnitude=86,94



Σχήμα 6.54. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.55. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=1,10\text{Hz}$ , Magnitude=5308,68.

5<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 15kg, flapwise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 5<sup>ου</sup> πειράματος =80sec

Μετατόπιση προς τα κάτω για αρχικό πλάτος = 220mm

Μέση Τιμή -Mean Value =-0,00621V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,3662V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=0,96\text{ Hz}$

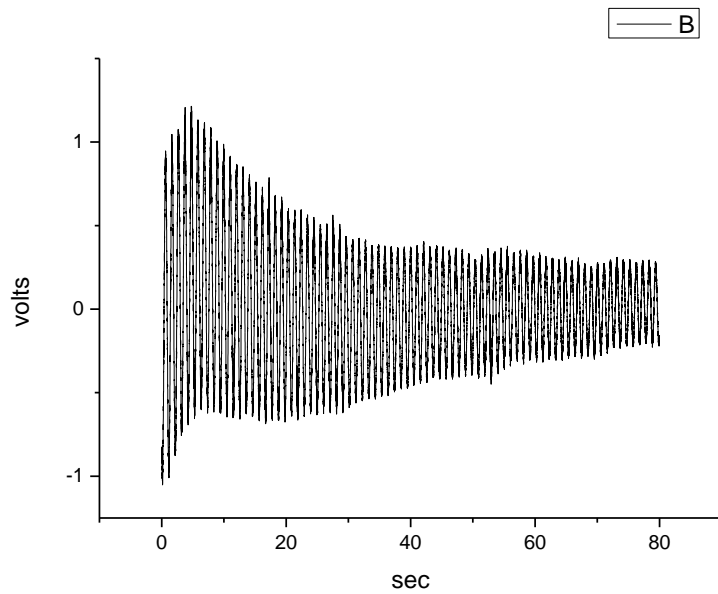
Magnitude=8697,1

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

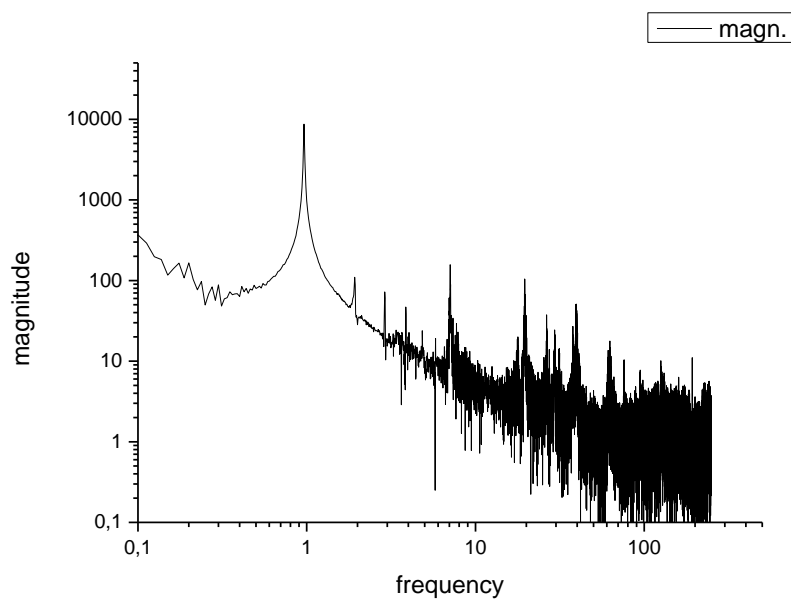
$f_2= 7,08\text{ Hz}$

Magnitude=151,45





Σχήμα 6.56. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.57. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=0,96\text{Hz}$ ,  $\text{Magnitude}=8697,1$ .

6<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 20kg, flapwise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 6<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Μετατόπιση προς τα κάτω για αρχικό πλάτος = 220mm

Μέση Τιμή -Mean Value = -0,00514V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,4957V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=0,87$  Hz

Magnitude=11991,85

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 6,97$  Hz

Magnitude=71,67

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς (θόρυβος κομμένος):

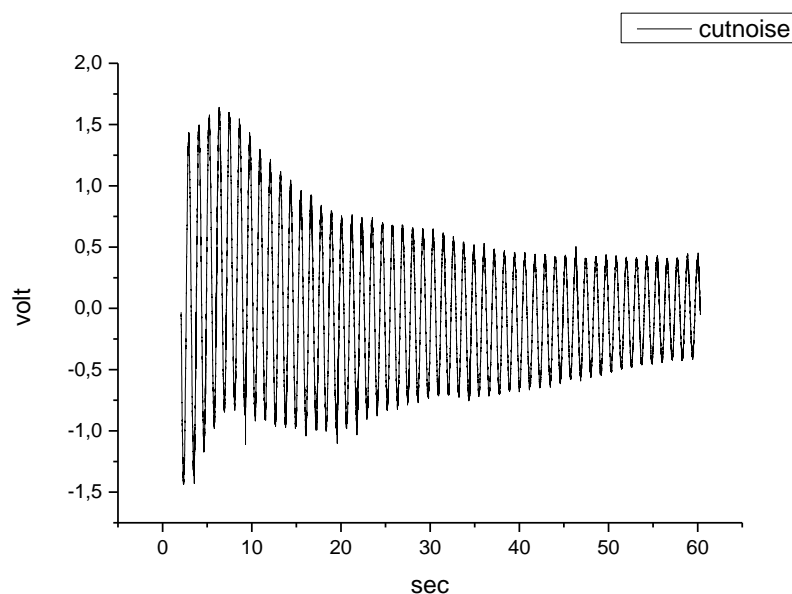
$f_0=0,89$  Hz

Magnitude=1939,2

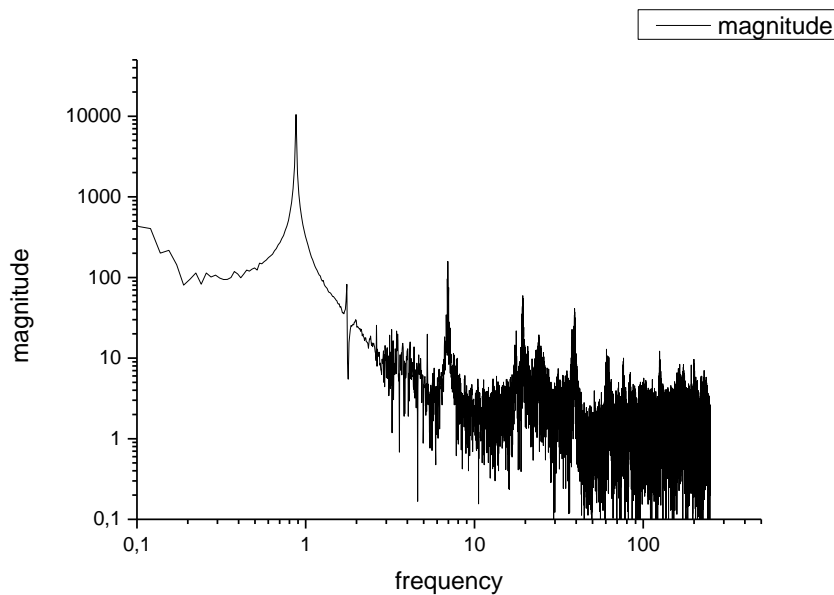
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 6,95$  Hz

Magnitude=158,32



Σχήμα 6.58. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.59. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=0,89\text{Hz}$ , Magnitude=1939,2.

7<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 25kg, flapwise μέτρηση:

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 7<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Μετατόπιση προς τα κάτω για αρχικό πλάτος = 220mm

Μέση Τιμή -Mean Value =  $3,86 \cdot 10^{-5}\text{V}$

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,4933V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=0,81\text{ Hz}$

Magnitude=9157,61

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 6,9\text{ Hz}$

Magnitude=76,388

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

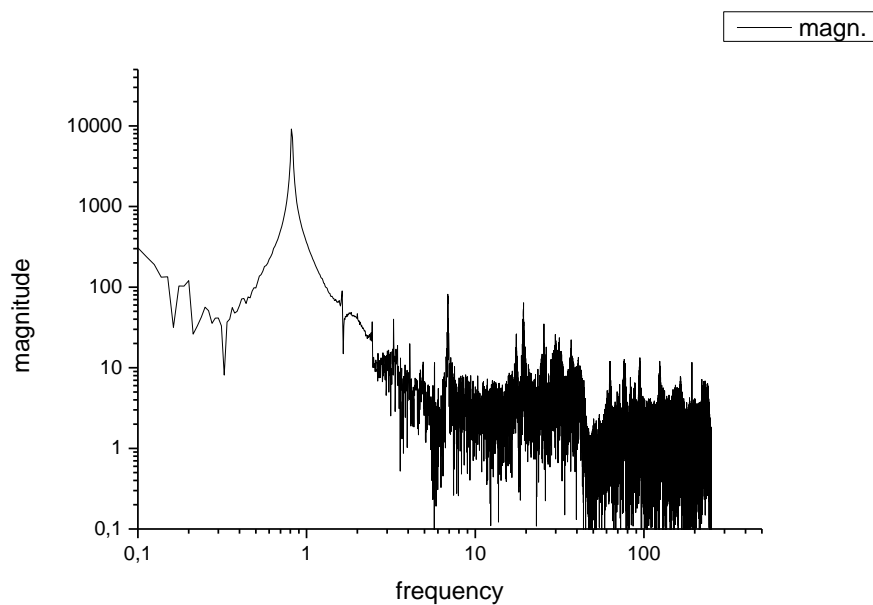
$f_0=0,82\text{ Hz}$

Magnitude=9360,62

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 6,87\text{ Hz}$

Magnitude=76,64



Σχήμα 6.70. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=0,82\text{Hz}$ , Magnitude=9360,62.

8<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 30kg, flapwise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 8<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Μετατόπιση προς τα κάτω για αρχικό πλάτος = 220mm

Μέση Τιμή -Mean Value = -0,00503V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,4051V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=0,76$  Hz

Magnitude=7003,31

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 6,78$ Hz

Magnitude=46,34

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

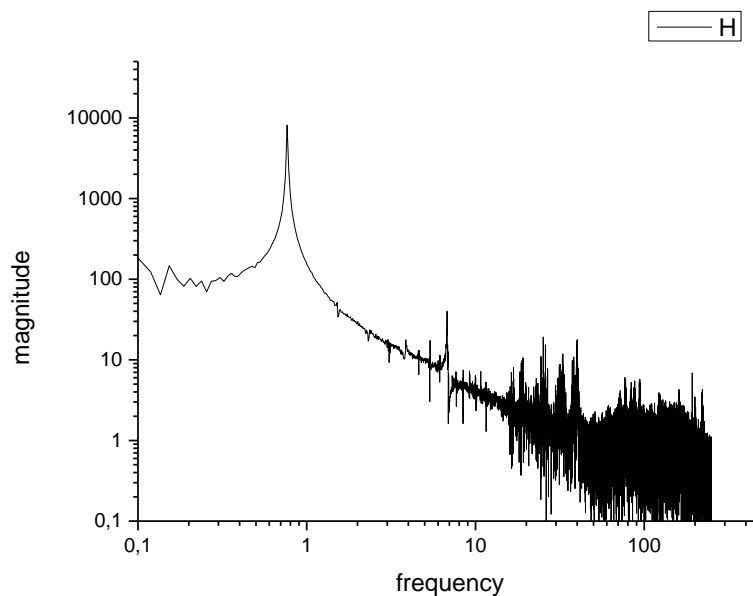
$f_0=0,76$  Hz

Magnitude=8121,26

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 6,78$  Hz

Magnitude=40,03



Σχήμα 6.71. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=0,76$ Hz, Magnitude=8121,26.

9<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, edgewise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 9<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Μετατόπιση προς τα αριστερά για αρχικό πλάτος = 22mm

Μέση Τιμή -Mean Value = -0,00222V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,37463V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=3,57$  Hz

Magnitude=2169

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,06$ Hz

Magnitude=109,69

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

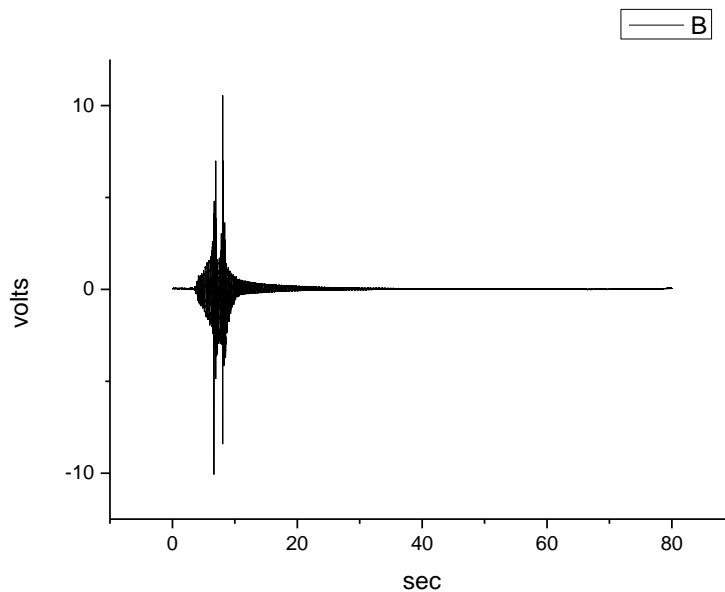
$f_0=3,56$  Hz

Magnitude=2140,19

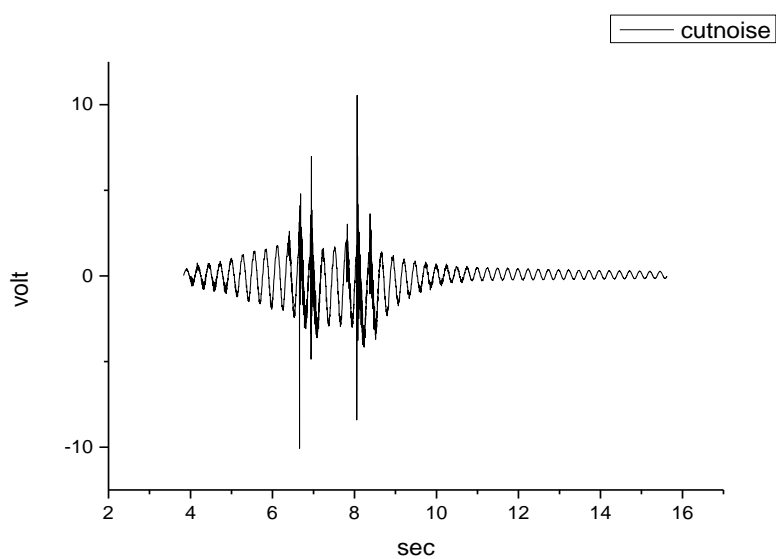
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,12$  Hz

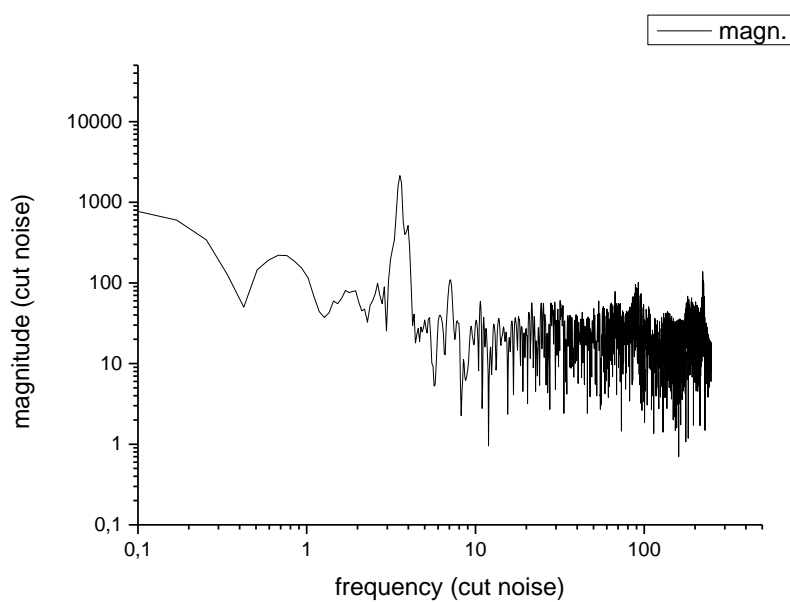
Magnitude=109,32



Σχήμα 6.72. Απεικόνιση ολόκληρης της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου.



Σχήμα 6.73. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.74. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=3,56\text{Hz}$ , Magnitude=2140,19.

10<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, επαναληπτικό,edgewise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 10<sup>ου</sup> πειράματος =80sec

Μετατόπιση προς τα αριστερά για αρχικό πλάτος = 22mm

Μέση Τιμή -Mean Value= -0,00188V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,31378V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=3,55\text{Hz}$

Magnitude=1617,32

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,11\text{Hz}$

Magnitude=135,00

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

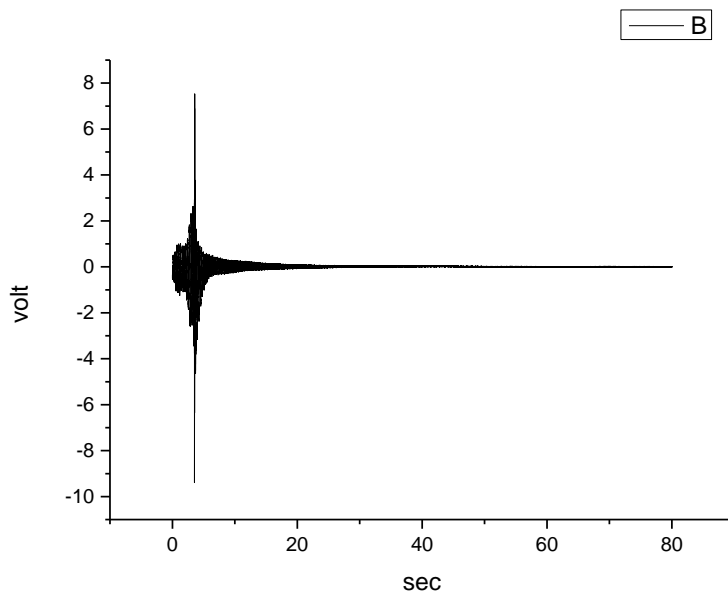
$f_0=3,57\text{ Hz}$

Magnitude=1566,42

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

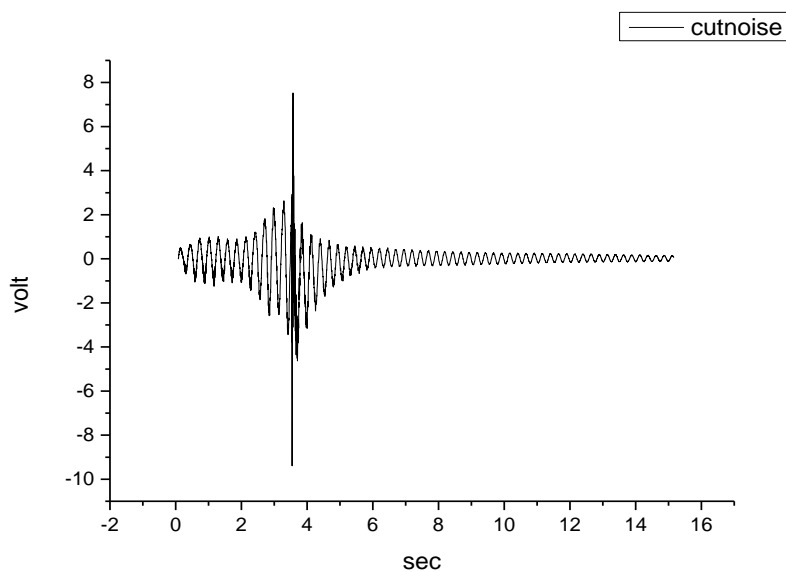
$f_2= 7,15\text{ Hz}$

Magnitude=124,60

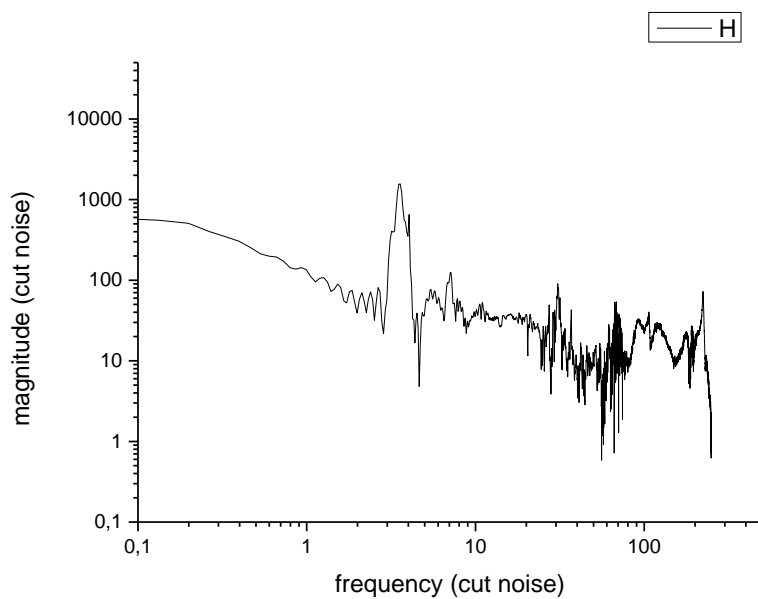


Σχήμα 6.75. Απεικόνιση ολόκληρης της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου.





Σχήμα 6.76. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.77. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=3,57\text{Hz}$ , Magnitude=1566,42.

11<sup>ο</sup> πείραμα, εξαναγκασμένη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, edgewise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 11<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Μετατόπιση προς τα αριστερά για αρχικό πλάτος = 22mm

Μέση Τιμή -Mean Value = -0,00151V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,89728V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=3,55\text{Hz}$

Magnitude=10034,51

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 10,55\text{Hz}$

Magnitude=312,57

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς (θόρυβος κομμένος):

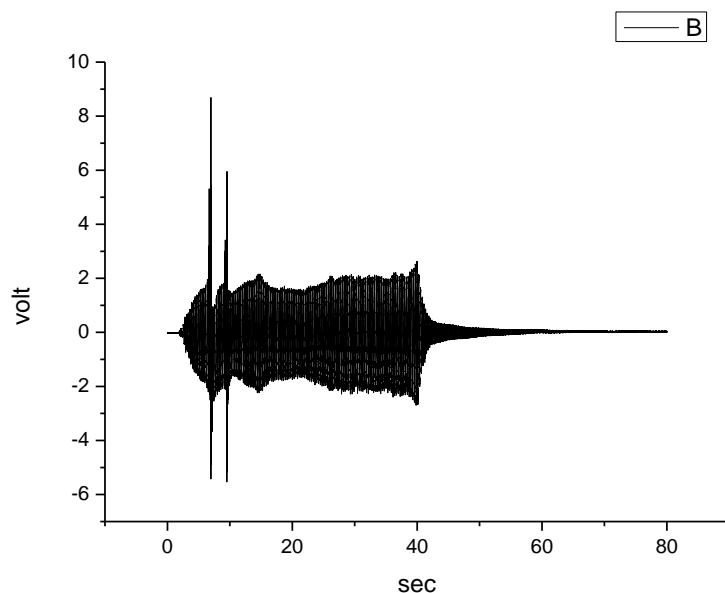
$f_0=3,50\text{ Hz}$

Magnitude=8875,74

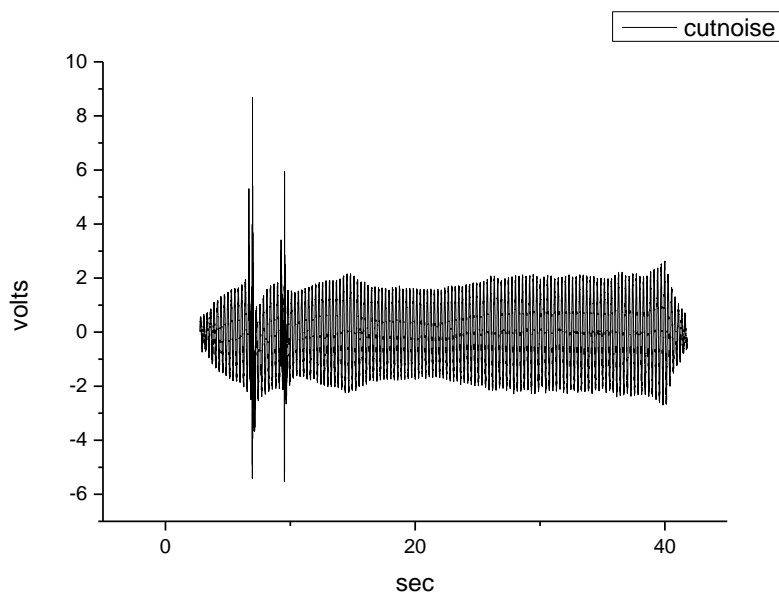
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 10,55\text{ Hz}$

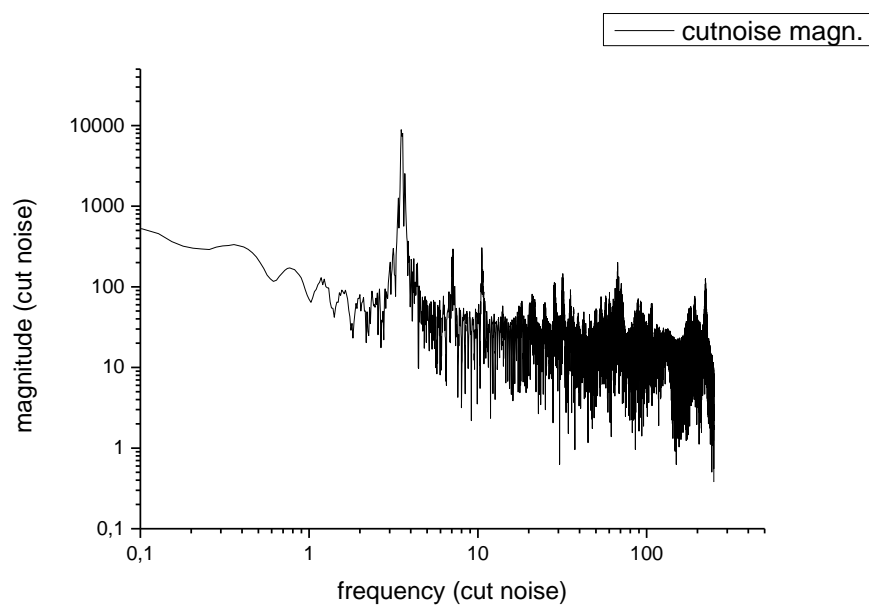
Magnitude=304,58



Σχήμα 6.78. Απεικόνιση ολόκληρης της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου.



Σχήμα 6.79. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.80. Απεικόνιση της ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=3,50\text{Hz}$ , Magnitude=8875,74.

12<sup>ο</sup> πείραμα, συνδυασμός εξαναγκασμένης και ελεύθερης ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 10kg, edgewise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 12<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Μετατόπιση προς τα αριστερά για αρχικό πλάτος = 22mm

Μέση Τιμή - Mean Value = 0,00054V

Τυπική Απόκλιση - Standard Deviation = 0,46228V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT για την ελεύθερη ταλάντωση:

$f_0=3,10\text{Hz}$

Magnitude=1906,26

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 31,26\text{Hz}$

Magnitude=133,99

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος για την ελεύθερη ταλάντωση (θόρυβος κομμένος):

$f_0=3,12\text{ Hz}$

Magnitude=1763,71

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 31,24\text{ Hz}$

Magnitude=121,77

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT για την εξαναγκασμένη ταλάντωση:

$f_0=3,16\text{Hz}$

Magnitude=2139,38

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 31,73\text{Hz}$

Magnitude=165,56

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος για την εξαναγκασμένη ταλάντωση (θόρυβος κομμένος):

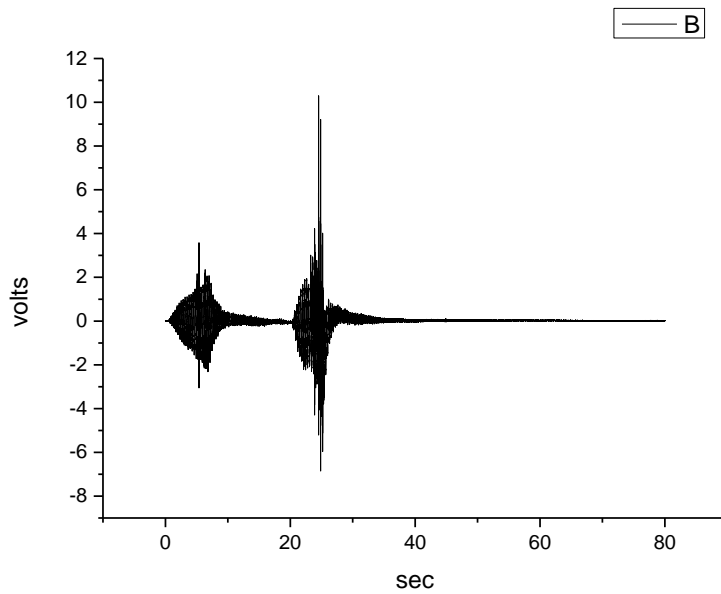
$f_0=3,15\text{ Hz}$

Magnitude=2172,03

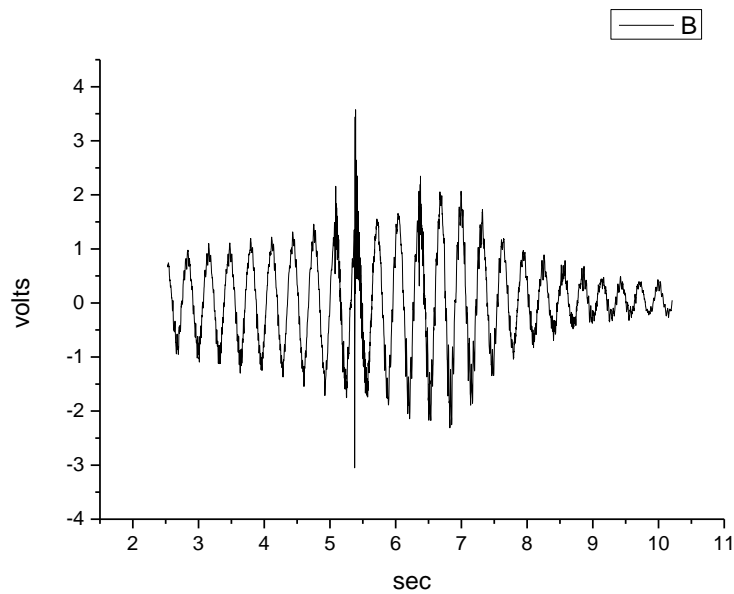
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 31,74\text{ Hz}$

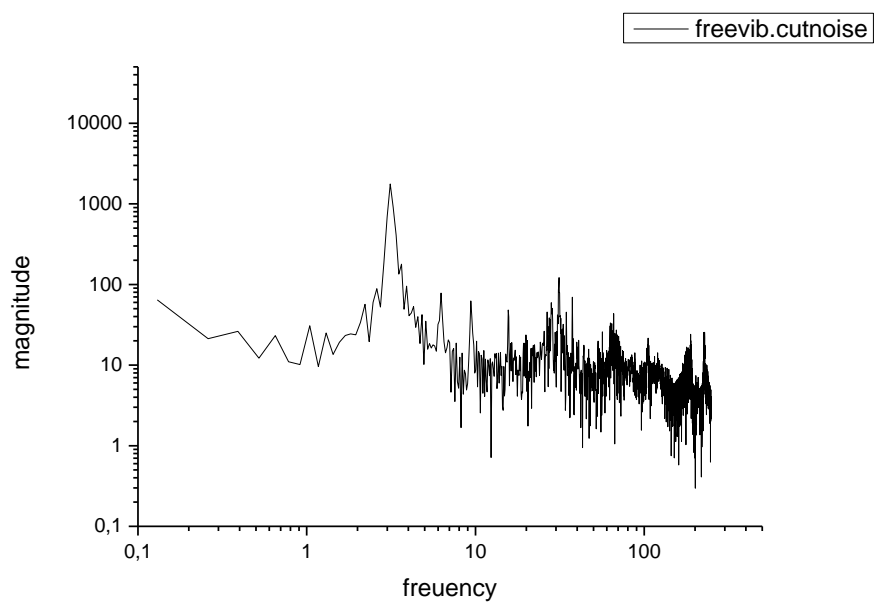
Magnitude=170,05



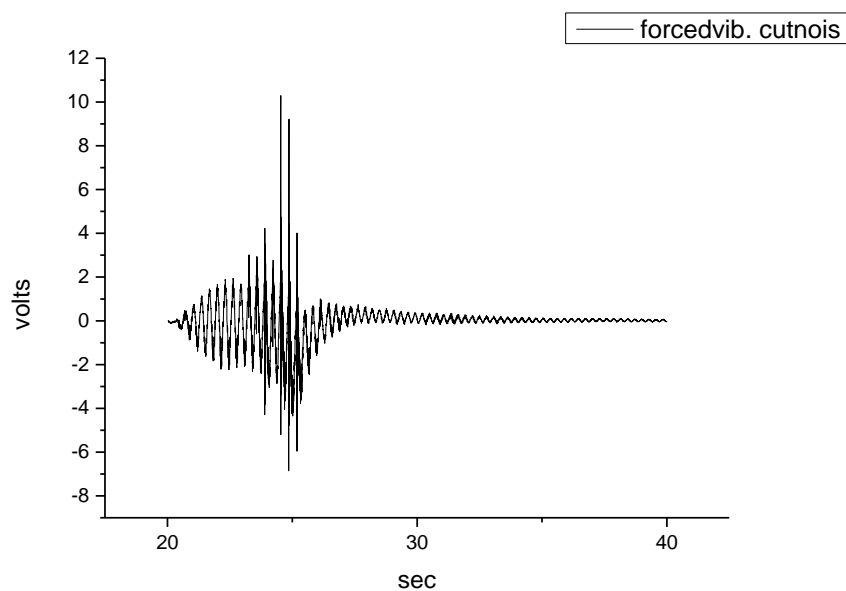
Σχήμα 6.81. Απεικόνιση ολόκληρης της ταλάντωσης (ελεύθερης και εξαναγκασμένης) στο πεδίο του χρόνου.



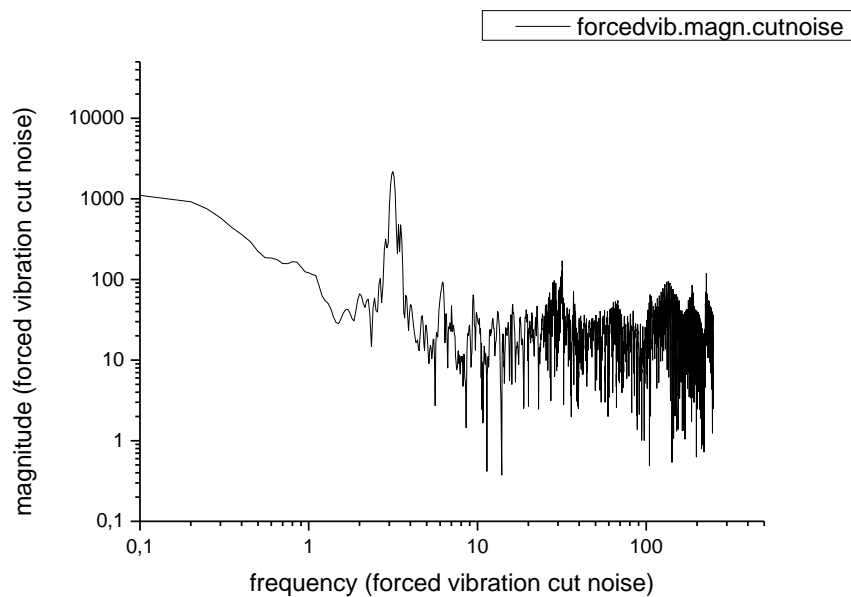
Σχήμα 6.82. Απεικόνιση της ελεύθερης ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.83. Απεικόνιση της ελεύθερης ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=3,12\text{Hz}$ , Magnitude=1763,71.



Σχήμα 6.84. Απεικόνιση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου.



Σχήμα 6.85. Απεικόνιση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=3,15\text{Hz}$ , Magnitude=2172,03.

13<sup>ο</sup> πείραμα, ελεύθερη ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 15kg, edgewise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 13<sup>ου</sup> πειράματος =80sec

Μετατόπιση προς τα αριστερά για αρχικό πλάτος = 22mm

Μέση Τιμή -Mean Value = -0,00451V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation = 0,21378V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=2,68\text{Hz}$

Magnitude=1553,58

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 5,25\text{Hz}$

Magnitude=109,20

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

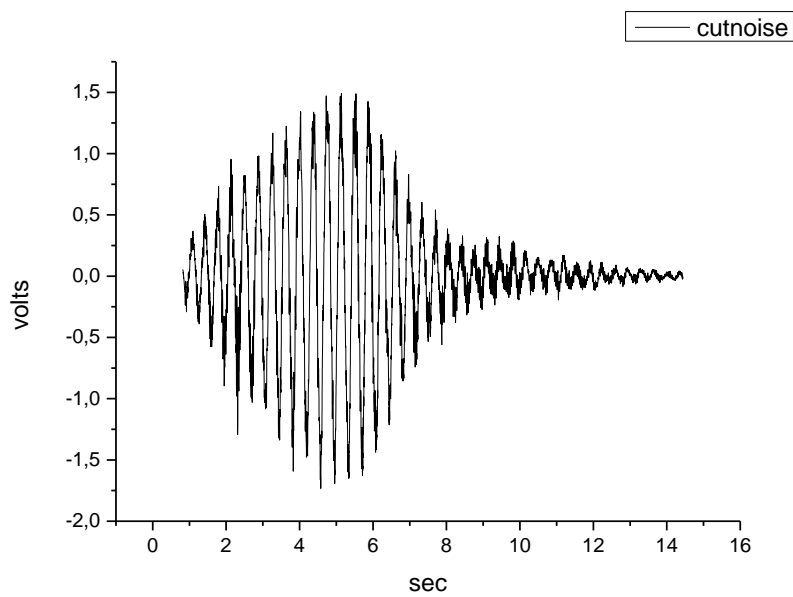
$f_0=2,71\text{ Hz}$

Magnitude=1480,16

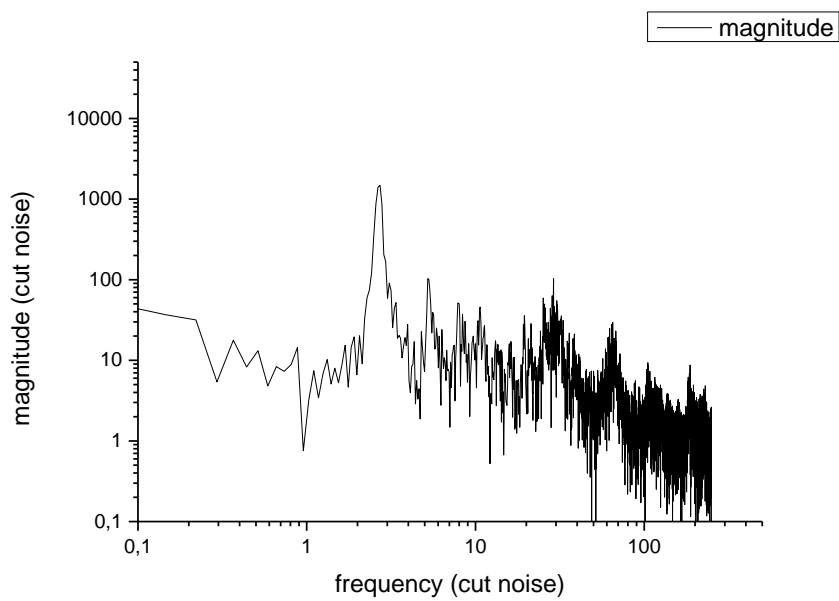
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 5,21\text{ Hz}$

Magnitude=103,08



Σχήμα 6.86. Απεικόνιση της ελεύθερης ταλάντωσης με απόσβεση στο πεδίο του χρόνου.



Σχήμα 6.87. Απεικόνιση της ελεύθερης ταλάντωσης με απόσβεση στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=2,71\text{Hz}$ ,  $\text{Magnitude}=1480,16$ .



14<sup>ο</sup> πείραμα, κρουστική ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους  
10kg, flapwise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 14<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Ύψος ρίψης βαριδίου = 220mm

Ορμή:  $p = m\sqrt{2gh} = 10\sqrt{2 * 9,8 * 0,220} = 20,76Nsec$

Μέση Τιμή -Mean Value = 0,52575V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation= 4,21423V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

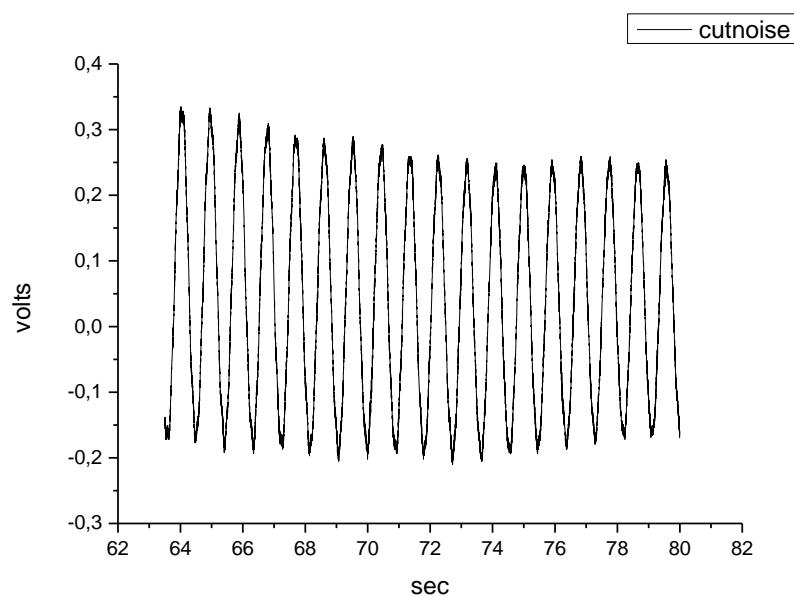
$f_0=1,09$  Hz

Magnitude=917,89

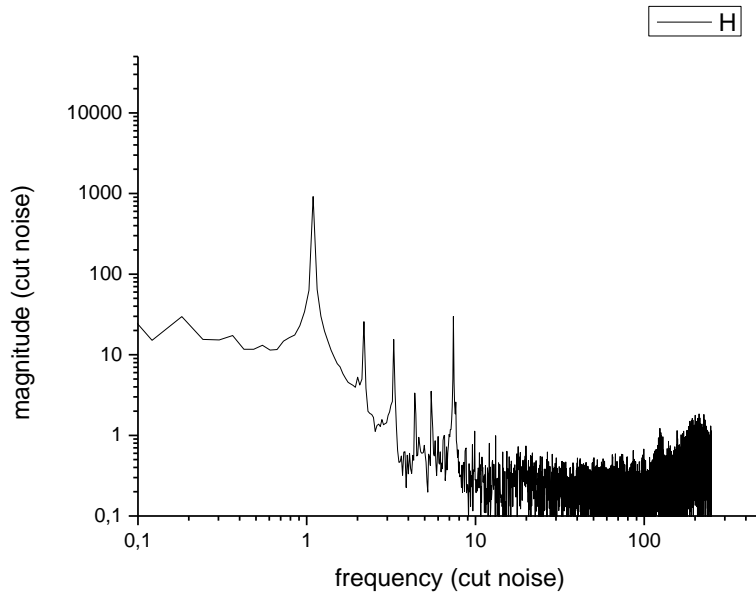
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,39$  Hz

Magnitude=29,84



Σχήμα 6.88. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου.



Σχήμα 6.89. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=1,09\text{Hz}$ , Magnitude=917,89.

15<sup>ο</sup> πείραμα, κρουστική ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 10kg, flapwise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 15<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Ύψος ρίψης βαριδίου = 110mm

Ορμή:  $p = m\sqrt{2gh} = 10\sqrt{2 * 9,8 * 0,110} = 14,68\text{Nsec}$

Μέση Τιμή -Mean Value = 0,42660V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation= 4,35974V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

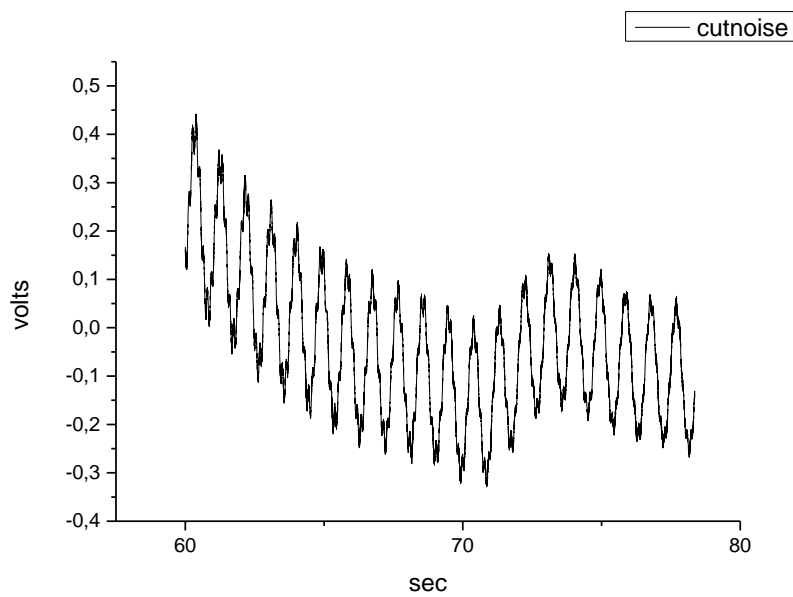
$f_0=1,08\text{ Hz}$

Magnitude=707,57

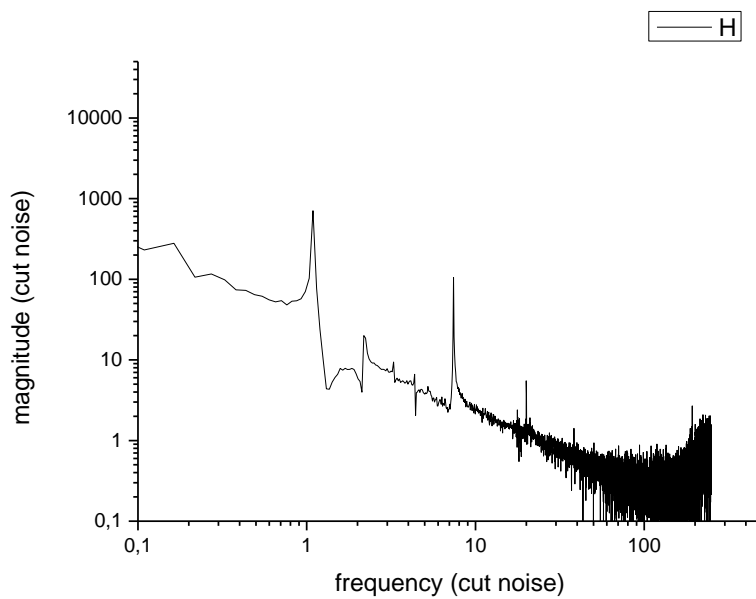
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,4\text{ Hz}$

Magnitude=104,96



Σχήμα 6.90. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.91. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=1,08\text{Hz}$ , Magnitude=707,57.

16<sup>ο</sup> πείραμα, κρουστική ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 10kg, flapwise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 16<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Ύψος ρίψης βαριδίου = 55mm

Ορμή:  $p = m\sqrt{2gh} = 10\sqrt{2 * 9,8 * 0,055} = 10,38Nsec$

Μέση Τιμή - Mean Value = 0,00103V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation= 1,44407V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=1,1Hz$

Magnitude=4915,17

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,4Hz$

Magnitude=2376,5

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

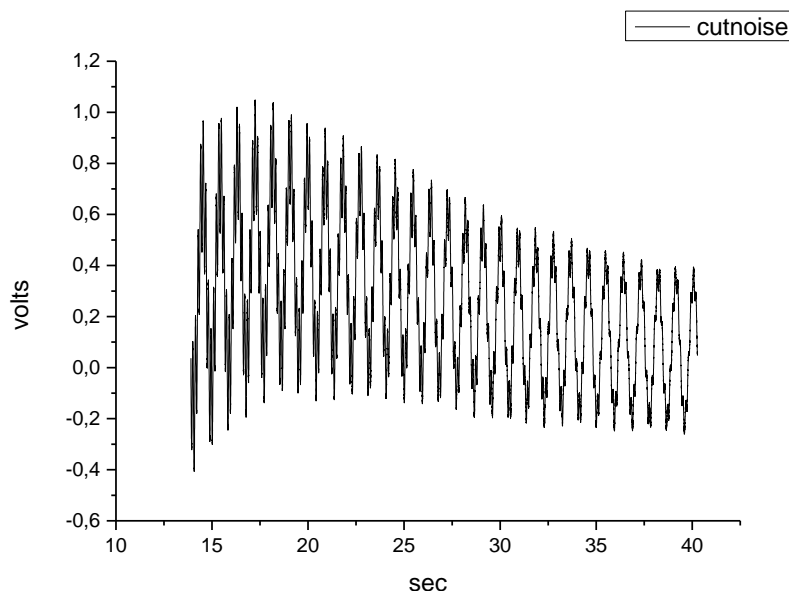
$f_0=1,09Hz$

Magnitude=2194

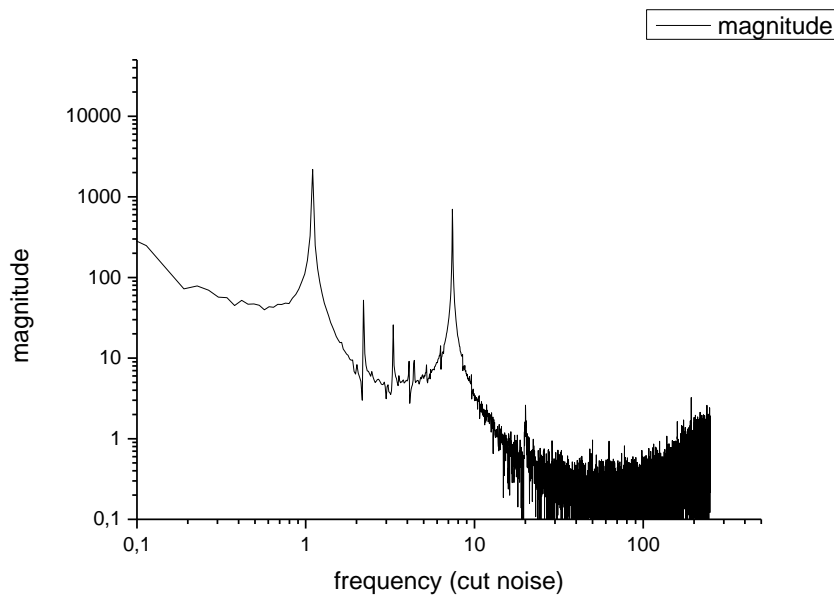
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,39 Hz$

Magnitude=701,22



Σχήμα 6.92. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.93. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=1,09\text{Hz}$ , Magnitude=2194,0.

17<sup>ο</sup> πείραμα, κρουστική ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 10kg, flapwise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 17<sup>ου</sup> πειράματος =80sec

Ύψος ρίψης βαριδίου = 25mm

Ορμή:  $p = m\sqrt{2gh} = 10\sqrt{2 * 9,8 * 0,025} = 7Nsec$

Μέση Τιμή -Mean Value = 0,00891V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation= 0,43422V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=1,1\text{Hz}$

Magnitude=5897,62

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,42\text{Hz}$

Magnitude=2013,78

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

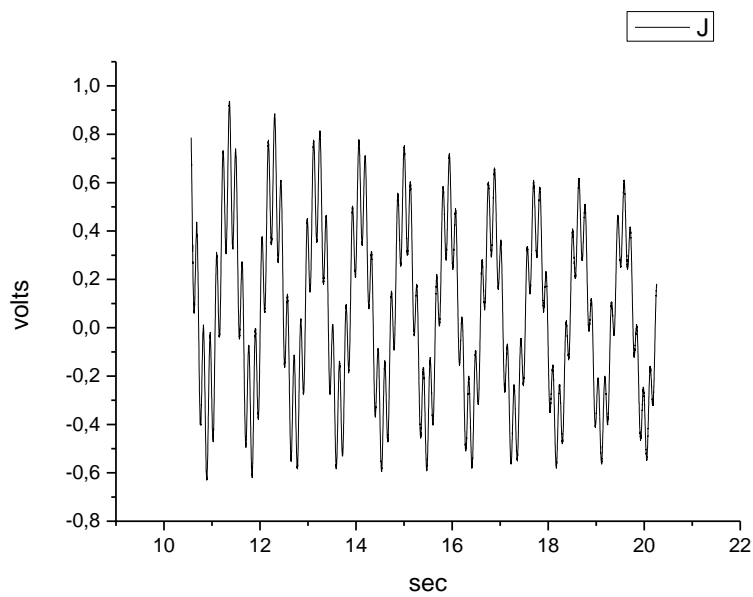
$f_0=1,43\text{ Hz}$

Magnitude=886,00

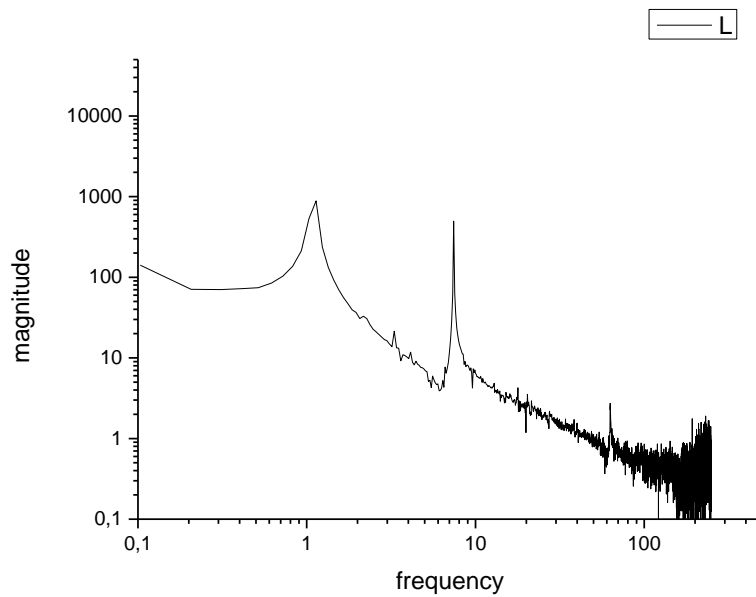
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,42\text{ Hz}$

Magnitude=497,01



Σχήμα 6.94. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.95. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=1,43\text{Hz}$ , Magnitude=886,0.

18<sup>ο</sup> πείραμα, κρουστική ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 10kg, flapwise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 18<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Ύψος ρίψης βαριδίου = 10mm

Ορμή:  $p = m\sqrt{2gh} = 10\sqrt{2 * 9,8 * 0,010} = 4,42Nsec$

Μέση Τιμή - Mean Value = 0,01436V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation= 0,33442V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=1,1Hz$

Magnitude=5523,902

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2=7,41 Hz$

Magnitude=1322,15

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

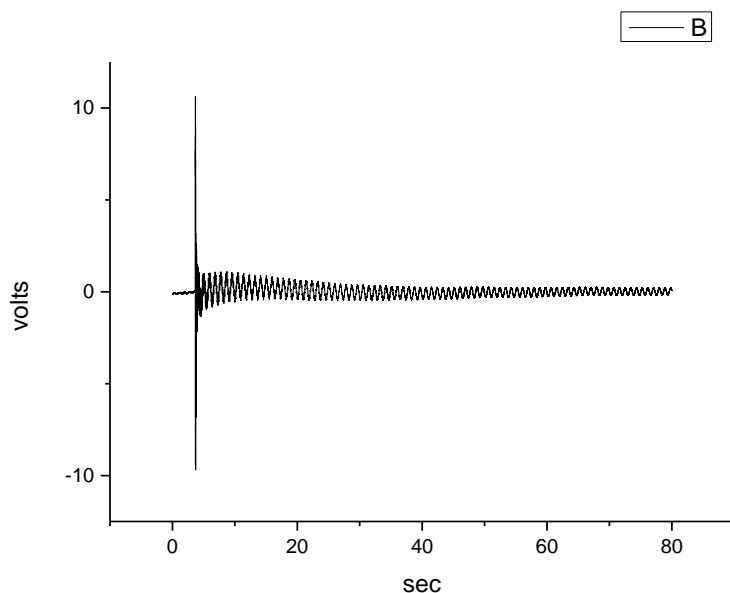
$f_0=1,09 Hz$

Magnitude=1085,37

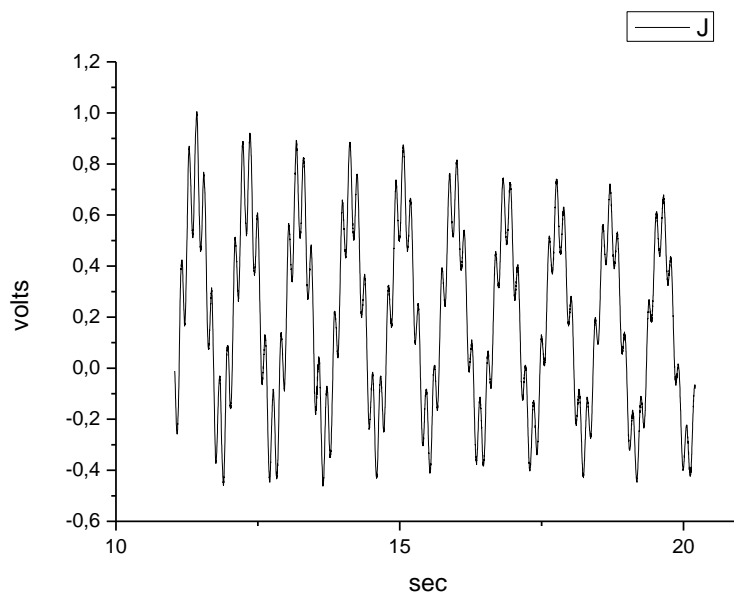
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,41 Hz$

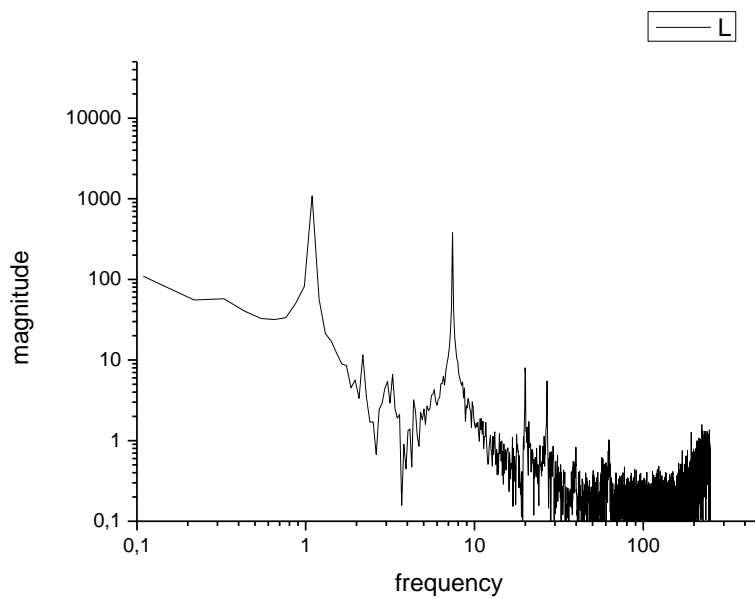
Magnitude=379,04



Σχήμα 6.96. Απεικόνιση ολόκληρης της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου.



Σχήμα 6.97. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.98. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=1,09\text{Hz}$ , Magnitude=1085,37.



19<sup>ο</sup> πείραμα, κρουστική ταλάντωση πτέρυγας με απόσβεση, πρόσθετου βάρους 10kg, flapwise μέτρηση :

Sample Rate (Hz) = 500 = 1sec

Samples per Channel = 40 000

Διάρκεια 19<sup>ου</sup> πειράματος = 80sec

Ύψος ρίψης βαριδίου = 5mm

Ορμή:  $p = m\sqrt{2gh} = 10\sqrt{2 * 9,8 * 0,005} = 3,13Nsec$

Μέση Τιμή -Mean Value = -0,00092V

Τυπική Απόκλιση-Standard Deviation= 0,26408V

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος από FFT:

$f_0=1,1Hz$

Magnitude=5403,32

Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,41Hz$

Magnitude=522,38

Θεμελιώδης συχνότητα και ισχύς σήματος (θόρυβος κομμένος):

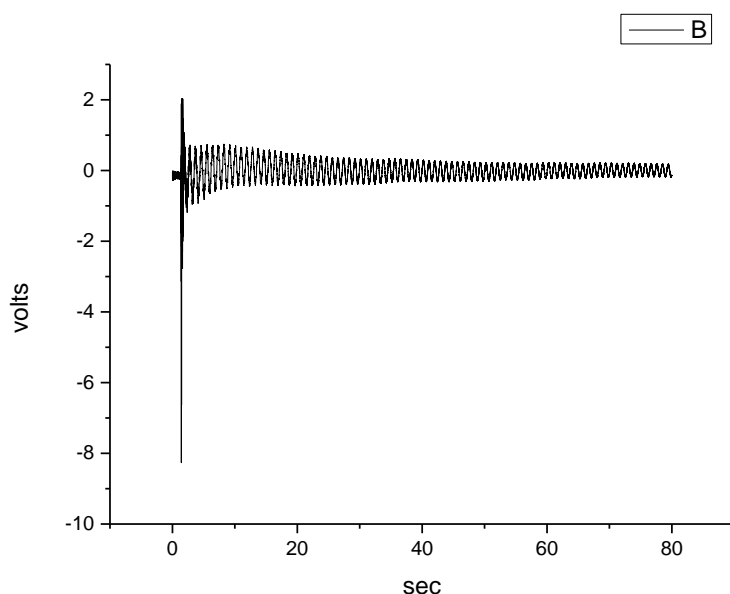
$f_0=1,07 Hz$

Magnitude=1409,62

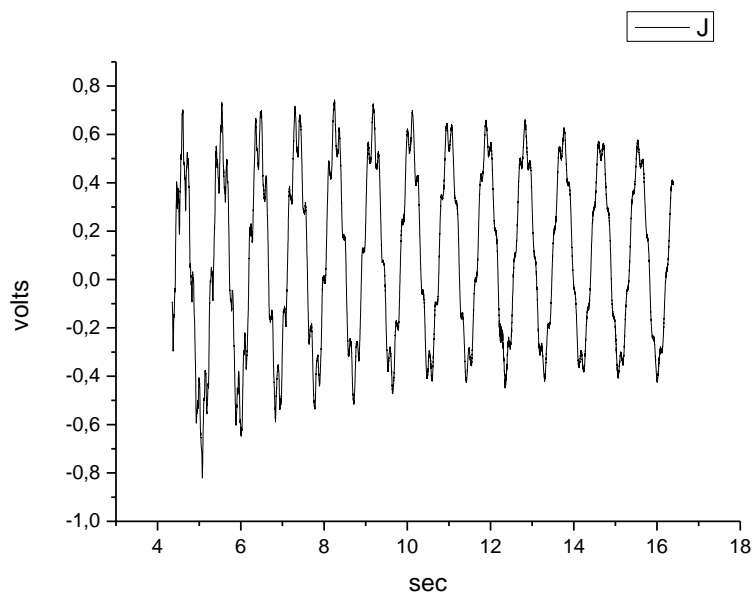
Πληροφορίες για τη δεύτερη αρμονική:

$f_2= 7,34 Hz$

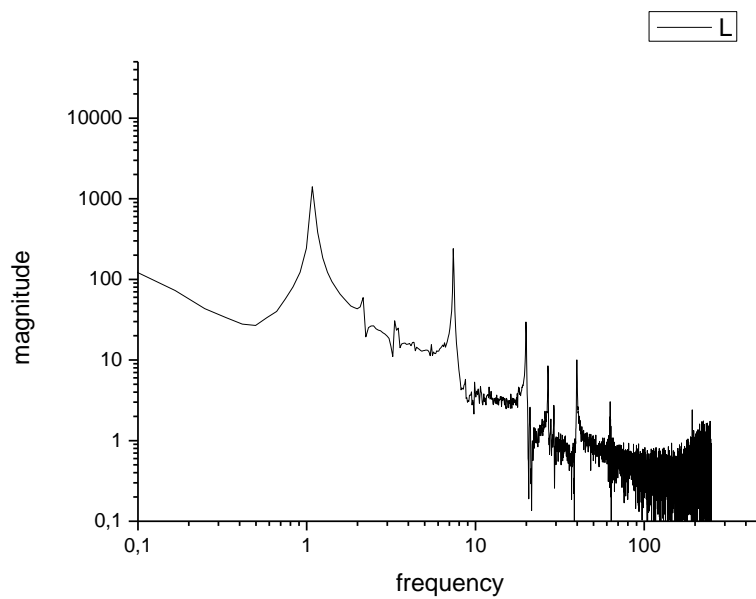
Magnitude=240,78



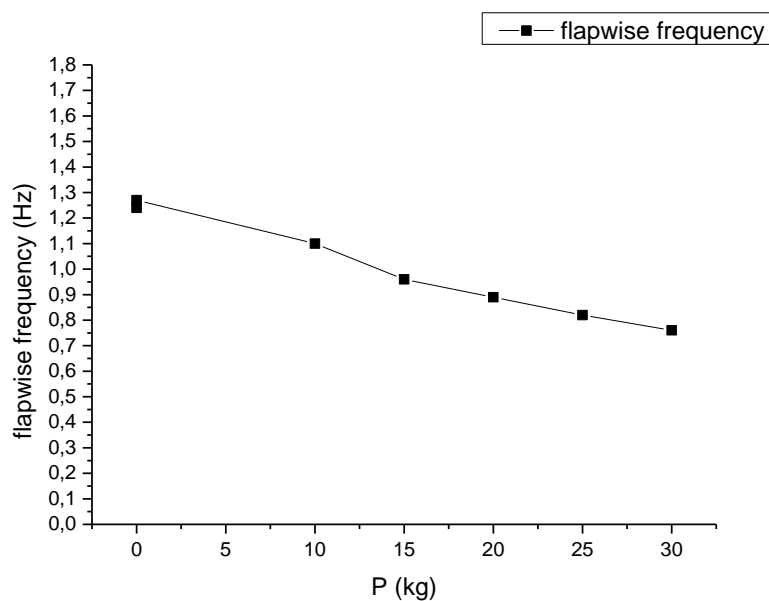
Σχήμα 6.99. Απεικόνιση ολόκληρης της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου.



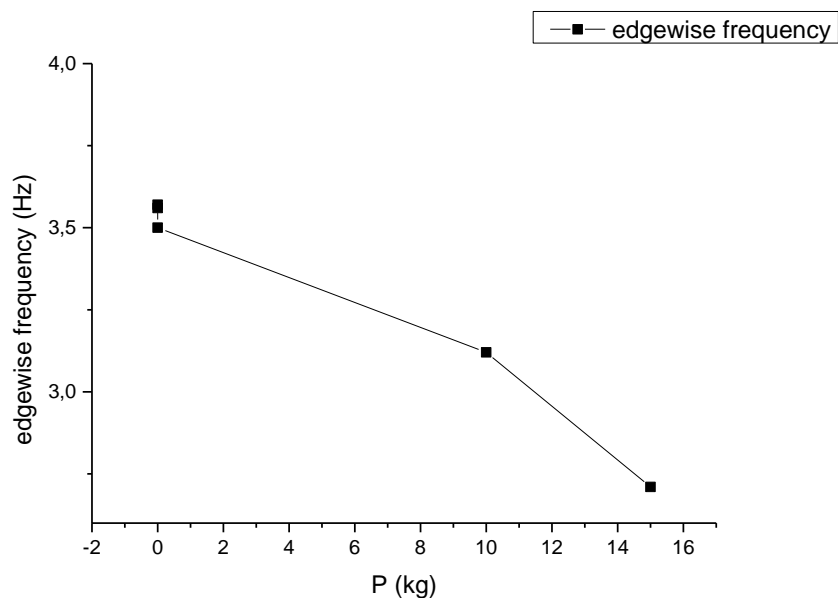
Σχήμα 6.100. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο του χρόνου με τον θόρυβο κομμένο.



Σχήμα 6.101. Απεικόνιση της κρουστικής ταλάντωσης στο πεδίο της συχνότητας με τον θόρυβο κομμένο  $f_0=1,07\text{Hz}$ , Magnitude=1409,62.



Σχήμα 6.102. Απεικόνιση της μεταβολής της συχνότητας (κυματιστή ταλάντωση) με αλλαγή του φορτίου, η οποία συμφωνεί με τη θεωρία.



Σχήμα 6.103. Απεικόνιση της μεταβολής της συχνότητας (λοξή ταλάντωση) με αλλαγή του φορτίου, η οποία συμφωνεί με τη θεωρία.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την παρούσα εργασία προκύπτει ότι η θεωρία της ελαστικής γραμμής ποιοτικά είναι σύμφωνη με τη συμπεριφορά της πτέρυγας. Στοιχεία όπως γραμμική μεταβολή του βέλους κάμψεως για σημειακό φορτίο ή μεγαλύτερη βύθιση στην άκρη της δοκού συμφωνούν με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Παρόλα αυτά από την παρούσα εργασία συμπεραίνεται ότι η θεωρία της ελαστικής γραμμής δεν αντιπροσωπεύει πλήρως την συμπεριφορά της πτέρυγας κατά τη διάρκεια της στατικής φόρτισης, διότι ενώ η θεωρία προβλέπει γραμμική κλίση χωρίς αλλαγή των προσήμων των κοίλων στην περίπτωση πακτωμένης δοκού με σημειακό φορτίο σε τυχαίο σημείο της δοκού, στο εργαστήριο παρατηρείται ότι αλλάζουν φορά τα κοίλα, όπως φαίνεται στους πίνακες του πέμπτου κεφαλαίου.

Κατά τη διάρκεια των ταλαντώσεων, η πτέρυγα εκτελεί μια σύνθετη κίνηση διαγράφοντας τόξο κύκλου μην εκτελώντας μια απλή κατακόρυφη κίνηση. Από την ανάλυση του οπτικοακουστικού υλικού φαίνεται ότι η κατακόρυφη απόκλιση είναι εντονότερη κατά τη αρνητική διεύθυνση του κατακόρυφου άξονα  $z$ , λόγω της επίδρασης του βαρυτικού πεδίου και της επίδρασης του στατικού βέλους κάμψεως της ελαστικής γραμμής.

Η ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης κυμαίνεται γύρω στο 1,1Hz με την ακρίβεια να επηρεάζεται σημαντικά αναλόγως τον τρόπο υπολογισμού της συχνότητας. Η μεταβολή της συχνότητας ακολουθεί την θεωρία, δηλαδή με την αύξηση της μάζας η συχνότητα μειώνεται. Το συγκεκριμένο αποτέλεσμα επιβεβαιώνεται από όλες τις αναλυτικές προσεγγίσεις του συστήματος.

Ο έλεγχος των ταλαντώσεων μπορεί να επιτευχθεί με διάφορους τρόπους όπως αλλάζοντας το γινόμενο δυσκαμψίας της πτέρυγας  $EI$ , αλλάζοντας την κατανομή της μάζας, το σχήμα και την απόσβεσή της ή σε ορισμένες περιπτώσεις ασκώντας δυνάμεις αντιδράσεως επάνω στο σύστημα. Αναλυτικότερα, όταν η κατασκευή μας αλληλεπιδρά με μια εξωτερική δυναμική φόρτιση, η απόκρισή της εξαρτάται από τη δυσκαμψία και την κατανομή μάζας της πτέρυγας. Παρομοίως, το πλάτος και η ισχύς της ταλάντωσης εξαρτάται από την απόσβεση του συστήματος.

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

## ΑΝΑΛΥΣΗ ΟΠΤΙΚΟΑΚΟΥΣΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

Το Pixel (picture+element) ή αλλιώς εικονοστοιχείο, θεωρείται το μικρότερο πλήρες δείγμα εικόνας στα υπολογιστικά συστήματα. Οι υπολογιστές αναπαριστούν την εικόνα ψηφιακά, υποδιαιρώντας την σε έναν δισδιάστατο πίνακα με στήλες και γραμμές. Το εικονοστοιχείο είναι το “τετραγωνάκι” που σχηματίζεται, το οποίο είναι μη ανιχνεύσιμο από το ανθρώπινο μάτι.

Η ανάλυση ενός ψηφιακού μέσου εκφράζεται σε pixels/μήκος όπως pixels/inch ή ppi. Όσο περισσότερα εικονοστοιχεία έχει μια εικόνα, τόσο μεγαλώνει η ανάλυσή της.

Οι τιμές της ανάλυσης σε εικονοστοιχεία για μια οθόνη εκφράζονται σε ζεύγη αριθμών, π.χ. 640x480 σημαίνει 640 pixels κατά μήκος και 480 pixels κατά ύψος, άρα συνολικά  $640 \times 480 = 307.200$  pixels ή 0,3megapixels.

Το μέγεθος εικονοστοιχείου της οθόνης καθορίζεται από την ανάλυση της οθόνης και την διαγώνιό της. Όσο μεγαλύτερες είναι αυτές οι μεταβλητές, τόσο μικρότερο είναι το μέγεθος του εικονοστοιχείου:

- 1024x768 και 19” δίνουν μέγεθος εικονοστοιχείου 0,377mm
- 800x600 και 17” δίνουν μέγεθος εικονοστοιχείου 0,4318mm
- 640x480 και 15” δίνουν μέγεθος εικονοστοιχείου 0,4763mm

Τα εικονοστοιχεία, μπορούν να είναι είτε τετράγωνα είτε ορθογώνια. Ο λόγος διάστασης καθορίζει το πόσο πλησιάζει ένα κανονικό τετράγωνο σε pixel. Λόγος διάστασης 1,25:1 σημαίνει ότι το κάθε εικονοστοιχείο είναι 1,25 φορές πιο πλατύ σε σχέση με το ύψος του. Η διαφορά λόγω διάστασης είναι η αιτία που πολλές εικόνες εμφανίζονται παραμορφωμένες σε οθόνες με σταθερή ανάλυση [19].

### ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ KINOVEA

Το πρόγραμμα kinovea είναι ένα πρόγραμμα ανάλυσης βίντεο, που επιτρέπει την μέτρηση καρτέ καρτέ σημείων, γραμμών, γωνιών και περιοχών. Ακόμη, καταγράφει την τροχιά της κίνησης σε προκαθορισμένα πεδία που ορίζονται από τον χρήστη, ενώ είναι σε θέση να χρονομετρά τις λήψεις.

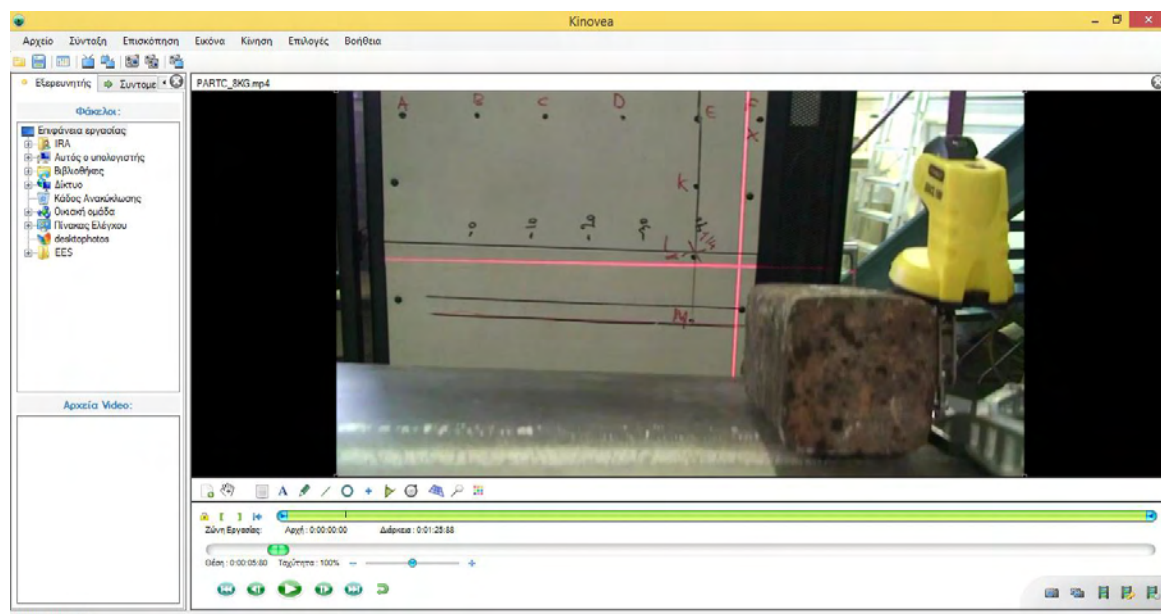
Η βιντεοκάμερα του εργαστηρίου έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

ΛΟΓΟ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ: 16:9

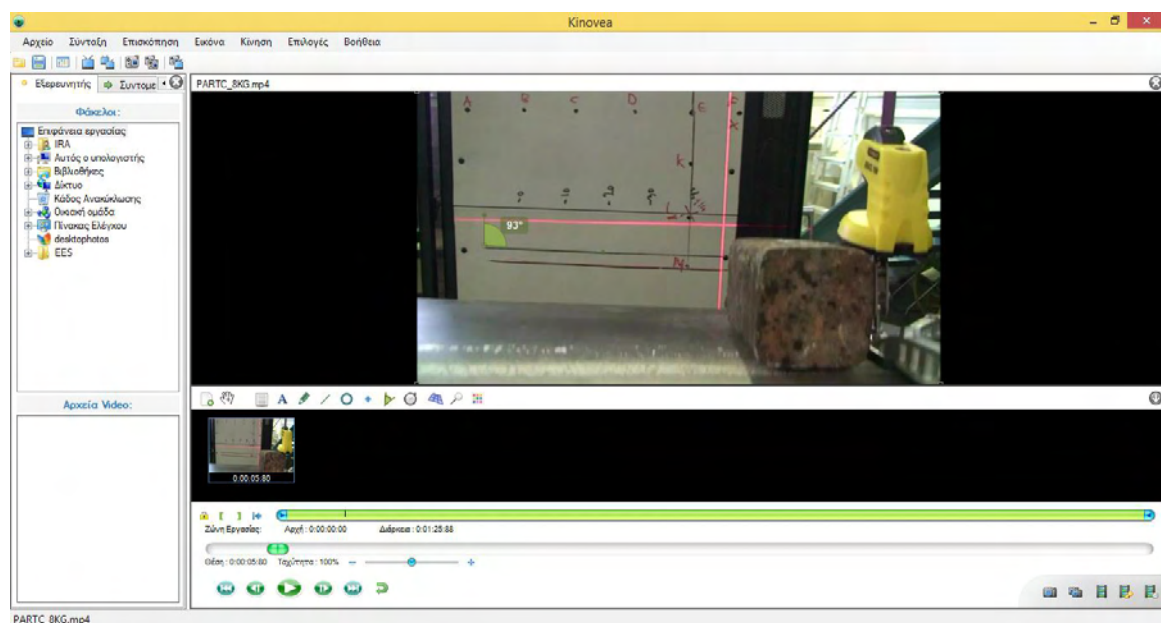
ΑΝΑΛΥΣΗ: 1920x1080

PIXELS:2.073.600

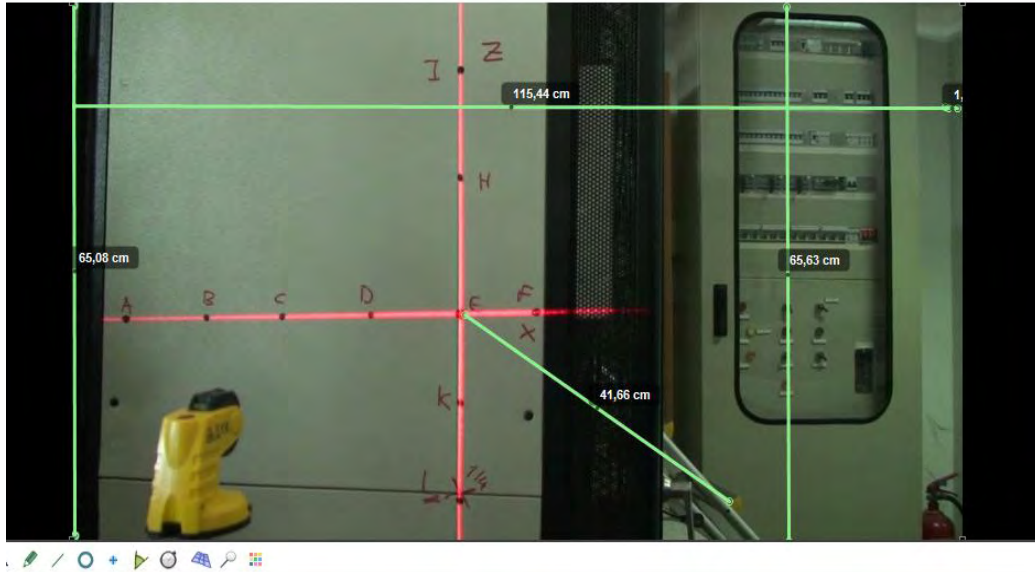
FRAMES PER SECOND:50



Απεικόνιση του περιβάλλοντος kinovea.



Απεικόνιση του περιβάλλοντος kinovea σε συνδυασμό με την κάτω μπάρα εργασιών.



Απεικόνιση του περιβάλλοντος κινονεα σε συνδυασμό με τις μετρήσεις.

Όπως φαίνεται και από τις εικόνες το πρόγραμμα κινονεα διαθέτει ήδη ρουτίνα μετατροπής των μετρήσεων σε pixels, συνεπώς ο χρήστης με τη μέθοδο της μέτρησης σφραγίδας ορίζει μια γνωστή περιοχή και στη συνέχεια το πρόγραμμα είναι σε θέση να μετρήσει όλες τις περιοχές καρέ καρέ.

Από την γνωστή μέτρηση EK=115mm προκύπτει: μήκοςχύψος=1164x656mm

## ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ GIMP2

Είναι ένα πρόγραμμα επεξεργασίας εικόνων που επιτρέπει πολλές ενέργειες επεξεργασίας μεταξύ των άλλων και μετρήσεις σε pixels. Οι μετρήσεις που έγιναν είχαν κάποιες αποκλίσεις, ενώ η κλίμακα των χιλιοστών δεν ανταποκρινόταν στις πραγματικές λήψεις αλλά στις διαστάσεις των καρτέ μετέπειτα, ως διαστάσεις φωτογραφίας.

1<sup>η</sup> μέτρηση: 765x418 pixels και 11"

2<sup>η</sup> μέτρηση: 750x419 pixels και 11"

3<sup>η</sup> μέτρηση: 751x421 pixels και 11,8"

4<sup>η</sup> μέτρηση: 750x414 pixels και 11,9"

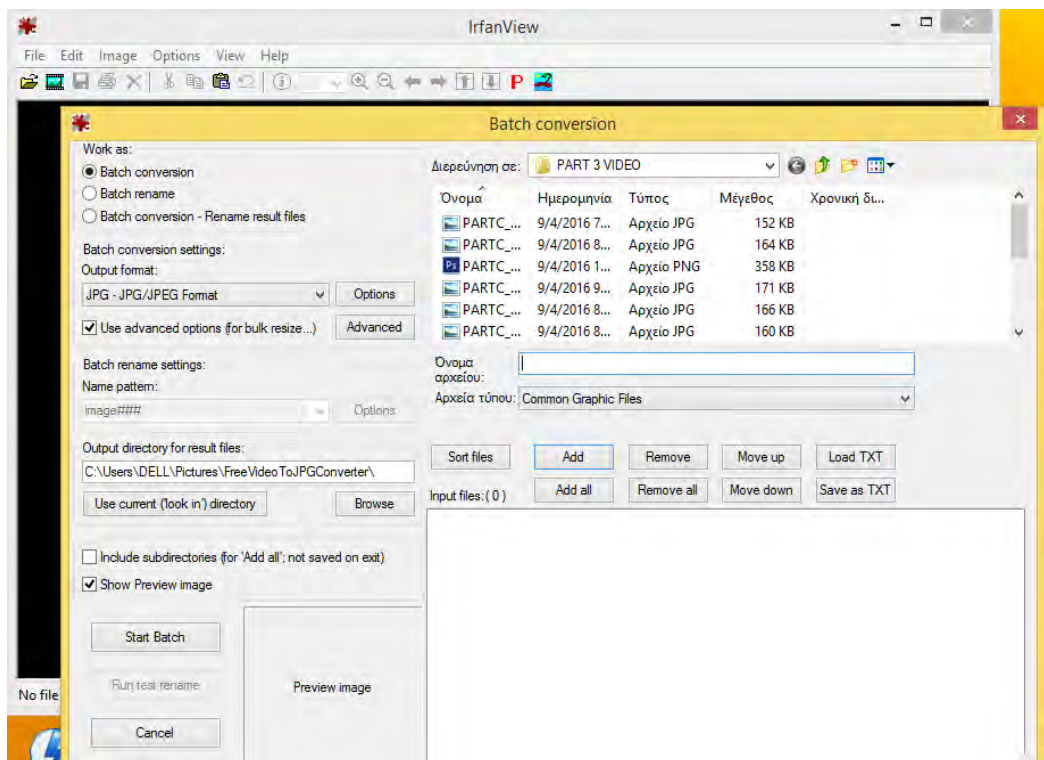


Απεικόνιση του περιβάλλοντος GIMP2.

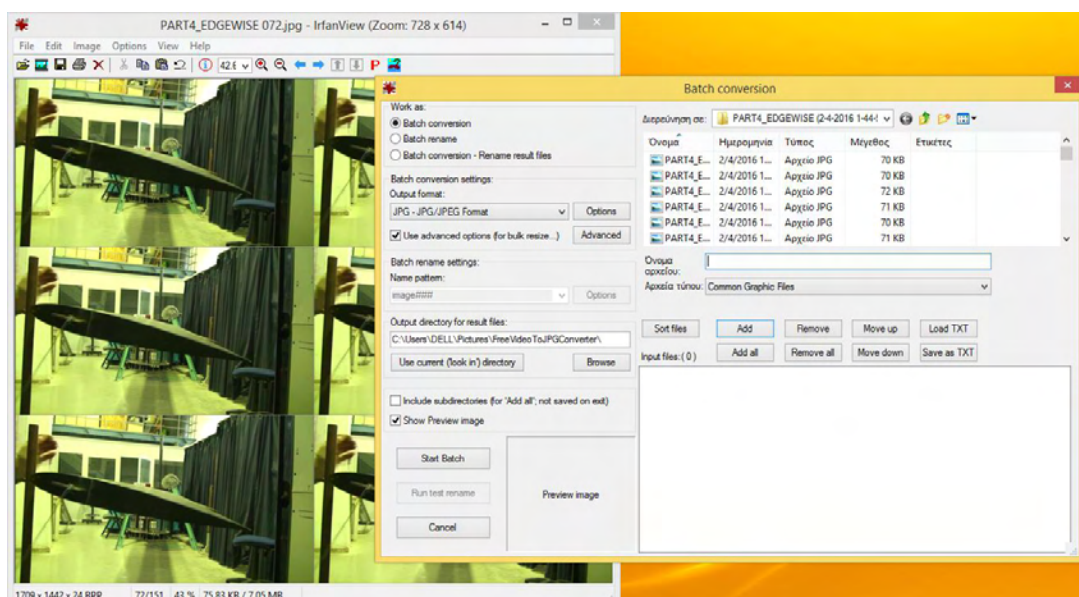


## ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ IRFANVIEW

Το πρόγραμμα IrfanView είναι ένα ακόμη δωρεάν πρόγραμμα επεξεργασίας βίντεο και εικόνων με το πλεονέκτημα ότι μετατρέπει σε batch file οποιαδήποτε επεξεργασία επιθυμούμε, όπως μετατροπή σε α/μ, αλλαγή των τιμών Hue, Saturation Value, αλλαγή format κ.α.



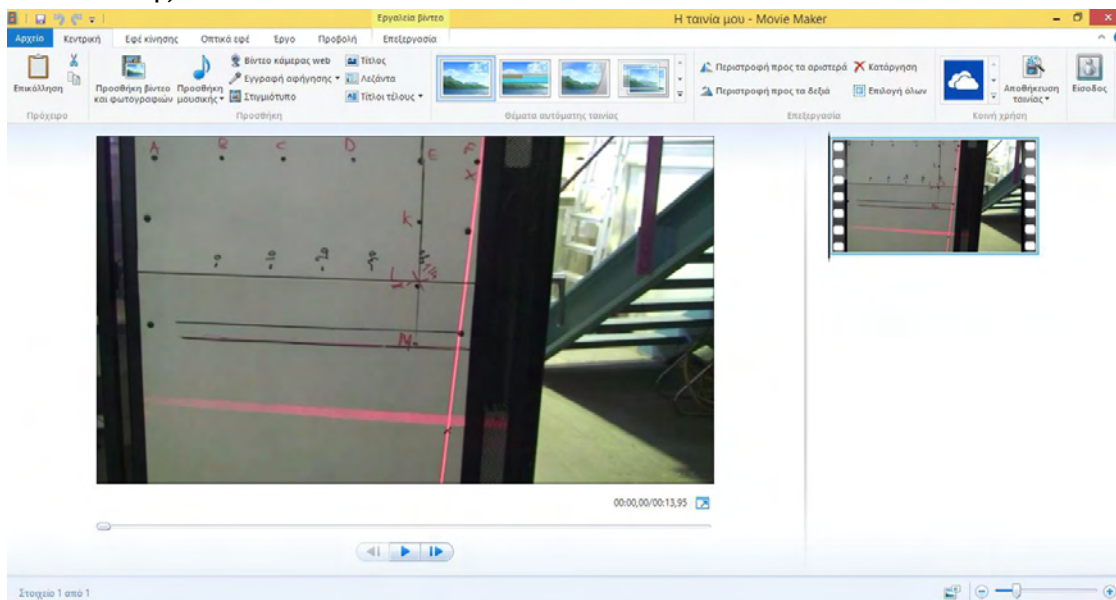
Απεικόνιση του περιβάλλοντος IrfanView και batch conversion.



Απεικόνιση του περιβάλλοντος IrfanView και συστοιχίας βίντεο.

## ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ MONIEMAKER

Το πρόγραμμα windows movie maker, είναι ένα πρόγραμμα επεξεργασίας βίντεο, μέσω του οποίου μετρήθηκαν οι συχνότητες της ταλάντωσης καρέ καρέ. Ουσιαστικά μετρήθηκαν τα δευτερόλεπτα όπου η πτέρυγα προσέγγιζε την άνω θέση ταλάντωσης, την κάτω θέση ταλάντωσης καθώς και τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.



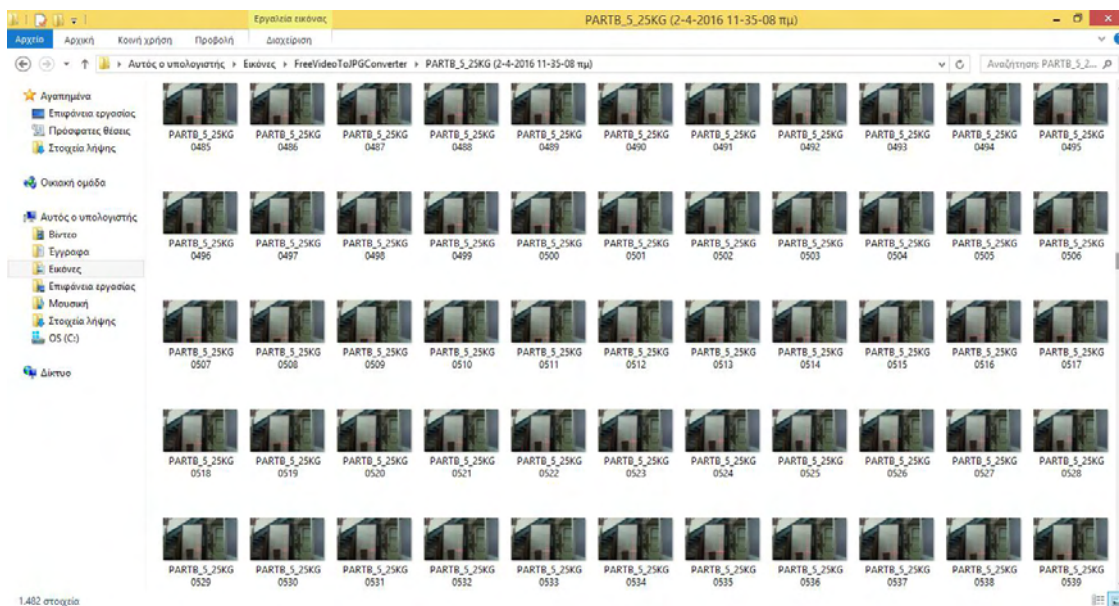
Απεικόνιση του περιβάλλοντος windows movie maker.

## FREE VIDEO TO JPG CONVERTER

Το πρόγραμμα αυτό μετατρέπει βίντεο σε στιγμιότυπα. Ο χρήστης επιλέγει πόσα καρέ θα επιλεγούν από το βίντεο στο σύνολό του, με μέγιστο αριθμό τα 500 καρέ.

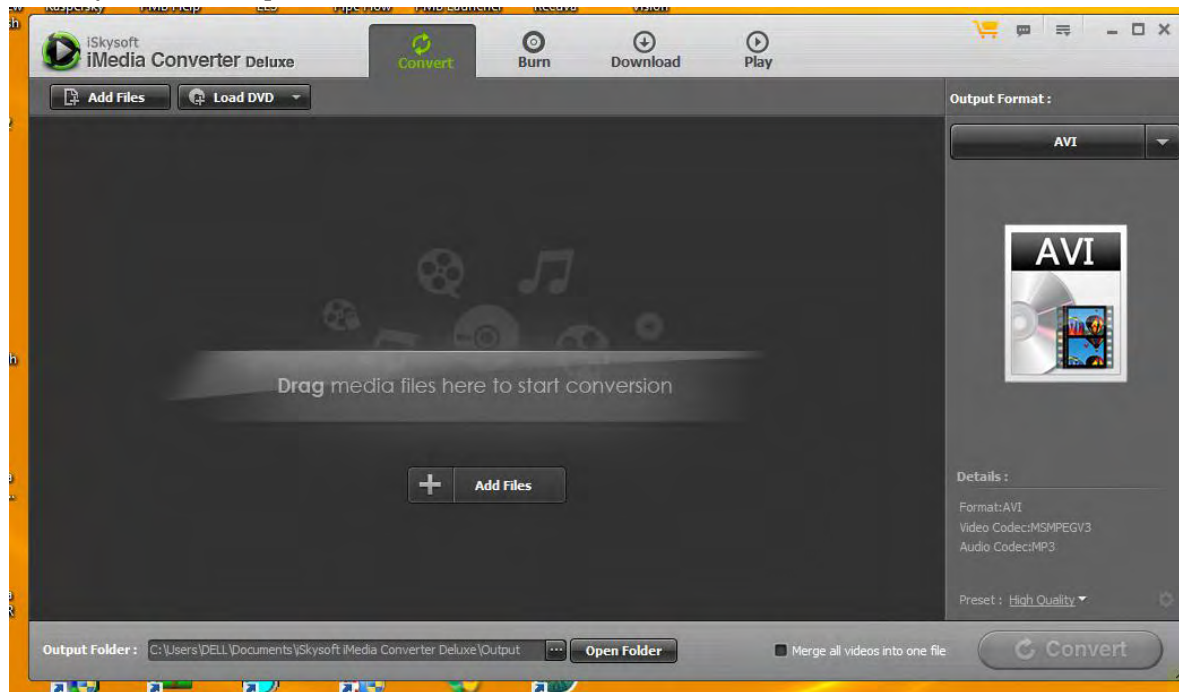


Απεικόνιση του περιβάλλοντος free video to jpg converter.



Απεικόνιση μέρους των καρέ που δημιουργήθηκαν.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ iSkysoft iMedia Converter Deluxe  
Μετατρέπει από mp4 σε avi και αντίστοιχα.



Το περιβάλλον του iSkysoft iMedia Converter Deluxe.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Εμμανουήλ Ε. Γδούτου, Αντοχή των Υλικών, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 2004.
- [2] Γ. Ι. Τσαμασφύρος, Μηχανική Παραμορφώσιμων Σωμάτων Ι, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 1990.
- [3] Area and Bending Inertia of Airfoil Sections, Unified Teaching Staff, MIT, 2006.
- [4] Ερρίκος Σταπουντζής, Σημειώσεις Αεροδυναμικής, Εκδόσεις Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, Βόλος 2013.
- [5] Γεώργιος Μπεργελές, Η Αεροδυναμική του Υποχητικού Αεροσκάφους και η Μηχανική της Πτήσης, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2009
- [6] <http://slideplayer.com/slide/4420987/>
- [7] <http://www.madehow.com/Volume-1/Helicopter.html>
- [8] Mateusz Romaszko, Bogdan Sapiński, Andrzej Sioma, Forced Vibrations Analysis of a Cantilever Beam Using the Vision Method, AGH University of Science and Technology, Faculty of Mechanical Engineering and Robotics, Kraków, Poland, 2014.
- [9] Μετρήσεις, Ταλαντώσεις δοκού (θεωρία και ασκήσεις), Εργαστήριο Υπολογισμού και Σχεδιάσεως Στοιχείων Μηχανών, Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών, Πανεπιστημίου Πατρών, Δέντσορας Αργύρης, 2013.
- [10] [https://www.pcb.com/techsupport/tech\\_accel.aspx](https://www.pcb.com/techsupport/tech_accel.aspx)
- [11] Δρ. Λάμπρος Μπισδούνης, Σημειώσεις Διδασκαλίας στη Τεχνολογία Μετρήσεων, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών Τ.Ε. ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδος, Πάτρα, 2013
- [12] Αριστομένης Θ. Αντωνιάδης, Μηχανουργική Τεχνολογία, Τόμος Α' Κατεργασίες Διαμόρφωσης, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη 2012.
- [13] <http://www.steel-insdag.org/TeachingMaterial/Chapter19.pdf>
- [14] ME124, Mechanical Engineering Laboratory III, Experiment #2: Linear and Nonlinear Flexural Vibrations of a Beam, Spring 2003
- [15] Sakshat Virtual Labs, Free Vibration of a Cantilever Beam with a Lumped Mass at Free End, Prof. Ratnajit Bhattacharjee, IIT Guwahati
- [16] [www.kistler.com](http://www.kistler.com)
- [17] Αναστασία Βελώνη, σημειώσεις μαθήματος Ανάλυση Fourier, τμήμα Η.Υ.Σ. Α.Τ.Ε.Ι. Πειραιά, Αθήνα 2013.
- [18] <http://www.slideshare.net/MohamedYaser/9-beam-deflection>
- [19] [el.wikipedia.org/wiki/Εικονοστοιχείο](http://el.wikipedia.org/wiki/Εικονοστοιχείο)



